

# 純正律における和音の数値解析

5年C組 辻 漣

5年A組 筱志馬

指導教員 河合士郎

## 1.要約

和音の周波数を分析し、音と感情の関係性を数理的に調べることを目的とした。

## 2.研究の背景と目的

クラシックやポップスといったアートとしての音楽や、それに限らない商業音楽や映画音楽など、我々の日常には多種多様な形で音楽を聞く機会がある。音楽が人々にもたらす感情は幅広く、高揚感を与える目的で作られたものや、恐怖心を煽るために計算されたものもある。

音が生み出す感情に興味を持ち、音の響きとそこから誘起される感情を分析するため、和音の協和度合の比較方法について分析した。また、既存の音楽と感情の関係についての研究では主にアンケート調査が用いられており、被験者によって結果が左右してしまう恐れがあったため、数値を用いた分析を行い客観的に調査することも目標とした。

## 3.研究内容

### 3.1 概要

音とそれによって引き起こされる快不快との関係性を、周波数をもとにした数値解析によって調べた。

### 3.2 前提条件

単純に“音”といっても様々な要素があるが、今回の研究では特に音の響きや協和性

を重視するため振動数に着目した。また、感情の種類や程度を定義することは難しく主観的になってしまう可能性があるため、感情を単純化し快不快の量的違いで表した。

また、和音と快不快の関係について、「協和音は構成音同士が調和して安定感をもたらす音であり、不協和音は調和がなくその不安定な響きから不快感をもたらす音である」と定義した。

### 3.3 仮説

ピタゴラスの「和音を構成する音の周波数の比が単純であれば協和音であり、複雑であれば不協和音である」という説に基づけば、構成音の周波数比の複雑さを比較すべきである。しかし、比の複雑さの比較に関しては定義されていないため、比の複雑さを比較する方法に類似した手法で、ピタゴラスの説に沿った比較が行えると考えた。

そこで、純正律の周波数の定義に用いられている基準音からの周波数比を元に、波形がサインカーブを描く純音のみで構成された和音の波の周期を用いることで、比の複雑さを判断できるのではないかと考えた。構成音の周波数比が複雑であれば各音

の周期が一致しにくくなり和音の音波（各構成音の合成波）の周期が長くなる、という仮説を立て研究を行った。

### 3.4 方法

一般に純正律の定義で用いられる完全5度と長3度の組み合わせからなる基準音からの周波数比を元に、A4 (440Hz)を基準とした各音の周波数と、純音のA4の波形を  $f(x) = \sin x$  とした場合の各音の周期を求めた(図 a)。(本来、純音のA4の波形は  $f(x) = \sin 440x$  で表されるべきであるが、簡単のために上のようにした。)

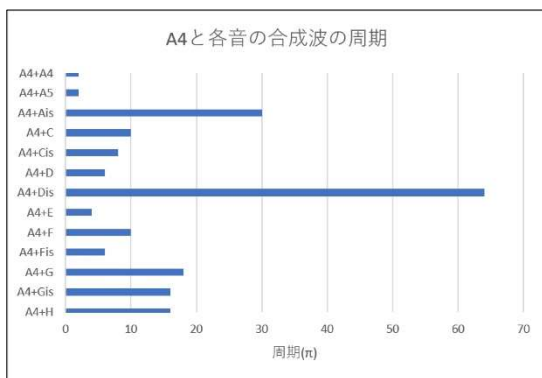
(図 a)

音名	A4	Ais	H	C5	Cis	D	Dis
A4との周波数比	1	$\frac{16}{15}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{6}{5}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{45}{32}$
周期	$2\pi$	$\frac{15\pi}{8}$	$\frac{16\pi}{9}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{8\pi}{5}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{45\pi}{32}$
音名	E	F	Fis	G	Gis	A	
A4との周波数比	$\frac{3}{2}$	$\frac{8}{5}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{16}{9}$	$\frac{15}{8}$	2	
周期	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{6\pi}{5}$	$\frac{9\pi}{8}$	$\frac{16\pi}{15}$	$\pi$	

### 4.結果

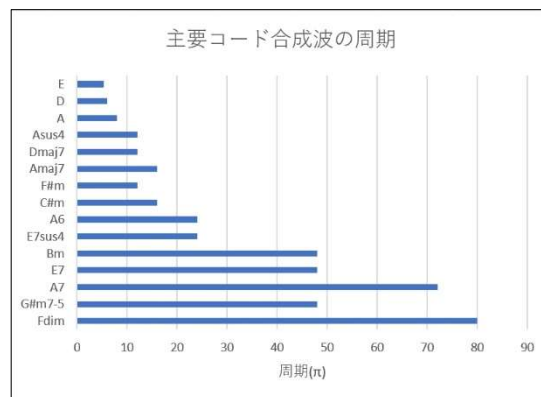
以上の定義よりA4と各音との合成波の周期を求めると、協和する順に完全五度、完全四度と長六度、長三度、短二度と短六度、(以下省略)となり、一般的に考えられている協和度合と概ね一致した。(図 b)

(図 b)



次に、主に曲中で使用されるコードについて同様の操作を行った。(図 c)

(図 c)



最も協和すると言われる主要三和音の周期が短くなり、一般に不協和音になるとされるノンダイアトニックコードの周期が長くなった。

また、最も協和すると考えられるAΔ (スケール内のIの和音)よりもEΔ (スケール内のVの和音)、DΔ (スケール内のIVの和音)の周期が下回った。

### 5.考察

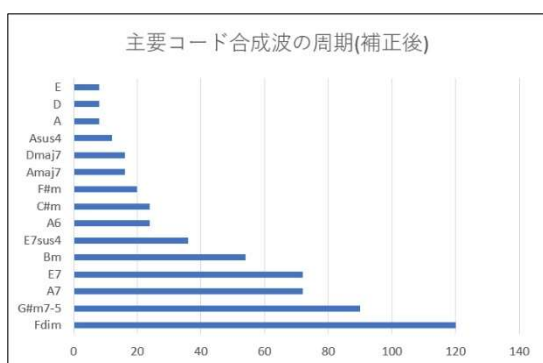
結果より、主要三和音の数値が小さく、ノンダイアトニックコードの周期が長くなったことから、今回用いた方法で、概ね和音の協和度合を分類できたといえる。

しかし、AΔと比べてEΔ、GΔの方がより周期が短いという結果が出た。これらの和音は主音からの各構成音の周波数の比率が一致しており、本来同一の複雑さであることが想定されるものである。周期を求めるという今回の方法は根音の違いに対応できないということが分かった。和音の構成音の周波数が高くなれば波長が短くなり、それに応じて合成波の周期も短くなっ

てしまう。根音の高さに左右されやすいという問題は、より厳密な和音の分類に支障をきたすと思われる。

以上を踏まえて、数値の補正を行う。コードの波形の周期を求める方法では、各構成音の比率はそのままに根音の周波数を高くした場合、周波数の上昇と反比例して周期が短くなり、比較に不都合が生じたため、根音をスケールの主音と一致させ、またそれに応じて構成音の周波数も同比率で変化させ、補正することにした(図 d)。この操作により構成音の周波数の比率のみを抽出し比較することが出来るが、「合成波の周期を求める」という点では相違するため、以降の値は実際の周期とは異なる。

(図 d)



この補正により AΔ、EΔ、GΔ がそれぞれ同一の値をとり、他の根音が違う和音に関しても比較する際に正確な値をとることが確認できた。

また、一連の操作で得られた数値の正確性を確認するため、Amaj7 にアヴェイラブルテンションを使用した和音 Amaj7(9,13) と、アヴォイドノートを使用した和音 Amaj7(9, ♭13) を比較した。アヴェイラブルテンションとは、和音に対して役割を変えることなく追加できる音を指す。和音の

いずれかの構成音に対して長九度音程にあること、調性内の音であること、の二つを満たしている必要があり、この条件を満たさない音は用いられるべきでない音 (アヴォイドノート) と呼ばれる。また、同様の条件である IV の和音の Dmaj7(9,13) と Dmaj7(9, ♭13) についても比較を行った。双方において、それぞれの後者は不協和音となり普通曲中では使用されることのない和音となっている。

結果として、補正後の合成波の周期について、Amaj7(9,13) は 48、Amaj7(9, ♭13) は 80 となり、後者の値がより大きくなった。また、Dmaj7(9,13) は 16 (補正前 12)、Dmaj7(9, ♭13) は 40 (補正前 30) となり、こちらも後者の値がより大きくなった。以上より、根音を一致させた場合、和音の協和度合は合成波の周期に比例すると言えることがわかった。

今回の研究では純正律を用いたが、現代で一般的に使用されているのは平均律である。そのため、平均律を前提とした音楽理論を今回の手法に引用すると、音律の違いによる誤差が発生するのではないかという懸念が生じた。これらの手法で和音の協和度合を比較することで、和声論、コード理論などの数理的な分析が可能になり、特定のコードがもたらす不快感や、複雑なコードの配置規則をさらに細かく分析することができるだろう。

## 6.謝辞

本探究活動においてご指導頂いた教員の皆様、活動について評価をくれた同講座の友人に御礼申し上げます。