

部材のたわみ率の測定 -固有振動数を用いた制振技術の開発に向けて-

5年
指導教員

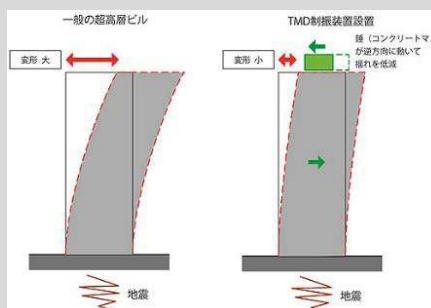
研究動機

東日本大震災の被災地である宮城県へ何度か足を運んだことがあり、大川小学校や倒壊した家を見るに連れて耐震・制震技術に興味を持つようになった。大学の先生とお話をした際、建物と頂部の錘が逆位相に振動することにより、建物の揺れを軽減することができる制振技術(TMD)があるということを知り、アクリル棒を用いて実際に再現し、制振技術を新たに開発したい。

先行調査

【1】TMD

建物振動時に頂部の錘が建物と逆方向に動いて、建物の揺れを低減する制振技術。



【2】固有周期、固有振動数の求め方 (高校範囲)

$$\begin{aligned} ma &= F \\ F &= kx \text{ より, } ma = -kx \\ m \frac{d^2x}{dt^2} &= -kx \quad \dots \textcircled{1} \\ x &= A \cos(2\pi ft) \\ \frac{d^2x}{dt^2} &= -A(2\pi f)^2 \cos(2\pi ft) = -(2\pi f)^2 x \quad \dots \textcircled{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \text{ と } \textcircled{2} \text{ を比べると,} \\ (2\pi f)^2 &= \frac{k}{m} \\ \therefore f &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{k/m} \\ \therefore T &= \frac{1}{f} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \end{aligned}$$

実験のアイデア

建物の部材として、一本の柱の振動特性について調べる。
高校で学習内容に基づいて、以下のように類推する。

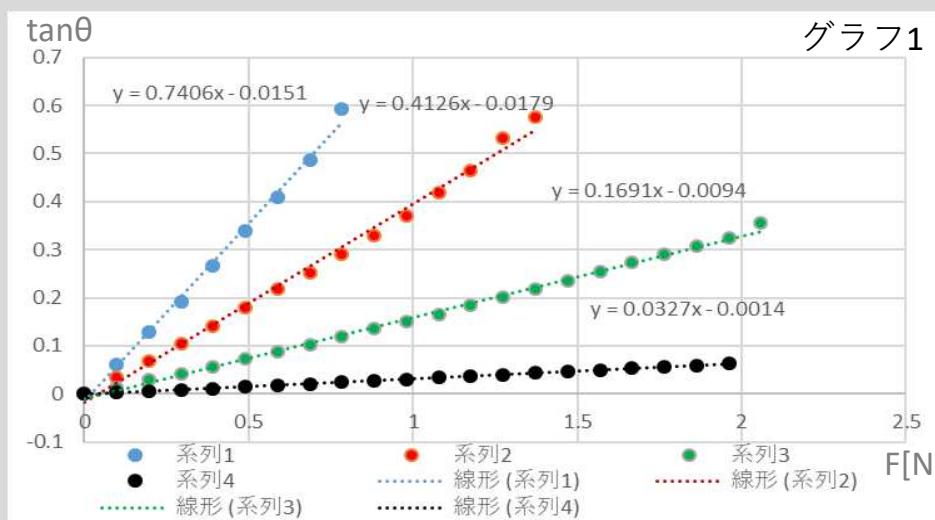
- (1) 力 F [N]と変位 θ [rad]の関係を調べる。
- (2) 運動方程式を立てる。
- (3) 固有振動数 f [Hz]を求める。
- (4) 固有振動数を実測する。
- (5) 展望として、制震実験を行う。

実験【アクリル棒のたわみ特性を調べる。】

- ・方法
①右の図のよう設置する。
②アクリル棒の長さ L [m]を0.40m, 0.30m, 0.20m, 0.10mとし、それぞれについて加える力 F [gw]を10gwずつ増加させ、光の進路の水平からの角度 θ を測定する。



結果 アクリル棒の長さを L [m]、棒の端に力 F [N]を加えたときの棒の傾きを θ とする。また、 $Y \equiv \tan\theta$ とおく。

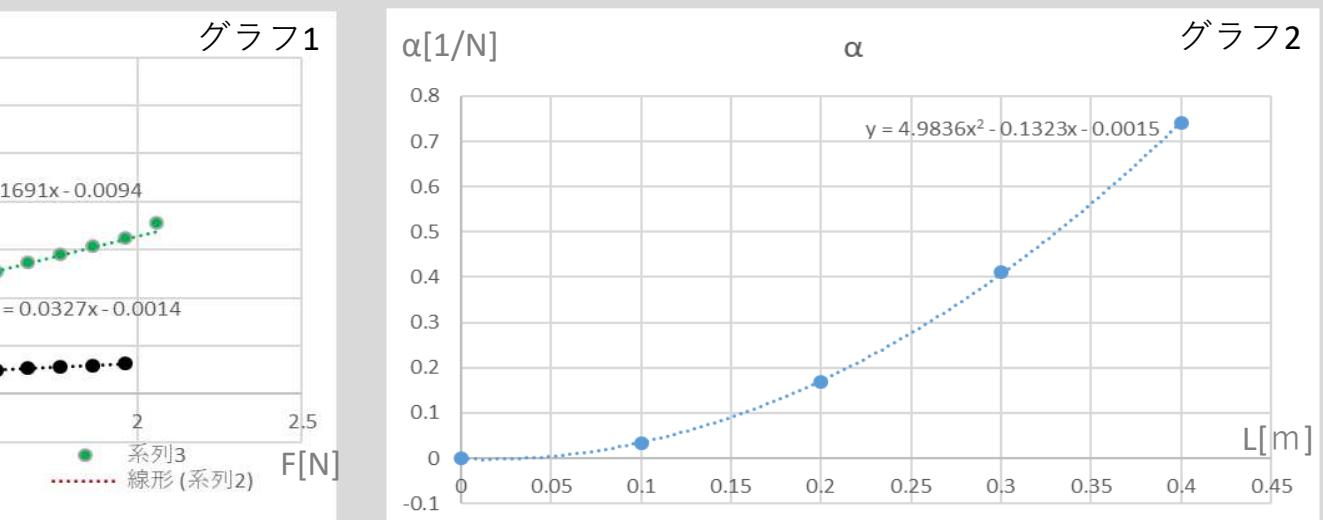


$$\begin{aligned} L = 0.40\text{m} \text{ のとき } Y &= 0.741F - 0.015 \\ L = 0.30\text{m} \text{ のとき } Y &= 0.413F - 0.018 \\ L = 0.20\text{m} \text{ のとき } Y &= 0.169F - 0.009 \\ L = 0.10\text{m} \text{ のとき } Y &= 0.033F - 0.001 \end{aligned}$$

F の係数を α [1/N]とおき、以下の議論で縦軸切片は無視する。

(1) 力 F [N]と変位 θ [rad]の関係

$$Y \equiv \tan\theta = \alpha F$$
$$\therefore F = \frac{1}{\alpha} \tan\theta$$



(2) 運動方程式を立てる
質量 m [kg]に相当するものを M [kg]とおく。
(M は今後の課題)

$$\begin{aligned} M \frac{d^2\theta}{dt^2} &= -F = -\frac{\tan\theta}{\alpha} \\ \theta \text{ が小さいので, } \tan\theta &\approx \theta \text{ と近似する。} \\ M \frac{d^2\theta}{dt^2} &= -F = -\frac{1}{\alpha} \theta \\ \frac{d^2\theta}{dt^2} &= -\frac{1}{\alpha M} \theta \quad \dots \textcircled{1} \\ \theta &= A \cos(2\pi ft) \text{ とおくと,} \\ \frac{d^2\theta}{dt^2} &= -(2\pi f)^2 \theta \quad \dots \textcircled{2} \end{aligned}$$

(3) 固有振動数 f [Hz]

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \text{ と } \textcircled{2} \text{ を比べると} \\ f &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{\alpha M}} \\ \therefore T &= 2\pi \sqrt{\alpha M} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha &\text{ はグラフ2より,} \\ \alpha &= 4.98L^2 - 0.132L - 0.0015 \\ &= 4.98(L - 0.0013)^2 \approx 4.98L^2 \end{aligned}$$

ゆえに、 $\gamma = 4.98[1/m^2N]$ (定数) とおくと、

$$\alpha = \frac{\gamma L^2}{2\pi L \sqrt{\gamma M}}$$

考察 実験より、周期 T は長さ L に比例する。

今後の課題

- ・実際に固有周期 T の測定と質量 m に相当する M の意味を解析し、導かれた公式が正しいことを証明する。
- ・振動数 f は、レーザーpointerの光の当たるところにCdS(硫化カドミウム)を置き、パルス信号の振動数を測定する。
- ・ γ や M が部材の断面、材質とどのような関係があるのか調べる。

専門書より学んだこと

固有周期 T は、部材の質量 m と剛性 K を用いて次式のように表される。

$$T = 2\pi \sqrt{m/K}$$

剛性 M は片持りの変形公式から求められ、ヤング係数 E [N/cm²]、断面2次モーメント I [cm⁴]より

$$K = \frac{3EI}{h^3}$$

参考文献

- ・平井一男、水田洋司 (2014) 『耐震工学入門』森北出版株式会社
- ・柴田明徳 (2011) 『最新 耐震構造解析』森北出版株式会社
- ・株式会社 大林組 HP (<https://www.obayashi.co.jp/>)

謝辞 本研究は、奈良女子大学生活環境学部●●先生にご助言をいただきました。深く感謝申し上げます。