

融合授業案 4年 物理基礎と数学

題材 「重力下における落体の運動と2次関数」

1. 授業のねらい

自由落下や投げ上げ運動では、物体の変位と時間の関係が2次関数で表される。一方、水平投射や放物線運動などはx方向の変位とy方向の変位の関係も2次関数で表され、物体の軌跡は2次関数を描く。一方、実際の変位の導出はxy方向の運動を別々に捉えて立式するため、2次関数として理解することが難しいと感じる生徒が多い。そこで本授業では、以下の点を目標として教材開発を行った。なお、プログラミングの言語には、processingを用いた。

- ・ 自由落下のシミュレーションのサンプルコードを編集して水平投射や斜方投射の軌跡を描くことで、各運動の関連性を見出させる。
- ・ 上記のようにxy方向を別々に関数化した物体の軌跡が2次関数となることを体感し、物体の運動の様子から直感的に2次関数としての性質と媒介変数について理解を深める。
- ・ プログラミングを用いることで、シミュレーションの有用性を体感させる。

2. 教材案

単元：物理基礎・落体の運動（自由落下など）

(1) 数学の授業における2次関数と力学現象の関連づけ

数学の2次関数の授業において、以下のような力学の題材を扱う。

今年の野球界は、メジャーリーグに挑戦する大谷翔平選手（エンゼルス）に注目が集まっていますが、そんな彼の球速を利用した問題です。なお、この問題ではボールの回転、風などの空気抵抗を考えないものとします。

(問) 大谷選手がボールを時速162kmで真上に投げる。投げ始めの高さを0m、投げてからx秒後の高さをy[m]とし、 $y = -5x^2 + ax$ で表されるとする。

- ・ ボールが最も高いところに到達するのは投げてから何秒後か。また、そのときの高さは何mか。
- ・ ボールが大谷選手のところ（つまり高さ0mのところ）に戻ってくるのは投げてから何秒後か。

(2) 物理基礎の授業における重力下での落体運動の学習

- ①自由落下や鉛直投げ上げ運動の仕組みなど、基本事項について学習する。
- ②水平投射・斜方投射の基本事項について学習する。この際、x方向とy方向の運動を分けて考察し、この2式からtを消去することで物体の軌跡（xとyの2次関数）が得られることを示す。

例) 水平投射

$$x = v_0 t$$

$$y = \frac{1}{2} g t^2$$



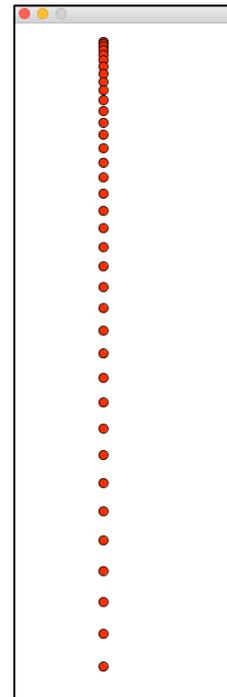
$$y = \frac{g}{2v_0^2} x^2$$

- ③processingで作成した自由落下のシミュレーションを表すサンプルコードを提示する。
- ④③のサンプルコードを編集して、以下の運動のシミュレーションを作り出すように指示する。
 - ・ 鉛直投げ上げ運動
 - ・ 水平投射
 - ・ 放物線運動
- ⑤④で得られた軌跡が2次関数であることを確認し、tの媒介変数としての性質を示す。

参考：サンプルコード・プログラムの実行画面

① 自由落下

```
jiyurakka
1 PVector position1;
2 PVector velocity1;
3 PVector gravity;
4
5
6 void setup(){
7   size(800,800);
8   background(255);
9   position1 = new PVector(100, 20); //first position
10  velocity1 = new PVector(0.0/10, 0.0/10);
11  gravity = new PVector(0.0/3, 9.8/10);
12 }
13
14 void draw(){
15   position1.add(velocity1);
16   velocity1.add(gravity);
17
18
19   ellipse(position1.x, position1.y,10,10);
20   fill(255,50,20);
21
22   if(position1.y > 700){
```



② 自由落下と水平投射

```
suiheitosya
1 PVector position1;
2 PVector velocity1;
3 PVector gravity;
4 PVector position2;
5 PVector velocity2;
6
7 void setup(){
8   size(800,800);
9   background(255);
10  position1 = new PVector(100, 20); //first position
11  velocity1 = new PVector(0.0/10, 0.0/10);
12  position2 = new PVector(120, 20); //first position
13  velocity2 = new PVector(100/10, 0.0/10);
14  gravity = new PVector(0.0/3, 9.8/10);
15 }
16
17 void draw(){
18   position1.add(velocity1);
19   velocity1.add(gravity);
20   position2.add(velocity2);
21   velocity2.add(gravity);
22 }
```

