

融合授業案 5年 物理と数学

題材 「光の屈折とフェルマーの原理」

1. 授業のねらい

この授業では、「光の屈折」を切り口として、数学化による物理現象の解明を試みる。屈折経路は、光が進むときにかかる時間が最短となる「光の最小作用の原理(フェルマーの原理)」に従う。屈折という現象を時間的な尺度で捉えるためには、現象を幾何学的にモデル化し、微分によって極値を求めるという数学的な解釈が必要となる。本授業では、数学と物理の授業の中で、切り口を変えて極値問題を扱い、「数学で学んだ知識が物理現象の解析に適用できるのではないか？」という気づきを与えたい。先行する数学の授業内では、「海難救助問題」を通して、進行速度が異なる媒質中での移動時間の極小値を考えている。その後、物理の授業の中で、「光の屈折経路が持つ意味」について考える。光の屈折が媒質中を進む光の速度の違いによって起こることをふまえて、数学の授業で思考した海難救助問題との類似性を発見できるかが鍵となる。

2つの授業を通して、すでに生徒が学習している「幾何学的なモデル化」や「微分」という数学的なアプローチを、物理現象の解析に適用しようとする姿勢や態度が涵養され、実際に数学的手法を用いて現象を解析する能力が強化されると考える。

2. 教材案

(1) 数学の授業

【指導目標(評価の観点)】

- ・海難救助問題を、数学的に関数で表すことができないか考えることができる。(数学的な考え方)
- ・最短距離と最短時間の違いを理解することができる。(知識・理解)
- ・実際に最短距離や最短時間を求めることができる。(技能)

指導案(数学)

時間	学習活動 ○予想される生徒の反応	指導上の留意点 ☆教師の発問	評価の観点
展開1 (10分)	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"><p>課題2 浜辺で日光浴をしていたA君は、遠くで溺れている子ども(B君)が見えた。A君は、無我夢中で溺れているB君に向かって走り出し、無事に助けることができた。しかしあとで、どの地点で海に飛び込めば一番よかったのだろうか、考えてみた。さて、その地点はどこだろう。</p><p>(1) 課題1と課題2は、よく似た問題に見えるが、どこが違うだろうか。 (2) 地点Pを求めなさい。</p></div> <p>・問題をモデル化して考える。 ○最短距離ではなく、最短時間を求める問題だと気づく。</p>	☆課題1と課題2の違いは何か。	最短距離と最短時間の違いを理解することができる。【知】

展開2 (20分)	<ul style="list-style-type: none"> 時間tを距離xの式で表し、xがどんなときにtは最小値をとるのかを考える。 ○三平方の定理を用いて、時間と距離に関する式を立式できる。 ・グラフから、極小値をとるときが、最小値となることが読み取れる。 	<ul style="list-style-type: none"> ☆速度も考慮したうえで、時間tを距離xの式で表すことができないか。 ・生徒の考えた式を全体に紹介し、関数をgeogebraで示す。 	<p>時間と距離について、関数で表すことができる。【数】</p> <p>最短時間を求めることができる。【技】</p>
まとめ (5分)	<p>海難救助問題のように、時間や速度などさまざまな要因がある問題でも、数式から答えを導くことができるのだと考える。</p> <p>○最短距離と最短時間が同じであることに気づく。</p>		

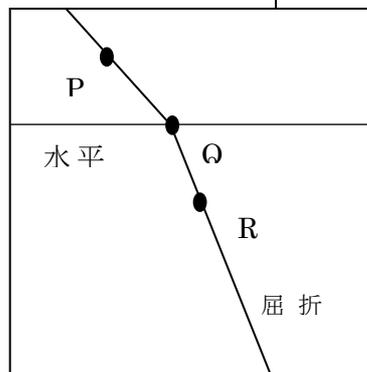
(2) 物理の授業

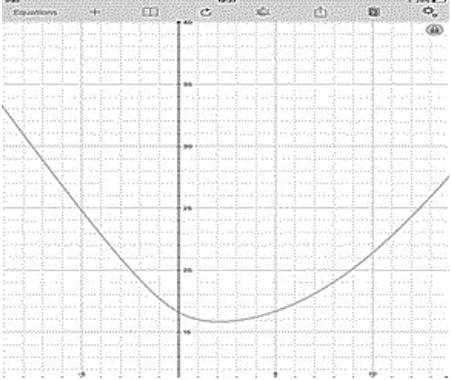
【教材観】

フェルマーの原理とは、「光は進むのにかかる時間が最小になる経路を通る」という幾何光学における概念であり、光の屈折経路を直線的に扱うことができる。実際の屈折経路は直線的に見えるため、目で見ている形を利用して解析ができる利点がある。さらに、フェルマーの原理を扱うことで発展的な学習が期待される。それは、「物理現象を表す関数の極値が特別な意味を持つ」という視点の獲得である。「目の前で見ている光の屈折経路は、光が進むのにかかる時間が極小となるルートになっている」という事実を知ったとき、その本質の奥深さに感動するだろう。「モデル化」や「微分」という、数学化サイクルによって現象の本質的理解へと導くことができる点がこの教材の魅力の一つである。

指導案 (理科)

	生徒の学習活動	教師の活動と留意点	評価の観点
導入 (5分)	<ul style="list-style-type: none"> ・スネルの法則について復習する。 	<ul style="list-style-type: none"> ・スネルの法則を「ホイヘンスの原理」から導いたことを思い出させる。 	スネルの法則を説明できる。
展開1 (10分)	<p>[実験]</p> <ul style="list-style-type: none"> ・光の屈折経路をグラフ用紙に再現し、 1.水槽にグラフ用紙をクリップで挟む。このとき、水槽の水平線とグラフ用紙の平行線が重なるようにする。 2.実験1と同じ手順で、光の屈折経路をつくる。 3.以下の3点をグラフ用紙に写し、屈折経路をグラフ用紙上で再現する。 ①光が空气中で通過している任意の点P ②屈折の境界点Q ③光が水中で通過している任意の点R ・実験で得られたグラフから、水と空気の相対屈折率をもとめる。 	<p>[実験]</p> <ul style="list-style-type: none"> ・入射角、屈折角を定量的に測定させる。 ・境界点Qを中心に円を書き、入射角と屈折角の正弦の比を求めるように指示する。 	正しい実験手順をふみ、水の屈折率を測定できる。



<p>展開2 (25分)</p>	<p>[教師の発問]</p> <p>光源から光を当てるとき、点Pから出た光が点Qに到達する光の経路は1通りしかない。この経路はスネルの法則によって定義されているため、その法則に従う1通りの経路に決まることがわかる。</p> <p>『なぜ、光はこの経路で屈折するのだろうか？この経路には、光にとってどんな意味を持つのだろうか？』</p>		<p>光の屈折経路がもつ特徴について、時間の観点から考えることができる。</p>
	<p>[予想される生徒の答え]</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ホイヘンスの原理から、速度が異なると光は屈折する。 ・速度が異なるということは、到達するまでの時間にも関係がある。 ・この経路は前に数学の授業で考えたことがある（見たことがある）。 ・光の経路は最短時間かもしれない。 		
<p>展開3 (20分)</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・iPadを用いて、P,Rを固定し、境界線上でQを動かしたときの到達時間のグラフを書く。 ・グラフが最小値をとる位置が実験で得られたQの位置と一致することを確かめる。  <p>iPadの画面</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・生徒にiPadを渡し、事前に学習した海難救助問題を思い出して、到達時間のグラフを書くように言う。 	<p>GeoGebraを使って、光の屈折経路が最短時間であることを確かめられる。</p>
<p>まとめ (5分)</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・フェルマーの原理を学習する。 	<ul style="list-style-type: none"> ・フェルマーの原理を説明する。 	