

# 「期待値」による立体四目並べの攻略

2年A組 萩井 麻都  
2年A組 小島 拓也  
2年A組 横井 煌征  
指導教員 川口 慎二

## 1. 要約

今回私たち SSH 数学班は、立体四目並べを有利にする指標としての「期待値」を導入し、解法を考えた。

キーワード 期待値、立体四目並べ

## 2. 研究の背景と目的

研究を開始した当時、私たちの中で立体四目並べが流行しており、大学生との交流でも立体四目並べをする機会があったため、このテーマで研究を始めることにした。考えられるパターンをコンピュータで計算するなどの案が出たが、今回は「期待値」を導入し、この問題に取り組むことにした。

以上が今回研究をするにあたっての立体四目並べのルールとする。

### 3-2 期待値の計算

## 3. 研究内容

### 3-1 立体四目並べの定義

「立体四目並べ」とは縦4マス、横4マス、奥行4マスの計64マスの立方体に駒を並べるゲームのことである。

ゲームの内容としては、

- ・プレイヤーは黒または白に分かれて対応した色の駒を一手ずつ交代で置いていく。
- ・縦、横、斜めのどれか一列でも4つそろえれば勝利となる。
- ・「期待値」は  $1/(\text{一列をそろえるのにかかる最短手数})$  とし、最短手数には黒白どちらの手も含む。この期待値をそろえた列の場所に与える。

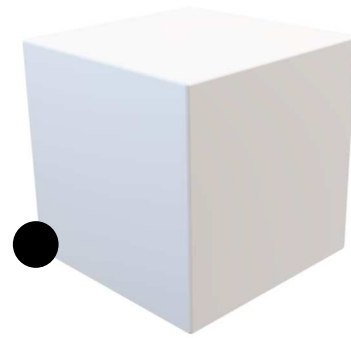


図1 原点と座標の設定

図1の黒丸を基準(原点座標)として、基準を含むようなそろえ方について調べていく。図1における原点座標を

$(0-1, 0-1, 0-1)$

と表す。ここで「0-1」は「0と1の間」という意味になる。

原点座標は高さ、横、奥(縦)の3辺、

立方体の3面上の対角線、対角線の7本が交わる場所なので、プレイヤーが後攻のときの原点座標の期待値は、

$$1/8+1/8+1/8+1/10+1/10+1/10+1/10=31/40$$

となる。ここで、

- ・ 1/8 は辺上に4つ並ぶ並び方の期待値
- ・ 1/10 は面上にできる対角線または対角線上に4つ並ぶ並び方の期待値

である。

他の場所を原点座標とする場合についても期待値を調べていくことにする。

#### ①プレイヤーが後攻の場合

先述の通り、

- ・ 辺上に4つ並ぶ並び方の期待値は1/8
- ・ 面上にできる対角線または対角線上に4つ並ぶ並び方の期待値は1/10

である。よって、

$$(0-1, 0-1, 0-1)=31/40$$

$$(0-1, 0-1, 1-2)=19/40$$

$$(0-1, 0-1, 2-3)=19/40$$

$$(0-1, 0-1, 3-4)=31/40$$

$$(0-1, 1-2, 0-1)=19/40$$

$$(0-1, 1-2, 1-2)=19/40$$

$$(0-1, 1-2, 2-3)=19/40$$

$$(0-1, 1-2, 3-4)=19/40$$

$$(0-1, 2-3, 0-1)=47/120$$

$$(0-1, 2-3, 1-2)=47/120$$

$$(0-1, 2-3, 2-3)=47/120$$

$$(0-1, 2-3, 3-4)=47/120$$

$$(0-1, 3-4, 0-1)=13/20$$

$$(0-1, 3-4, 1-2)=7/20$$

$$(0-1, 3-4, 2-3)=7/20$$

$$(0-1, 3-4, 3-4)=13/20$$

$$(1-2, 0-1, 0-1)=19/40$$

$$(1-2, 0-1, 1-2)=31/40$$

$$(1-2, 0-1, 2-3)=31/40$$

$$(1-2, 0-1, 3-4)=19/40$$

$$(1-2, 1-2, 0-1)=19/40$$

$$(1-2, 2-3, 0-1)=47/120$$

$$(1-2, 3-4, 0-1)=7/20$$

$$(1-2, 1-2, 1-2)=31/40$$

$$(1-2, 1-2, 2-3)=31/40$$

$$(1-2, 1-2, 3-4)=19/40$$

$$(1-2, 2-3, 1-2)=31/40$$

$$(1-2, 2-3, 2-3)=83/120$$

$$(1-2, 2-3, 3-4)=47/120$$

$$(1-2, 3-4, 1-2)=1/4$$

$$(1-2, 3-4, 2-3)=77/120$$

$$(1-2, 3-4, 3-4)=7/20$$

$$(2-3, 0-1, 0-1)=19/40$$

$$(2-3, 0-1, 1-2)=19/40$$

$$(2-3, 0-1, 2-3)=19/40$$

$$(2-3, 0-1, 3-4)=19/40$$

$$(2-3, 1-2, 0-1)=31/40$$

$$(2-3, 1-2, 1-2)=31/40$$

$$(2-3, 1-2, 2-3)=31/40$$

$$(2-3, 1-2, 3-4)=31/40$$

$$(2-3, 2-3, 0-1)=47/120$$

$$(2-3, 2-3, 1-2)=83/120$$

$$(2-3, 2-3, 2-3)=83/120$$

$$(2-3, 2-3, 3-4)=47/120$$

$$(2-3, 3-4, 0-1)=7/20$$

$$(2-3, 3-4, 1-2)=7/20$$

$$(2-3, 3-4, 2-3)=7/20$$

$$(2-3, 3-4, 3-4)=7/20$$

$$(3-4, 0-1, 0-1)=31/40$$

$$(3-4, 0-1, 1-2)=19/40$$

$$(3-4, 0-1, 2-3)=19/40$$

$$(3-4, 0-1, 3-4) = 31/40$$

$$(3-4, 1-2, 0-1) = 3/8$$

$$(3-4, 1-2, 1-2) = 19/40$$

$$(3-4, 1-2, 2-3) = 19/40$$

$$(3-4, 1-2, 3-4) = 3/8$$

$$(3-4, 2-3, 0-1) = 47/120$$

$$(3-4, 2-3, 1-2) = 47/120$$

$$(3-4, 2-3, 2-3) = 47/120$$

$$(3-4, 2-3, 3-4) = 47/120$$

$$(3-4, 3-4, 0-1) = 13/20$$

$$(3-4, 3-4, 1-2) = 7/20$$

$$(3-4, 3-4, 2-3) = 7/20$$

$$(3-4, 3-4, 3-4) = 13/20$$

$$(1-2, 0-1, 0-1) = 40/77$$

$$(1-2, 0-1, 1-2) = 40/77$$

$$(1-2, 0-1, 2-3) = 40/77$$

$$(1-2, 0-1, 3-4) = 40/77$$

$$(1-2, 1-2, 0-1) = 40/77$$

$$(1-2, 2-3, 0-1) = 40/77$$

$$(1-2, 3-4, 0-1) = 54/77$$

$$(1-2, 1-2, 1-2) = 505/693$$

$$(1-2, 1-2, 2-3) = 505/693$$

$$(1-2, 1-2, 3-4) = 54/77$$

$$(1-2, 2-3, 1-2) = 661/1001$$

$$(1-2, 2-3, 2-3) = 661/1001$$

$$(1-2, 2-3, 3-4) = 316/693$$

$$(1-2, 3-4, 1-2) = 460/1309$$

$$(1-2, 3-4, 2-3) = 460/1309$$

$$(1-2, 3-4, 3-4) = 460/1309$$

## ②プレイヤーが先攻の場合

この場合は、

- ・辺上に4つ並ぶ並び方の期待値は1/7
- ・面上にできる対角線または対角線上に4つ並ぶ並び方の期待値は1/11

である。よって、

$$(0-1, 0-1, 0-1) = 61/77$$

$$(0-1, 0-1, 1-2) = 40/77$$

$$(0-1, 0-1, 2-3) = 40/77$$

$$(0-1, 0-1, 3-4) = 61/77$$

$$(0-1, 1-2, 0-1) = 316/693$$

$$(0-1, 1-2, 1-2) = 316/693$$

$$(0-1, 1-2, 2-3) = 316/693$$

$$(0-1, 1-2, 3-4) = 316/693$$

$$(0-1, 2-3, 0-1) = 388/1001$$

$$(0-1, 2-3, 1-2) = 388/1001$$

$$(0-1, 2-3, 2-3) = 388/1001$$

$$(0-1, 2-3, 3-4) = 388/1001$$

$$(0-1, 3-4, 0-1) = 740/1309$$

$$(0-1, 3-4, 1-2) = 460/1309$$

$$(0-1, 3-4, 2-3) = 460/1309$$

$$(0-1, 3-4, 3-4) = 740/1309$$

$$(2-3, 0-1, 0-1) = 40/77$$

$$(2-3, 0-1, 1-2) = 40/77$$

$$(2-3, 0-1, 2-3) = 40/77$$

$$(2-3, 0-1, 3-4) = 40/77$$

$$(2-3, 1-2, 0-1) = 316/693$$

$$(2-3, 1-2, 1-2) = 442/693$$

$$(2-3, 1-2, 2-3) = 442/693$$

$$(2-3, 1-2, 3-4) = 316/693$$

$$(2-3, 2-3, 0-1) = 388/1001$$

$$(2-3, 2-3, 1-2) = 661/1001$$

$$(2-3, 2-3, 2-3) = 661/1001$$

$$(2-3, 2-3, 3-4) = 388/1001$$

$$(2-3, 3-4, 0-1) = 460/1309$$

$$(2-3, 3-4, 1-2) = 460/1309$$

$$(2-3, 3-4, 2-3) = 460/1309$$

$$(2-3, 3-4, 3-4) = 460/1309$$

$$(3-4, 0-1, 0-1) = 61/77$$

$$(3-4, 0-1, 1-2) = 40/77$$

(3-4, 0-1, 2-3)=40/77  
(3-4, 0-1, 3-4)=61/77  
(3-4, 1-2, 0-1)=316/693  
(3-4, 1-2, 1-2)=316/693  
(3-4, 1-2, 2-3)=316/693  
(3-4, 1-2, 3-4)=316/693  
(3-4, 2-3, 0-1)=388/1001  
(3-4, 2-3, 1-2)=388/1001  
(3-4,2-3,2-3)=388/1001  
(3-4,2-3,3-4)=388/1001  
(3-4,3-4,0-1)=740/1309  
(3-4,3-4,1-2)=460/1309  
(3-4,3-4,2-3)=460/1309  
(3-4,3-4,3-4)=740/1309

となる。

### 3-3 データの考察

先の期待値のデータからわかることは、「序盤は駒を隅に置いて、中盤は中心部分に置くと、ゲームに有利である」ということである。

先攻後攻については、最初に置ける先攻が有利だが、置くとアドバンテージが得られる場所は偶数個なのであまり大差がないと考えられる。

### 4. 今後の課題点

今回の研究でももとの疑問や問題は解決できた。立体四目並べだけについてこのような期待値を用いた研究を行っているの、他のゲーム(オセロ等)にも応用できないかというのが現在の新しい課題点である。

### 5. 参考文献

[1] 使用したアプリ

<https://play.google.com/store/apps/details?id=jp.rc.Cubic.Connect4&hl=ja&gl=US&pli=1>

### 6. 謝辞

今回御協力を賜りました川口先生には誠に感謝を申し上げます。