

$$v_y = v_0 \sin \theta - gt$$

# シュートにおける物体の数学的解析 — 慣性モーメントを用いた回転運動の考察 —

5年 ●●

附属指導教員 ●●



## 研究動機

フリースローは試合の中で唯一自分のペースで打てるシュートであり、確実にシュートを決めることが求められている。そこでバスケットボールの軌道を数式化し、ボールの数学的解析をしていきたいと思った。実際に先生方と話してみると、この運動には色々な力がかかっていることが分かった。この力を数式に組み込んでバスケットボールのあらゆるパターンのシュートをシミュレーションして、数式化したい。

## 実験1 x方向の運動が等速の斜方投射として扱う

【仮説】フリースローは、x方向の運動が等速の斜方投射になる。

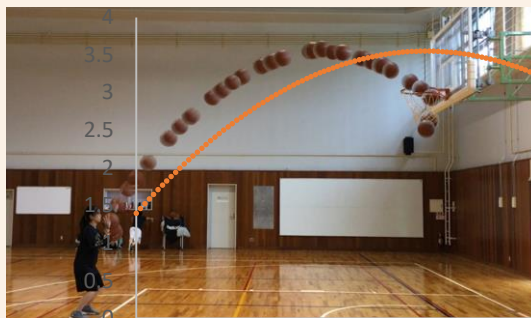
$$\left. \begin{aligned} x &= v_0 \cos \theta \cdot t \\ y &= v_0 \sin \theta - \frac{1}{2}gt^2 \end{aligned} \right\} (1) \quad \begin{array}{l} x-y \text{ グラフを} \\ \text{作成すると} \\ \text{軌道が再現可} \end{array}$$

【各物理量の算出方法】 $t, \theta, h$  : 動画のコマ送りから決定

$$v_0 : \text{等加速度直線運動の公式より } v_0 = \sqrt{\frac{2gh}{\sin^2 \theta}} \quad (2)$$

【実験方法】

- ① フリースローラインから、直接シュートを入れる。  
※バックボードとリングに当たったシュートは無効。
- ② 動画を解析して、各物理量を算出する。
- ③ (1)の式に(2)で算出した値を代入し、得られた $x, y$ の値をグラフ化する。



0.00 2.00 4.00 6.00 8.00 10.00

## 結果の考察

- ・時間と距離の関係に注目して見たとき、シュートが入る時間と鉛直方向の高さは、実際の値とシミュレーション値がほぼ同じになった。水平方向の距離は実際の値とシミュレーション値に明らかな差が生じた。
- ・ボールの大きさを考慮せず、質点系として解析している。
- 大きさのある物体は並進運動と回転運動が同時に起こるため、回転運動の考慮が必要。

慣性モーメントの導入

## 実験2 x方向の運動が等加速度の斜方投射として扱う

### 定義 慣性モーメント

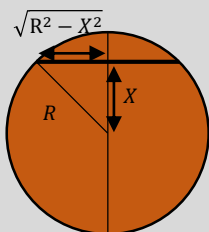
回転する物体がその回転運動を持続しようとするときに発生する力円盤の慣性モーメントは

$$\begin{aligned} I &= \int_0^R r^2 \rho \cdot 2\pi r dr \\ &= \frac{2\pi\rho}{R^2} \left[ \frac{r^4}{4} \right]_0^R \\ &= \frac{1}{2}mR^2 \end{aligned}$$

円盤の慣性モーメント $\frac{1}{2}m_1R_1^2$ を重ね合わせたものが球の慣性モーメントである。

$$\begin{aligned} I &= \int_{-R}^R \frac{1}{2}\rho\pi(\sqrt{R^2-X^2})^2(\sqrt{R^2-X^2})^2 dX \\ &= \int_{-R}^R \frac{3\pi}{8R^3}(R^4-2R^2X^2+X^4) dX \end{aligned}$$

$$\therefore I = \frac{2}{5}mR^2$$



### 実験2

慣性モーメントを考慮してボールの速さを出す。

$\omega$  : ある点をまわる回転運動の速度を、単位時間に進む角度によって表わした物理量

$$\textcircled{1} mg_0 + \frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

$$\textcircled{2} mgh + \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

$$\textcircled{3} mgh' + \frac{1}{2}mv'^2 + \frac{1}{2}I\omega'^2$$

①=②=③が慣性モーメントの運動量保存より成り立つ。

### 結論

加速度が一定でなかったことよりボールには慣性モーメント以外にも力が働いていると考えられる。

t	ボールの高さ	式に用いるh	平均のV			t	瞬間のV	加速度	
0	1.16 #	0	9.938474	0.02	9.938474	0	0.02	9.938474	0
0.04	1.16 #	0	9.938474	0.06	9.938474	0	0.06	9.938474	0
0.08	1.189 #	0	9.938474	0.1	9.938474	0	0.1	9.938474	0
0.12	1.247 #	0	9.938474	0.14	9.938474	0	0.14	9.938474	0
0.16	1.305 #	0	9.938474	0.18	9.938474	0	0.18	9.938474	0
0.2	1.537 #	0	9.938474	0.22	9.938474	-2.0291	0.22	9.938474	-2.0291
0.24	1.682 0	0.082	9.85730985	0.26	9.85731	-5.09665	0.26	9.85731	-5.09665
0.28	1.885 0	0.285	9.65344371	0.3	9.653444	-5.95984	0.3	9.653444	-5.95984
0.32	2.117 1	0.517	9.41505005	0.34	9.41505	-8.45022	0.34	9.41505	-8.45022
0.36	2.436 1	0.836	9.07704145	0.38	9.077041	-4.74463	0.38	9.077041	-4.74463
0.4	2.61 1	1.01	8.88725635	0.42	8.887256	-4.93257	0.42	8.887256	-4.93257

## 今後の展望

ボールの中にセンサーを組み込んで速度を測定し、そこから $x-t$ グラフを作り写真との相関を見ていく。

今回、初めにこのボールの軌道は斜方投射であると考え、実測値からシミュレーションをした。

今後は視点を変えて、写真のデータを座標上にプロットしていき、近似曲線を出す。この時の近時の方法について考えていく。

## 参考文献

濱口祐寛, 前田正登, バスケットボールのフリースローにおけるシュート技術と方略に関する研究, バスケットボール研究, 第5号2019年11月

清水諒三, 坪井一洋, バスケットボールのフリースロー軌道の再現

飯田祥明, センサバスケットボールによる運動情報フィードバックの即時的効果, 南山大学「アカデミア」人文・自然科学第17号129-138, 2019年1月

センサバスケットを用いたシュートのバックspin回転数と入射角の計測制度検証

謝辞 本研究を進めるにあたり、奈良女子大学理学部の●●先生にご助言をいただきました。深く感謝申し上げます。