

# 感染症の数理モデル

6年D組 埜 あい

指導教員 川口 慎二

## 1. 要約

2020年、世界には新型コロナウイルスが蔓延し、毎日のようにニュースで観戦について取り上げられていた。番組でよく感染者数の予測がされているのを見て、どのように予測が行われているのか気になり、感染症の数理モデルを自分で試してみようと思った。

キーワード 感染モデル、微分方程式、感染率、回復率、数理シミュレーション

## 2. 研究の背景と目的

感染症の数理モデルは、感染者数や回復者数の変化を表す微分方程式をつくり、それを解くことにより、感染者数の推移を追い、予測を立てることにより感染拡大を防止するための対策をとることができる。

しかし、感染モデルを緻密に作ろうとすると、考えるべき要素(パラメータ)が増え、微分方程式も複雑になり、解けなくなることもある。そのため、シンプルなモデルで考察し、エクセルを用いたシミュレーションを行うことにした。

このような準備の下で、[1]を参考に、以下のような微分方程式を立てた。

$$\frac{dS}{dt} = -\beta \cdot k \cdot S \cdot I$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta \cdot k \cdot I - \frac{I}{D}$$

$$\frac{dR}{dt} = \frac{I}{D}$$

ここで、第1式は感染者数 $I$ が増加すると未感染者数 $S$ が減少することを意味しており、その変化率は感染者との接触回数 $k$ と感染率 $\beta$ に比例する。第3式は感染力のある期間 $D$ だけ経つと回復するので、感染者が単位時間あたりに回復するペース(=回復者が増加するペース)を示している。第2式の前項が感染者数の単純増加を、後項が回復者の増加(=感染者の減少)をそれぞれ表していることになる。

初期値として

$$S = 1000, I = 1, R = 0, \beta = 0.00015, \\ k = 12, D = 1$$

として、 $\beta, k, D$ の値を変えて感染状況の推移を比較した。

## 3. 研究内容

### 3.1 実験

主要要素として、以下の準備をする。

- ・未感染者数 =  $S$  (人)
- ・感染者数 =  $I$  (人)
- ・回復者数 =  $R$  (人)
- ・一回の接触での感染確率 =  $\beta$
- ・一週間の接触回数 =  $k$  (回)
- ・感染力のある期間 (症状のある期間)  
=  $D$  (週間)

### 3.2 実験結果と考察

結果を図1から図7に示す。

#### ①初期値の場合

初期値の場合の感染状況の推移は図1のようになった。感染者数が増加するにつれて、未感染者が減少するが、やがて回復者が増えて、未感染者数が少なくなるため、感染者数も減少していくようすがわかる。

#### ②接触回数 $k$ の値による比較

$k=8$ のとき(図2)、グラフでは感染ピークとみなせるほどの感染拡大が見られず、流行したとはいえない。また、 $k=15$ のとき(図3)より大きくすると、感染者数が爆発的に増えすぎて、未感染者が負の値をとるなど、ありえない結果となった。

$k=12$ では、ある程度の感染ピークを迎えた後、一定の値に収束していき、流行の後に感染が収束していくことがわかる。つまり、感染症の流行においては、感染者との接触回数が重要な要因であることがわかる。

#### ③感染率 $\beta$ と感染期間 $D$ の値による比較

$\beta$ と $D$ についても、小さいほど感染は拡大せず、大きいほど爆発的に流行することがわかる。これより、一定の人数の中で、感染症が流行するか、抑え込みに成功するかどうかは、 $k, \beta, D$ の大小に関係するようなので、これらの積にかかわるかもしれないと考えた。

実際に積 $\beta k D$ を計算すると、表1のようになった。網掛け部は感染がほぼ拡大しなかったときの値、太枠は感染が爆発的に拡大したときの値である。

実験の個数が少なかったため、明確には特定できないが、網掛け部(感染がほぼ拡大しなかったときの値)は3つ中2つで0.0012という値をとっていることから、少なくとも $\beta k D \leq 0.0012$ では感染が拡大しにくいのではと推測できる。

また、太枠(感染が爆発的に拡大したときの値)は3つ中2つが0.0021付近であることから、 $\beta k D \geq 0.0021$ で感染が爆発的に拡大すると推測できる。また、コロナ感染拡大の中、 $\beta$ は定数であるので、患者と接触を減らすために、 $k$ を小さくするために外出自粛要請をしたり、 $D$ の期間に患者が他者と接触する回数を減らすため、PCR検査を受けることを推奨したりすることは、とても重要であることが数値的にも理解できた。

表1 実験における $\beta k D$ の値

$\beta$	$k$	$D$	$\beta k D$
0.00015	12	1	0.0018
0.0001	12	1	0.0012
0.00017	12	1	0.00204
0.00015	8	1	0.0012
0.00015	15	1	0.00225
0.00015	12	0.6	0.00108
0.00015	12	2.6	0.00468

### 4. 参考文献

[1] 浦島充佳、「感染症流行モデル」  
[dr-urashima.jp/pdf/kaneki-2.pdf](http://dr-urashima.jp/pdf/kaneki-2.pdf)

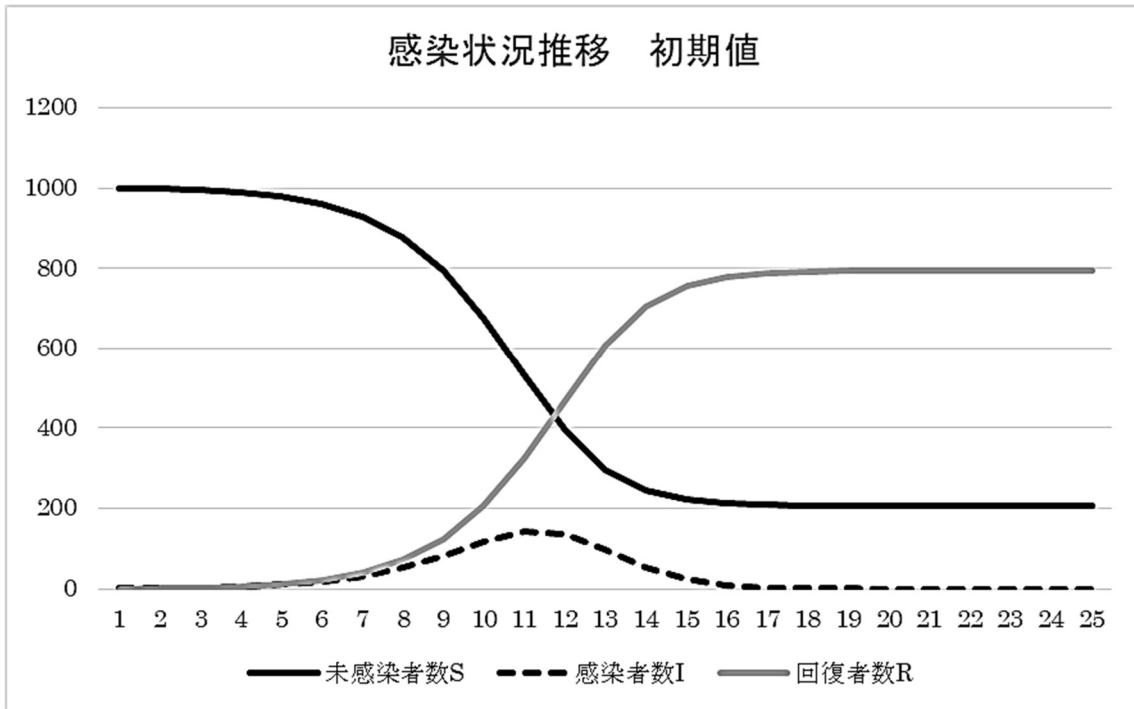


図1 初期値における感染状況の推移

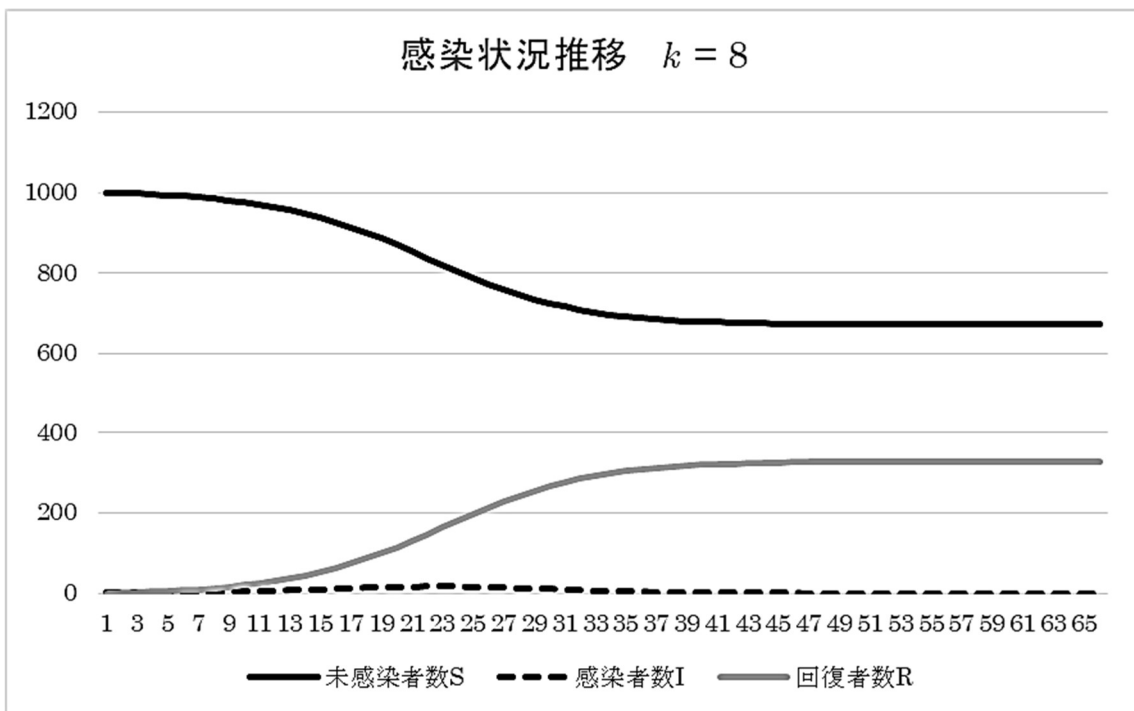


図2  $k = 8$  のときの感染状況の推移

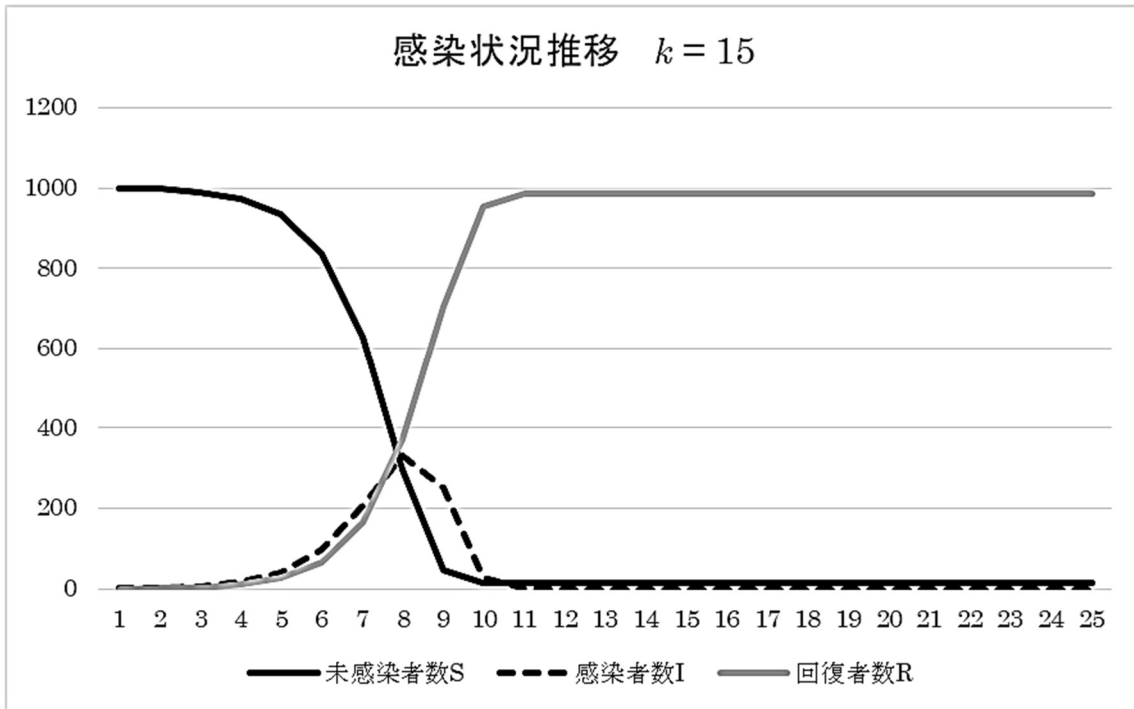


図3  $k = 15$  のときの感染状況の推移

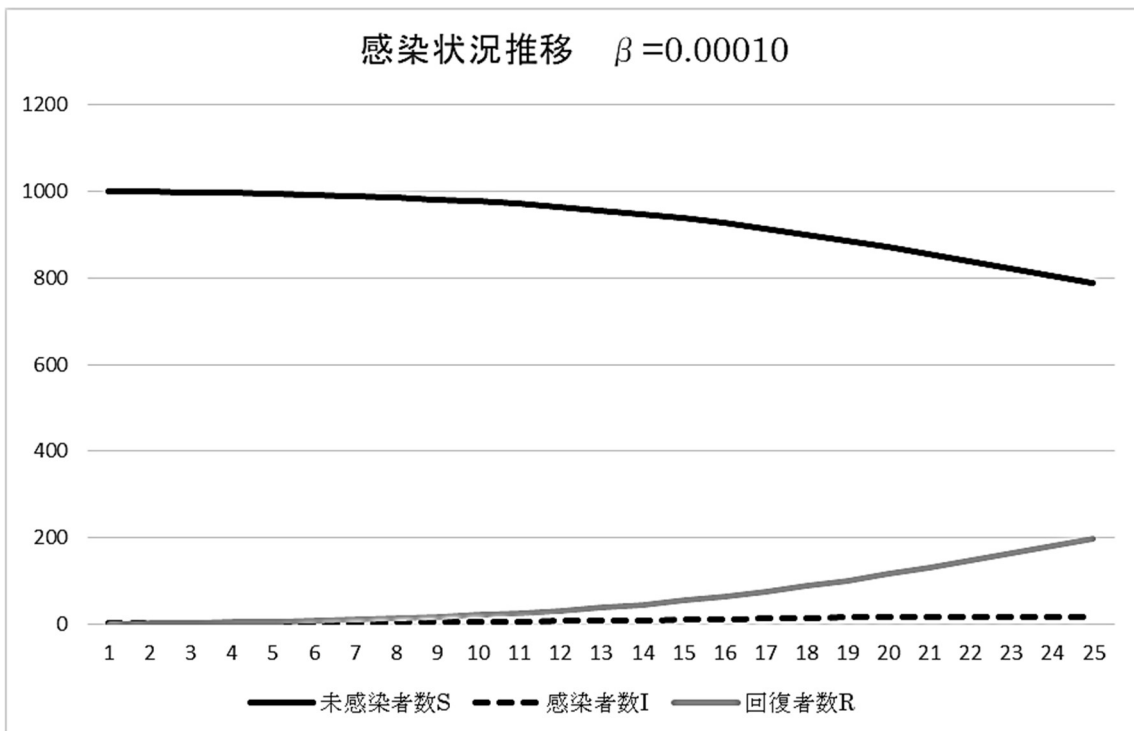


図4  $\beta = 0.00010$  のときの感染状況の推移

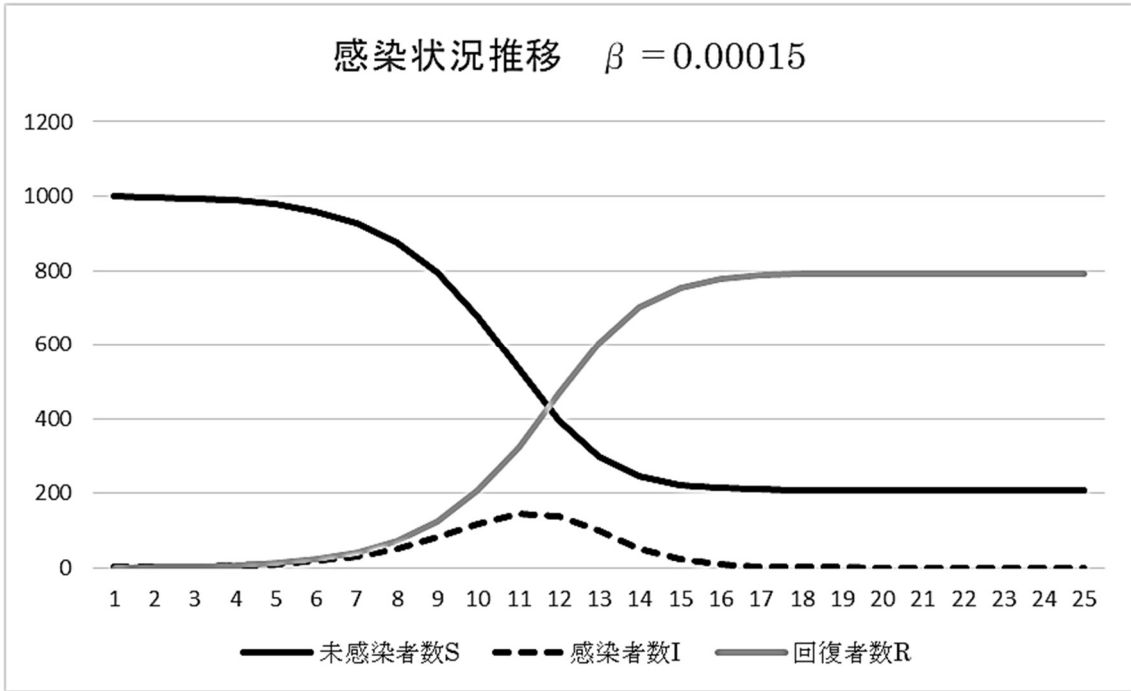


図5  $\beta = 0.00015$  のときの感染状況の推移

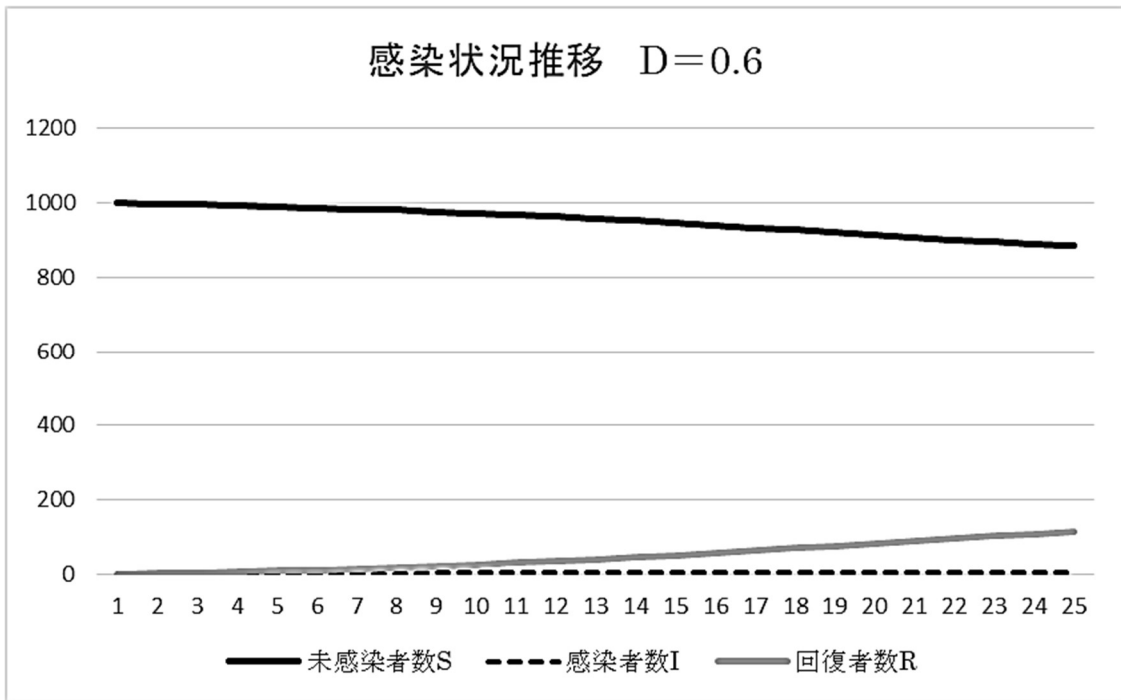


図6  $D = 0.6$  のときの感染状況の推移

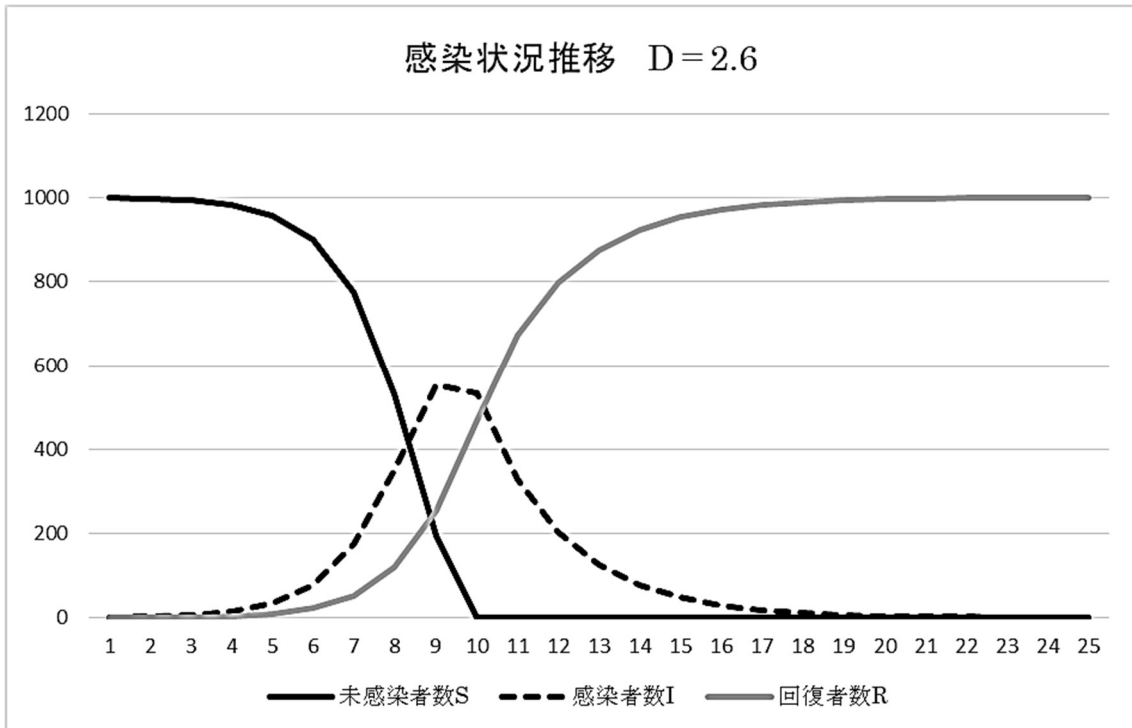


図7  $D = 2.6$  のときの感染状況の推移