

# 日本ジュニア数学オリンピック出題問題を再考する

2年A組 横井 煌征  
担当教員 川口 慎二

## 1. 要約

私はサイエンス研究会では数学班と物理班に所属し、現在では両方で研究を行っている。今回は、日本ジュニア数学オリンピックで過去に出題されたある問題について、条件を変えて考察した。

キーワード 三平方の定理、三角形、比、三角比

## 2. 研究の背景と目的

私は数学に対して興味があり、特に数学オリンピックは入学前から知っていたことでより関心があった。そこで、日本ジュニア数学オリンピックの過去問から1題を取り上げて、問題の条件を変えて考えた。

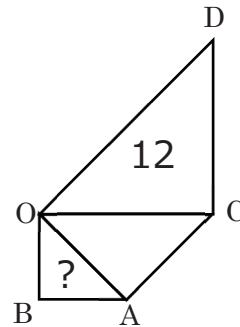


図1 オリジナルの問題の図

## 3. 研究内容

### 3-1 取り上げる問題について

数学オリンピックは歴史が長いので、膨大な数の問題が出題されてきたが、今回は2009年の予選に出題された問題について取り上げる。具体的な問題にはインターネット上に公開されている([1])。

#### 問題([1])

下図(図1)において、三角形OAB, OBC, OCDはそれぞれ $\angle OAB$ ,  $\angle OBC$ ,  $\angle OCD$ を直角とする直角二等辺三角形である。

三角形OCDの面積が12のとき、三角形OABの面積を求めよ。

### 3-2 問題の条件を変える

取り上げた問題では、設定として考える三角形がすべて直角二等辺三角形であるが、この条件を「二等辺三角形」や「正三角形」にして考えてみる。

#### (1) 三角形が正三角形の場合

##### 改題1

下図(図2)において、三角形OAB, OBC, OCDはそれぞれ正三角形である。

三角形OCDの面積が12のとき、三角形OABの面積を求めよ。

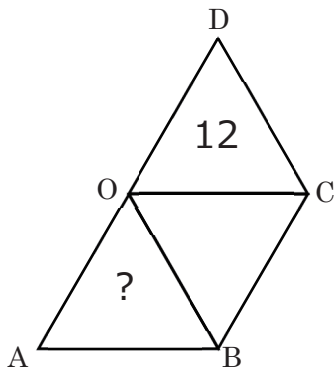


図2 三角形が正三角形の場合

上の図2では $\triangle OCD$ の面積が12であり、?部分( $\triangle OAB$ )の面積を問われているが、正三角形ではすべての辺の長さや角の大きさが等しいので、取り上げた問題のように面積が変わったりしない。よって、 $\triangle OAB$ の面積は12であるとすぐにわかる。

(2) 三角形が二等辺三角形の場合

改題2

下図(図3)において、三角形OAB, OBC, OCDはそれぞれ $OA=OB$ ,  $OC=BC$ ,  $OD=CD$ の二等辺三角形である。

三角形OCDの面積が12のとき、三角形OABの面積を求めよ。

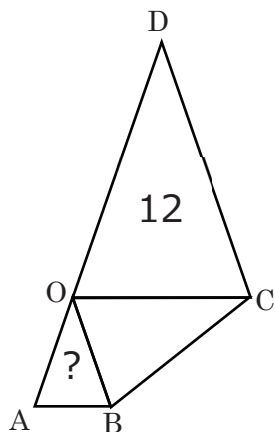


図3 三角形が二等辺三角形の場合

二等辺三角形の場合(図3)は底辺と斜辺の比によって、?の値が変わってくる。

一般的な解き方としては、図4のように二等辺三角形の頂点から底辺に向かって垂線をおろし、三平方の定理を用いて垂線と底辺の長さを大きい三角形から順に求めてき、最後の三角形で面積を求める方法がある。

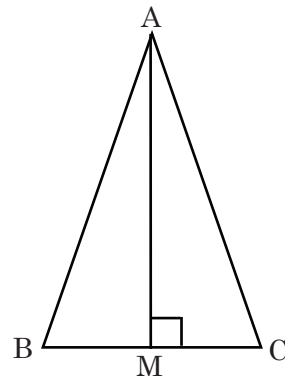


図4 底辺に垂線を下ろす

図4において、三平方の定理から、

$$AC^2 = AM^2 + CM^2$$

が成り立つので、 $CM$ を変数 $x$ に置くことにより、 $AM$ や $BC$ を $x$ の関数と見ることができる。これを適用して、一段階小さい三角形の斜辺を計算することができる。

(3) その他の三角形の場合

その他の三角形とは、先に例示したようないわゆる、「特別な(特徴的な)三角形」ではなく、もっと一般的な三角形のことである。

これらの場合は、二等辺三角形の場合のような方法で求めることはできないが、三角比や三角関数を使えばできると考えている。これが今後の課題である。

## 5. 参考文献

[1] 数学オリンピック財団 HP

<https://www.imojp.org/>

問題を公開している HP

<https://www.imojp.org/archive/>

challenge/index.html

[2] 2009 年日本ジュニア数学オリンピック

予選問題

<https://www.imojp.org/archive/>

challenge/old/jjmo7yq.html

