

2006 年度 SSH 生徒研究発表会

研究冊子もくじ

あいさつ	p.2
SSH 生徒研究発表会プログラム	p.3
奈良女子大学附属中等教育学校のカリキュラム	p.4
みかんでも動くロボットの開発	p.7
結び目理論と DNA	p.15
セルロースの加水分解について	p.21
細胞サイズの変化と外環境の関係	p.25
太陽の光のスペクトルについて	p.29
3DCG を描くための方法の開発	p.33
ペルチェ素子の仕組み	p.41
モリアオガエルの成長と環境条件	p.47
異なる光の波長におけるプラナリアの分裂と再生実験	p.53
グラフで考える近畿地方	p.55
シカとヤギの糞の研究	p.59
粗密波は起きるのか	p.61
モーションキャプチャを利用した新しいマウスシステムの開発	p.65
ルービックキューブへの群論	p.69
奈良県立奈良高校のカリキュラム	p.81
トビムシと環境との相関関係について	p.82

ごあいさつ

本日は、本校サイエンス研究会の研究発表会におこしくださり、誠にありがとうございます。

サイエンス研究会は、本校が H17 年度にスーパーサイエンスハイスクール (SSH) に指定されたことに伴って設立されました。理科や数学が好きな生徒が集まって、個人やグループでユニークな研究テーマを持ち、毎日の昼休みや放課後を中心に活動しています。

日々の活動はもとより、SSH に関わる様々なプログラムに参加することを通じて、生徒らは相当な経験や知識を獲得しました。高校生や中学生の分け隔てなく議論し、学びあい、教えあう活動の様子は、本校の 6 年一貫校ならではの特色が表れています。

設立から一年以上が経過し、今年度は、様々なコンクールへの参加や研究発表会の開催などを積極的に行い、研究成果を外部に向けて発信しているところです。

研究発表をみていただいた皆様の率直なご意見が、生徒らの今後の励みとなります。何卒、ご指導賜りますよう、よろしく願いいたします。

末谷健志

<H18 年度サイエンス研究会の会員数>

1 年	27名
2 年	22名
3 年	7名

前期課程 (中学校)

4 年	11名
5 年	9名
6 年	3名

後期課程 (高校)

合計 79名

<H18 年度サイエンス研究会の活動記録>

4/25 今年度の会員募集および登録

5/8 6 年の会員 2 人が「物理チャレンジ」にエントリー (2 人とも入賞 ; 銀賞、優良賞)

5/10 7 つの研究グループを決定

数学班、低温物理班、シミュレーション班、ロボット班、化学班、生物班、天文班

7/2 本校オープンスクールでポスターセッション

7/12 奈良高校の研究発表大会に参加 (奈良市北部会館)

7/13 出前授業「かがくのひろば」 (奈良女子大学附属小学校)

8/17 SSH 全国大会にポスターセッション参加 (横浜市)

8/24~26 1,2 年対象「夏の学校」 (和歌山県白浜町)

9/16・17 本校学園祭でデモンストレーション

10/21 本校公開研究会で口頭発表およびポスターセッション

12/23~24 サイエンスツアー I (つくば市) ※京都 SSH 校と共催

2/16 サイエンス研究会研究発表会 (奈良女子大学講堂)

3/26~28 サイエンスツアー II (首都大学東京など)

SSH 生徒研究発表会プログラム

1. 日時 2007年2月16日(金) 13:00~16:30
2. 会場 奈良女子大学 講堂(奈良市北魚町)
3. 日程
 - 12:30~13:00 受付
 - 13:00~13:10 開会行事・概要説明
 - 13:10~16:00 研究発表
 - 物理班1 (モーションキャプチャを利用したロボットの開発)
 - 数学班 (結び目理論等)
 - 化学班 (セルロースの加水分解について)
 - <休憩>
 - 奈良高校生物班 (トビムシと環境との相関関係について)
 - 生物班 (外環境における細胞サイズの変化)
 - 地学班 (太陽光のスペクトル)
 - 物理班2 (3D グラフィックスエンジンの開発と応用)
 - 16:00~16:30 運営指導委員からの助言・閉会

平成18年度教育課程表

奈良女子大学附属中等教育学校

学年 時間	1年	2年	3年	4年	5年		6年	
	共通	共通	共通	共通	文系	理系	文系	理系
1	国語基礎 (4)	国語基礎 (4)	国語総合 (3)	国語総合(5)	現代文(2)	現代文(2)	現代文(2)	現代文(2)
2								
3								
4								
5	社会・地理 (3)	社会・歴史 (3)	現代社会 (2)	現代社会(2)	古典(2)	古典(2)	古典(2)	古典(2)
6								
7								
8	基礎数学Ⅰ (4)	基礎数学Ⅱ (4)	現代史 (2)	現代史(2)	古典講読(1)	古典講読(1)	日本史B(3) 世界史B(3) 地理B(3) *(3)	日本史B(3) 世界史B(3) 地理B(3) 政治・経済(3) *(3)
9								
10								
11	基礎理科Ⅰ (3) TA	基礎理科Ⅱ (4)	代数・幾何Ⅰ (2)	代数・幾何Ⅱ(3)	日本史B(3) 世界史B(3) 地理B(3) *(3)	化学Ⅰ(3)	世界史B(3) 政治・経済(3) △(0)or(3)	化学Ⅱ(4) △(0)or(4)
12								
13								
14	探究数学(1)	探究数学(1)	解析Ⅰ (3)	解析Ⅱ(2)	世界史B(3) 文化と社会(3) △(0)or(3)	物理Ⅰ(3) 生物Ⅰ(3) *(3)	化学Ⅰ(3) 生物Ⅰ(3) 地学Ⅰ(3) △0or(3)	物理Ⅱ(4) 生物Ⅱ(4) △(0)or(4)
15								
16								
17	音楽(2)	音楽(2)	自然探究Ⅰ 地球環境 (4)	自然探究Ⅱ ・物質とエネルギー ・生命科学 (4)	解析Ⅲ(3) 総合数学Ⅰ(3) *(3)	代数・幾何Ⅲ(3)	倫理(3) 発展現代文(2) 選択漢文(2) 基礎理科(2) △(0)or(2)or(3)	代数幾何Ⅳ・Ⅴ(3) △(0)or(3)
18								
19								
20	美術(2)	美術(2)	音楽(2) 美術(2) 生活デザイン(2) *(2)	音楽Ⅰ(2) 美術Ⅰ(2) 生活デザインⅠ(2) 科学と技術(2) *(2)	代数・幾何Ⅲ(3) 音楽Ⅱ(2) 美術Ⅱ(2) 生活デザインⅡ(2) △(0)or(2)or(3)	解析Ⅲ(3)	数学特論Ⅰ・Ⅱ(2) 総合数学Ⅱ(2) 地歴特論(2) △(0 or 2)	数学特論Ⅲ・Ⅳ(2) 芸術Ⅲ(2) △(0 or 2)
21								
22								
23	工創基礎1 生活基礎1 (3)	工創基礎2 生活基礎2 (2)	技術総合 家庭総合 (2)	家庭総合(2)	Reading(2) △(0)or(2)	Reading(2) △(0)or(2)	発展古文(2) 基礎古文(2) △(0)or(2)	解析Ⅳ・Ⅴ(5) △(0)or(5)
24								
25								
26	体育(3)	体育(2)	体育(3) (4講座一斉展開)	体育(2) (4講座一斉展開)	情報B(2) TA	情報B(2) TA	発展地歴(1) △(0 or 1)	体育(3)
27								
28								
29	Introductory English(S) (3)	Introductory English(S) (3)	Integrated English (2)	Integrated English (3)	体育(3) (4講座一斉展開)	体育(3) (4講座一斉展開)	Topic Studies(3)	Topic Studies(3)
30								
31								
32	NET(1)	NET(1)	NET(1)	NET(1)	生活科学(2)	生活科学(2)	Writing(2) Reading(2) △(0)or(2)or(4)	Writing(2) 生物Ⅰ(2) 物理Ⅰ(2) △(0)or(2)
33								
34								
35	NET(1)	NET(1)	NET(1)	NET(1)	生活科学(2)	生活科学(2)	Writing(2) Reading(2) △(0)or(2)or(4)	Writing(2) 生物Ⅰ(2) 物理Ⅰ(2) △(0)or(2)
36								
37								
38	道徳(1)	道徳(1)	環境学(2)	世界学(2)	Topic Studies(3)	Topic Studies(3)	Writing(2) Reading(2) △(0)or(2)or(4)	数理科学(2) 倫理(2) △(0)or(2)
39								
40								
41	HR(1)	HR(1)	HR(1)	HR(1)	Writing(0.5) NET(0.5) *(1)	Writing(0.5) NET(0.5) *(1)	HR(1)	HR(1)
42								
43								
44	道徳(0.5)	道徳(0.5)	道徳(0.5)	道徳(0.5)	HR(1)	HR(1)	HR(1)	HR(1)
45								
46								
短期集中 9月・12月	総合学習 探求	総合学習 探求	アカデミック ガイダンス	アカデミック ガイダンス	テーマ研究(0.5) △(0)or(1)	テーマ研究(0.5) △(0)or(1)	テーマ研究(0.5) △(0)or(1)	テーマ研究(0.5) △(0)or(1)

*選択必修: 標記の科目から必ず1科目を選択する △自由選択: 選択しなくてもよいし、選択するときはその単位数になるよう標記の科目から選択する

6年の数学科の科目については、半期毎に単位認定を行う(但し、「総合数学Ⅱ」を除く)

奈良女子大学附属中等教育学校 6年一貫SSHカリキュラム

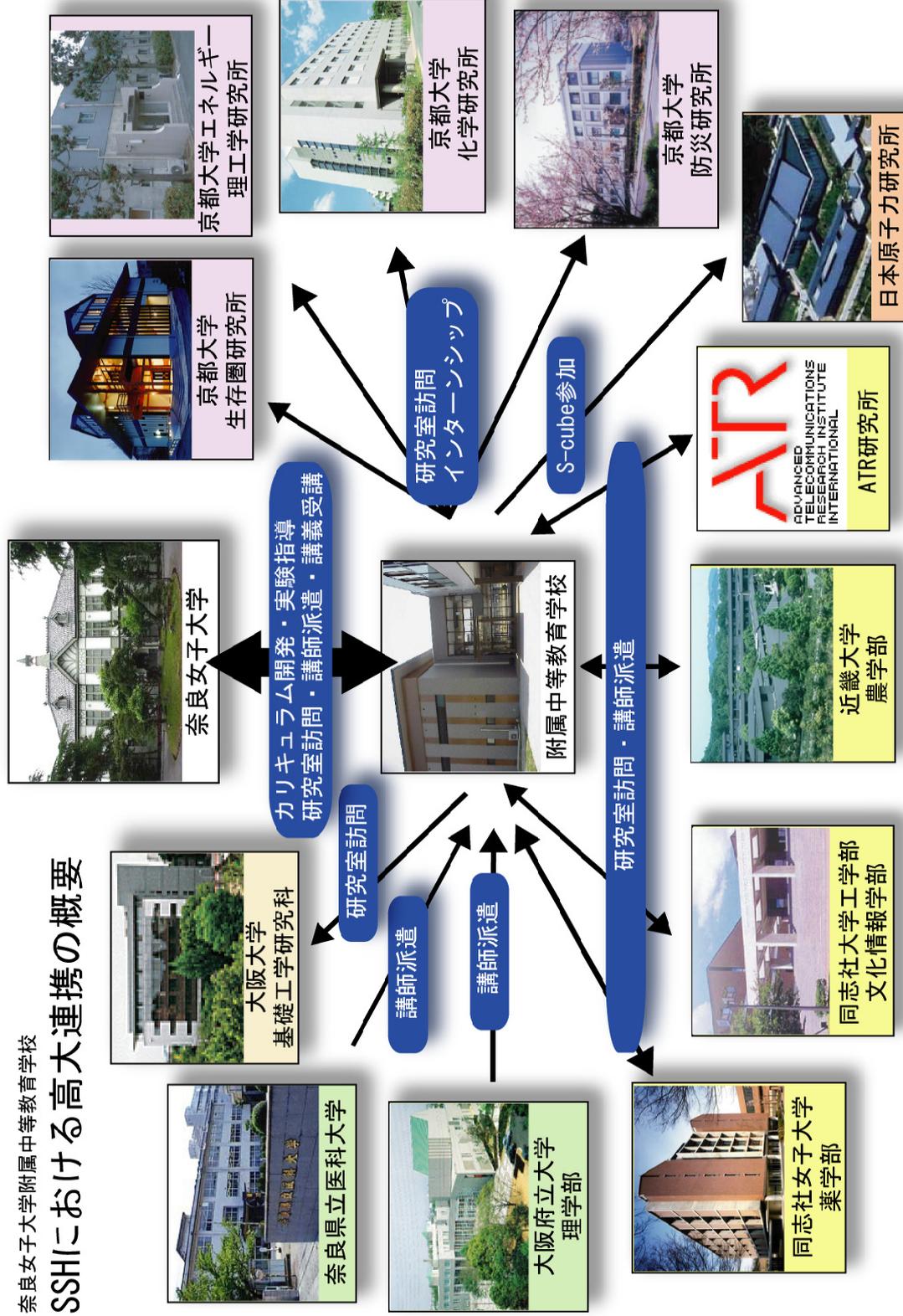
カテゴリー	1年	2年	3年	4年	5年	6年
授業	基礎・基本	「探究数学」 英語科20人授業 国語科「情報と表現」 創作科「情報基礎」	「環境学」 英語科「Integrated English」 国語科「表現」	「世界学」	「情報B」 英語科「Topic Studies」	
	数学的 リテラシー	作図ツールを活用した幾何学習 具体的操作活動 による幾何学習	グラフ電卓を活用した幾何学習			
	科学的 リテラシー	実験・観察技術の完全習得	理科「課題研究入門」		理科「課題研究」	
	問題解決能力	総合学習「探求」	「環境学」 「アカデミックガイダンス」 「NSL講座」	「世界学」		「数理科学」 「テーマ研究」
課外	基礎・基本		「サイエンス基礎講座」			
	数学的 リテラシー		AHS・梨花女子大学附属高校とのテレビ会議システムを利用した数学教育			
	科学的 リテラシー	「サイエンス夏の学校」	大学・研究所を訪問しての観察・実験			
	問題解決能力				「理数講義プログラム」 インターンシップ 本学の講義受講	

生徒全員が対象

「サイエンス研究会」・希望して選ばれた生徒が対象

奈良女子大学附属中等教育学校

SSHにおける高大連携の概要



みかんでも動くロボットの開発

3年A組 樋口幸太郎

3年B組 西田惇

3年C組 前澤俊哉

4年A組 中嶋研人

4年A組 岡田慎太郎

指導教諭 末谷健志

1 要約

私たちは、中学生と高校生の共同研究として、モーションキャプチャシステムをコントローラとして採用した遠隔操作可能なロボットを開発した。通信に LAN ネットワークを利用しているため、原理的には地球の裏側からでも操作が可能であり、ロボットのカメラがとらえた映像を、離れた PC でも閲覧できることなどが、特徴として挙げられる。また、任意の物体をコントローラとすることができるため、このロボットはみかんでも操作が可能である。

コントローラに用いた自作したモーションキャプチャシステムは、USB 接続のカメラを利用して、人間や物体の動きを記録できる。このシステムの特徴は、一台のカメラで物体の 3 次元座標を取得することが可能な点である。これを利用すると、3 次元空間を操作できる新しいマウスを実現することができるなど、様々な応用が可能である。

このモーションキャプチャシステムに加えて、無線 LAN や PC、PIC、サーボモータなどを組み合わせ、自前で“0 から”ロボットを作り上げた。

キーワード ロボット、LAN、モーションキャプチャ、PIC、Web カメラ

2 研究の背景

キットを組み立てて動かすロボットが多数市販されるようになったが、その内部の仕組みを知ることは難しい。そこで私達は、有線リモコンで操作するロボットや二足歩行ロボットを 0 から製作してきたが、遠隔操作をするにはコードを延長するしかなかった。そこで、無線 LAN やシリアル通信を使うことによって離れた位置からロボットを操作できるのではないかと思うに至った。

3 研究の目的

無線 LAN やシリアル通信を使うことによって離れた位置から直感的に操作できるというロボットを実現するためには、いくつかの課題を解決する必要がある。そのうちの 3 つをここで示す。(図 1)

研究 I

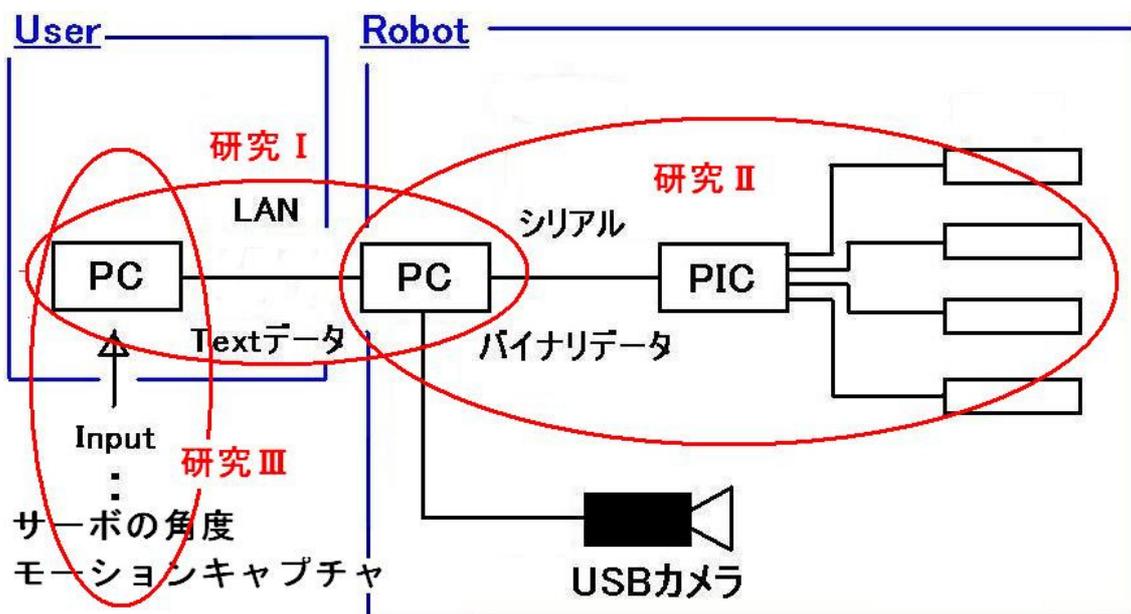
ユーザーから入力されたサーボモータの角度を、LAN ネットワークを経由して、ロボットと通信する。

研究 II

研究 I で送られてきた命令を読み取って、ロボットのサーボモータを制御するシステムを構築する。

研究 III

ロボットを操作するためのモーションキャプチャシステムの開発を行う。



<図 1 : 研究>

4 研究内容

(1) 概要と仮説

<研究 I 通信方法の研究>

① 概要

ロボットのサーボモータを動かすための Text ファイルの通信を Windows の共有フォルダ機能を用いて行った。これは、ネットワークプログラムより簡単な方法である。

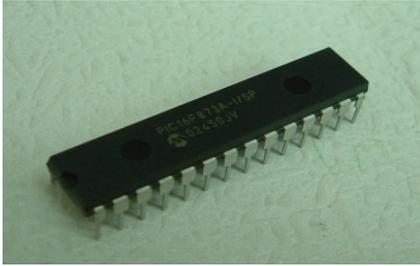
② 仮説

Windows の共有フォルダ機能を用いて、ロボットのサーボモータを動かすための Text ファイルを通信できる。

<研究 II その 1 二足歩行ロボットの開発>

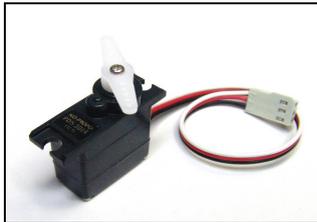
① 概要

サーボモータを制御する信号を生成するために、PIC を用いた。PIC とは、Microchip Technology 社が製造開発しているマイクロコンピュータである。PC からプログラムが可能で、非常に安価であるため、現在日本で普及しているマイコンの一つである。今回は 16F873A という PIC を用いた。(図 2)

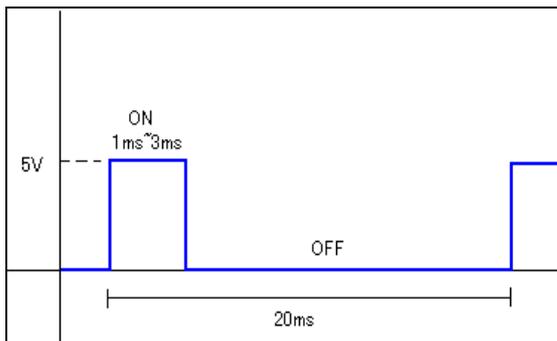


<図2：PIC マイコン>

また、サーボモータ(図3)とは、DCモータと違い、電圧と制御信号を与えることによって正確に回転位置を決めることができるモータである。信号は、PWMと呼ばれる信号を用いる。これは図4のようなパルス信号になっており、ONの時間を変化させることで、モータの回転位置を定められる。



<図3：サーボモータ>



<図4：パルス信号>

サーボモータを制御する信号を生成するユニットをサーボモータ用コントローラと呼ぶ。製作したコントローラはサーボ用の電源とPIC用の電源と、分けてある。なぜなら、電源を一つにまとめた場合、モータは大電流を必要とするためPICへの電源供

給が不安定になりプログラムがストップしてしまうと考えたからである。供給を安定して行うため9V電池からの電圧を下げ、PICが必要とする5Vを供給している。また、外部ハードウェア、ソフトウェアと通信するためにシリアル通信のレベル変換ICを搭載している。これにより、PCとの通信や他の機器との通信が可能になった。

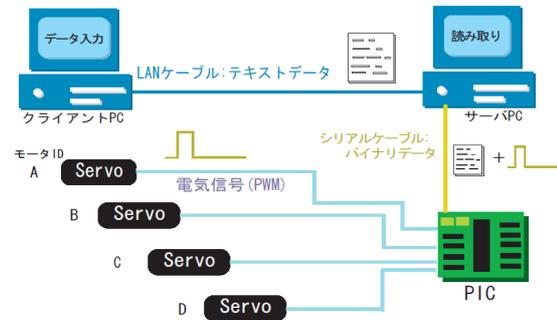
② 仮説

PICマイコンを用いて、サーボモータを制御し、二足歩行型ロボットを製作できる。

<研究Ⅱ その2 PCとPICの通信>

① 概要

PICでサーボモータを制御する技術を活用し、PCとPICをリンクさせ、クライアントPCからLAN経由で送られてきたテキストデータを、サーバPCを経由してPICに転送し、サーボモータの制御を行った。(図5)



<図5：通信>

② 仮説

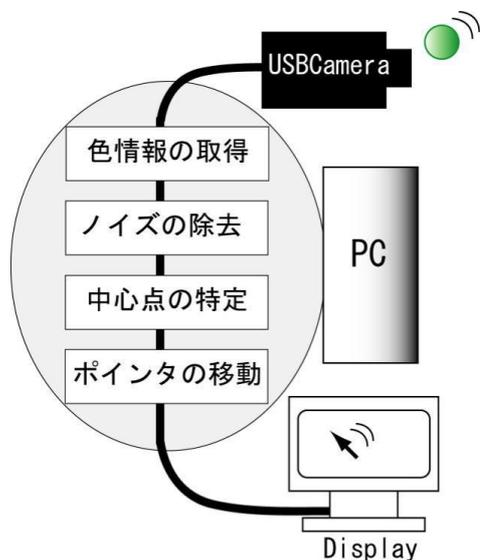
ネットワークを利用してサーボモータの制御信号を送受信し、ロボットアームを制御できる。

<研究Ⅲ モーションキャプチャの開発>

① 概要

私たちが開発したモーションキャプチャシステムは、図6で示すような処理を行うことで、物体の三次元座標を取得することができる。カメラに映し出された物体の色情報をフィルタにかけ、私たちが”重心法”や”弦法”などと称する方法を用いて物体の中心を計算する。このとき、物体が球に近似できる場合、球の半径を割り出すことができる。得られた半径は、カメラからの距離に逆比例すると考えられるので、奥行きを求めることができるのである。

ロボットのサーボモータを動かすためには、軸を回転させる角度を教えなければならない。その角度をモーションキャプチャで得た物体の座標情報で与えることによって、物体の動きとロボットの動きをリンクさせることができるのではないかと考えた。



<図6：モーションキャプチャ>

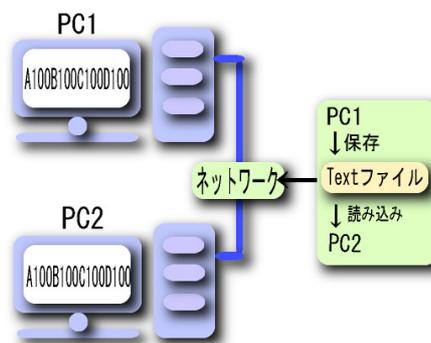
② 仮説

モーションキャプチャシステムを用いて人間や物体の動きでロボットの動きをコントロールすることができる。

(2) 研究方法

<研究Ⅰ 通信方法の研究>

実際にテキストファイルを通信するプログラムを **Borland C++Builder5** という開発環境を用いて作成した。プログラムの手順としては、以下の通りである。(図7)

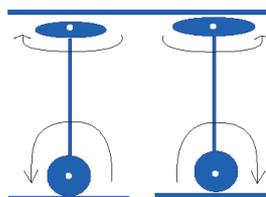


<図7：通信>

- i ネットワーク上のテキストファイルに PC 1 で入力されたデータを次々に保存していく。
- ii ネットワーク上に保存されたテキストファイルを PC 2 で連続的に読み込む。

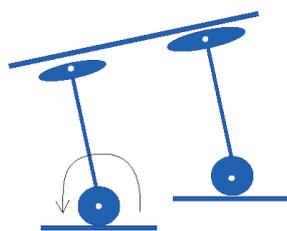
<研究Ⅱその1 二足歩行ロボットの開発>

二足歩行ロボットを実際に製作し、歩行させた。歩行方法は、次に示す手順である。ロボットの自由度が低いため、人間の歩きとはかなり違った歩き方をする。

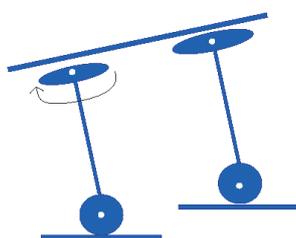


1つの足に、2つのサーボモータを配置した。

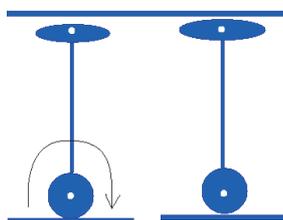
i 右足首を傾ける



ii 右足の太ももを回す



iii 右足の足首を元の位置に戻す



※右足も同様に行う。

※全体として、がに股歩行となる。

<研究Ⅱその2 PC と PIC の通信>

クライアント PC から、サーバ PC のファイルにサーボモータの ID(A~I)と数値をテキストに書き込み、保存する(これには、フォルダ共有機能を利用)。保存したテキストファイルをサーバ PC が、VB2005 で制作したソフトで読み込み、ID ごとのテキスト

の数値から、数字の数値に変換する。次に、PIC に対して、①ID②数値の順にシリアルケーブルを経由して送信する。PIC は ID ごとに送られてきた数値を PWM に変換し、サーボモータを制御する。データ例を下記に示す。(図 8)

A127B220C010D100
└──────────┘ 回転角
└──┘ サervo ID

<図 8 : データ例>

<研究Ⅲ モーションキャプチャの開発>

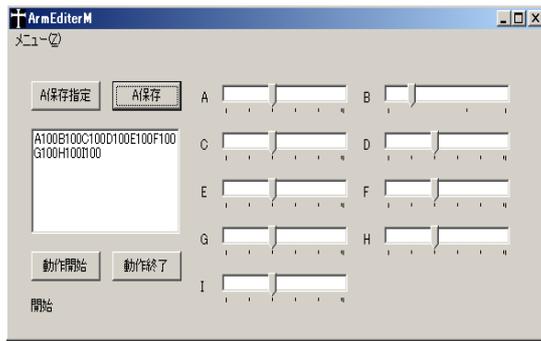
モーションキャプチャシステムによって取得した物体の三次元座標を、x 座標をロボットカメラの水平軸を制御するサーボモータ、y 座標をロボットカメラの鉛直軸を制御するサーボモータ、z 座標(奥行き)をロボットの前進または後進を制御する DC モータにそれぞれ対応させた。

(3) 研究の結果

<研究Ⅰ 通信方法の研究>

図 9 のようなアプリケーションを開発することができた。

しかし、実験中にエラーが頻発した。これは、一つのファイルに対して保存と読み込みを同時に行うため、命令が衝突するからである。そこで、図 10 のようなエラー処理を行った。エラーが発生した場合、保存・読み込みをする時間を与え、もう一度プログラムの最初にもどって保存・読み込みをやり直す、というようにした。



<図 9 : アプリケーション>

```

label1:
// エラー処理
try {
// エラー処理の対象
}
catch(...) {
Sleep(10); // 1/100 秒待つ
goto label1; // label1へ
}

```

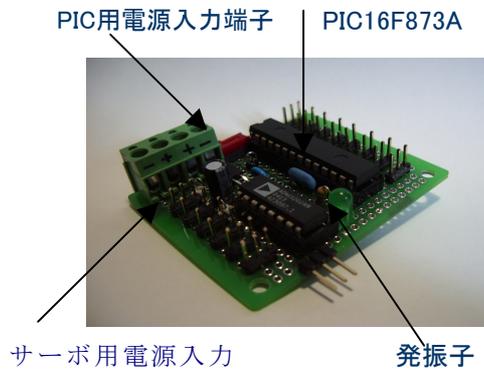
<図 1 0 : エラー処理>

また、研究 I を応用させて USB カメラの画像の通信も行うことができた。カメラの映像の保存は 0.1 秒に一回の割合で行い、その結果、読み込み側の PC でリアルタイムの映像を見ることができるようになった。(図 1 1)



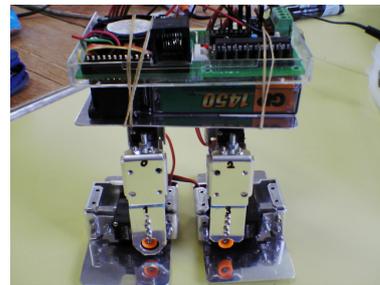
<図 1 1 : アプリケーション>

<研究 II その 1 二足歩行ロボットの開発>
PIC でサーボモータを制御し、二足歩行ロボットを制御することができた (図 1 2)。



<図 1 2 : 制作したコントロール部>

二足歩行ロボット製作を成功させて気づいたことであるが、歩行を実現するためには、サーボモータに送る信号の微調整が頻繁に必要であることが分かった。制作したロボット (図 1 3) の仕様を以下に示す (図 1 4)。



<図 1 3 : 二足歩行ロボット>

CPU : PIC16F873A 10MHz
プログラム : 自作 (アセンブリ言語)
動作電源 : サーボ 6V , PIC9V
外部 I/F : シリアル通信 (RS232C) × 1
自由度構成 : 右足 2、左足 2
製作費用 : 10000 円

<図 1 4 : 仕様>

しかし、制御信号を微調整するためには、プログラム上で変更し、PIC をコントローラから抜き差ししなければならないことがわかった。

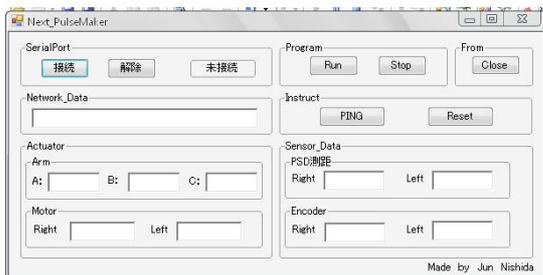
そこで、PC と PIC をシリアルケーブルで接続し、PC で数値を変えながら、サーボモータの位置を決めると効率が上がるのではないかと考えた。

そこで、PIC-PC 通信を成功させ、PC で数値を変更、それと同時にサーボモータが動くという環境を整え、歩行モーション制作の効率を向上させた。

<研究Ⅱ その2 PC と PIC の通信>

ネットワークを利用してサーボモータの制御信号を送受信し、ロボットアームを制御できた。

図 15 のソフトは VisualBasic2005 で制作した。100 ミリ秒ごとに共有フォルダにあるリッチテキストファイルを読み込み、各 ID の数値を割り出し、PIC にサーボモータごとの ID と数値をシリアルデータとして送信する。



<図 15 : ソフト>

しかし、PIC に対して連続して同じ数値を送信した時、サーボモータが激しく振動することが分かった。

サーボモータが激しく振動した原因を考

えてみると、PC の CPU はクロック数が 1GHz~2GHz と非常に高く、プログラム 1 命令を実行する時間が極めて短い。しかし、PIC のクロック数は 10MHz であり、PC のクロック数と比べると非常に低速である。このため PIC が、PC から毎回送られてくるデータの間隔の速さについていけず、異常な PWM(電気信号)をサーボモータに対して送信していると考えられる。

そこで、PC が PIC に毎回送信するデータの間隔をさらにあけた。このことでサーボモータの激しい振動は解消された。

<研究Ⅲ モーションキャプチャの開発>

モーションキャプチャシステムのカメラの前でみかんなどの物体を動かすことによって、ロボットの動きをコントロールすることができた。

5 考察

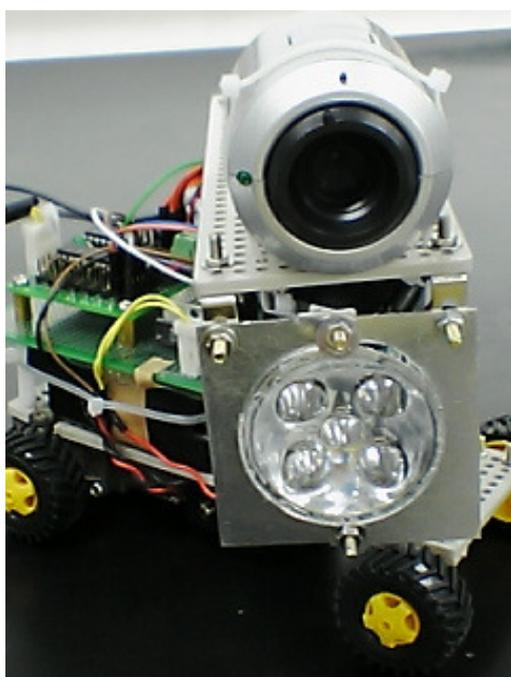
制作したロボットは、モーションキャプチャを利用することによって、従来のキーボードやマウスでロボットを制御するよりも、ずっと直感的で分かりやすい操作性がある。

しかもロボットとの通信は、共有フォルダ機能を利用したシンプルなファイル交換方式であるため、メンテナンスや機能の拡張も非常に楽であることが分かった。

つまり、“0 から”制作したロボットは、操作性と機能の拡張にすぐれているといえる。

6 まとめと今後の課題

現在は、今までの研究成果をもとにして、図16のようなロボットを実現することができた。このロボットは、物体や人間の動きでコントロールでき、無線で遠隔操作ができる。また、ロボットに搭載されたカメラの映像を離れたPCにリアルタイムで送ることができるなどの特徴を備える。

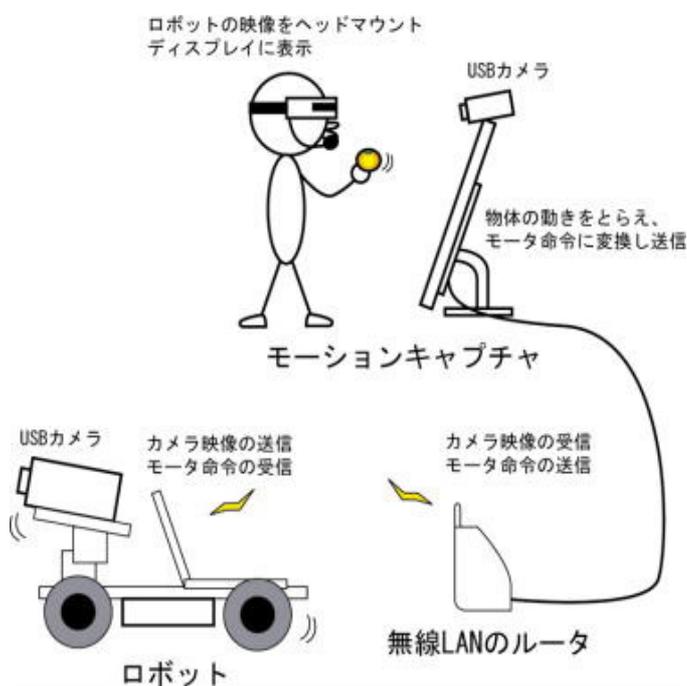


<図16>

今後は、図17に示すように、ロボットのカメラの映像をヘッドマウントディスプレイに映し出し、ロボットのカメラの動きを、ヘッドマウントディスプレイを被った人の頭の動きに合わせるなどして、より操作性の良いロボットを開発したいと思っている。

また、モーションキャプチャシステムをロボットに搭載したPCに搭載することにより、完全に自立運動することのできるロボットを構築したいとも考えている。

これらのシステムは、すでに開発に取りかかっているが、手持ちのノートPCが重すぎてロボットに搭載できないなどの問題が生じている。駆動系に強力なモータを用いたり、小型で軽量なノートPCなどを利用したりして、近い将来、実現させたいと考えている。



<図17>

7 謝辞

末谷先生には、理論面や技術面で大きなバックアップをいただきました。児玉先生には、技術指導や電気回路に関して様々な相談にのってくださいました。さらに、予算面で、植野校長先生や吉田信也先生に多大なご協力をいただきました。

お世話になった方々、大変ありがとうございました。

結び目理論とDNA

5年A組 浜渦 俊弥

5年B組 土佐 悠生

指導教官 河合 士郎

指導教官 川口 慎二

1 要約

サイエンス研究会数学班5年生は、結び目について研究している。今回は、結び目の定義、ライデマイスター移動、不変量など、結び目理論の基礎事項に加え、応用として、DNA との関連性を考察し、更に今後の研究のためにタングルの考え方について述べてみたい。

キーワード 結び目、絡み目、不変量、DNA、超螺旋、タングル

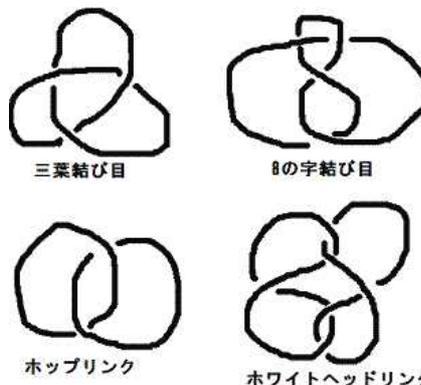
2 研究の背景と目的

塾の先生に雑学として多少教えていただいたのがきっかけで、数学にしては何か雰囲気が違う分野だと感じ、結び目理論に興味を抱いた。結び目理論とは、紐の絡みや結びつきを数学的に表す学問であり、「結び目が解けるか否か」や、「2つの結び目は同じものか」などを考えるもので、生物学(分子生物学)、化学(高分子合成物)、物理学(量子力学・統計力学)への応用も期待できる理論である。今回は応用として、細胞のDNAとの関連性を考察した。

るとき、2つの結び目は同値(equivalent)であるという。

(4)単位円周(半径が1の円)と同値な結び目を自明な結び目(trivial knot)と呼ぶ。

例 結び目・絡み目の例



3 研究内容

結び目・絡み目の定義

(1)3次元空間内の、1個の絡まった輪のことを、**結び目(knot)**という。

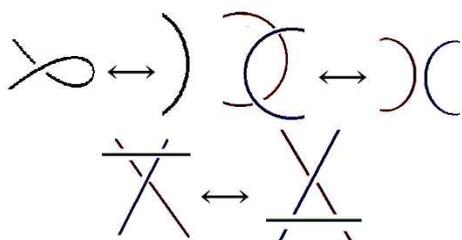
(2)3次元空間内の、複数の絡まった輪のことを、**絡み目(link)**と呼ぶ。また、絡み目を構成する個々を**成分(component)**と呼ぶ。

(3)2つの絡み目が3次元空間内で同位とな

ライデマイスター移動

ある2つの結び目が同値であるかを調べるために、結び目の一部分を変形することを**ライデマイスター移動(Reidemeister moves)**という。具体的には以下の3つの操作である。同値な2つの結び目は、一方の図から他方の図へ、以下の単純移動を繰り返す。

返すことで必ず移すことができる。



不変量

不変量(invariant)とは、結び目、絡み目を数値化して表したもので、実に多くの種類がある。それぞれの不変量は、結び目、絡み目をさまざまな方法・観点で分類する。ここでは、今回のテーマ(結び目と DNA の関係の一端を考察すること)に必要な不変量のみを紹介する。

(1) 絡み数

絡み数(linking number)は、絡み目の 2 成分が、どれくらい絡み合っているかを示す数値であり、ライデマイスター移動に関して不変である。以下にその定義を示す。

絡み目の個々の成分に向きをつける。

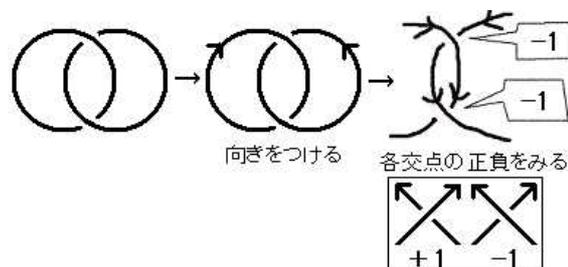
下図のように、片方の交差点を + 1、もう一方を - 1 とし、これを絡み目の各々の交差点において当てはめる。

ここでいう交差点とは、異なる結び目同士の交差点だけを指す。同じ 1 つの結び目の中での交差点は、ここでは含まない。

各交差点に付けられた数の総和を求め、2 で割る。これが絡み数となる。

絡み目の交差点数は必ず偶数個なので 2 で

割っても整数となる。



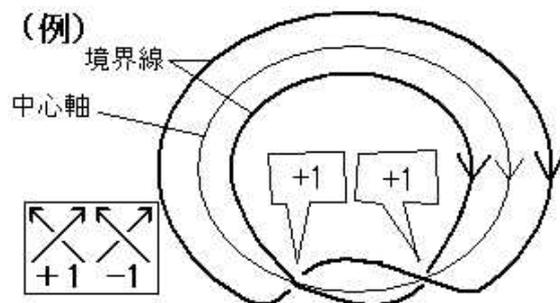
上図においては、絡み数は

$$\frac{(-1) + (-1)}{2} = -1$$

となる。以下、絡み目 R の絡み数を、 $Lk(R)$ で表すことにする。

(2) ねじれ数

ねじれ数(twist number)は、リボンがどれくらい螺旋を描いているかを示す数値である。絡み目の一種であるリボンに対する不変量で、リボンが空間内を占める位置に依存し、リボンを動かすと、それに伴い変化する。この不変量は、リボンの中心軸と、リボンの境界線の 1 本とが成す交差点で定められる + 1 と - 1 の、総和の半分である(このとき、境界線は 2 本のうちどちらを選んでも、必ず同じ値になる)。以下、リボン R のねじれ数を、 $Tw(R)$ で表す。

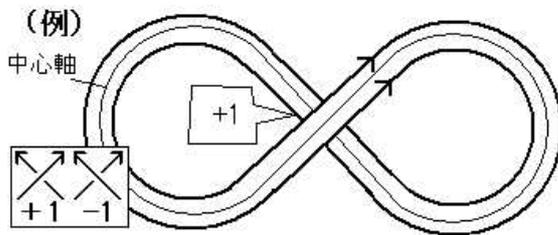


$$\text{ねじれ数 } Tw(R) = \frac{1+1}{2} = +1$$

(3) ライジング数

ライジング数 (writhing number) は、リボンがどれくらい重なっているかを計る数値である。リボンに対する不変量であり、リボンが空間内を占める位置に依存し、リボンを動かすとともに変化する。

この不変量は、リボンの中心軸同士が成す交叉点で定められる +1 と -1 の総和である。以下、リボン R のライジング数を、 $Wr(R)$ で表す。



ライジング数 $Wr(R) = +1$

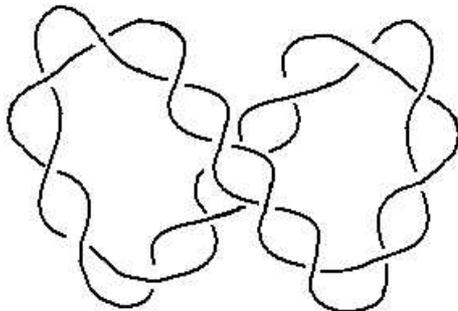
3つの不変量の関係式

まったく独立だったリボンに関する不変量の間には、

$$Lk(R) = Tw(R) + Wr(R)$$

という関係が成立する。

実際に、次の例で成り立っていることが確認できる。



$$Lk(R) = +7, \quad Tw(R) = +8$$

$$Wr(R) = -1$$

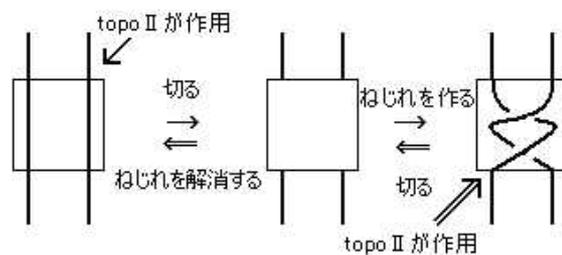
DNA と 3つの不変量

さて、以上の準備のもとで、結び目と DNA との関係について、考察してみたい。DNA は二重螺旋構造であるから、これを一つのリボンがねじれているものとして考えることができる。よって、前項のリボンに関する $Lk(R) = Tw(R) + Wr(R)$ という関係をもとに、DNA の変化を考えることができる。

ここで、**トポイソメラーゼ (topoisomerase, 略称 topo)** という酵素が DNA に及ぼす作用について考える。トポイソメラーゼは細菌からヒトに至るまで、すべての生物に広く分布しており、DNA の増殖に必須な、つまり生命維持に不可欠な酵素である。

トポイソメラーゼは、DNA 鎖を切断し、ねじれを作ったり解消したりした後、再結合する働きをもつ。

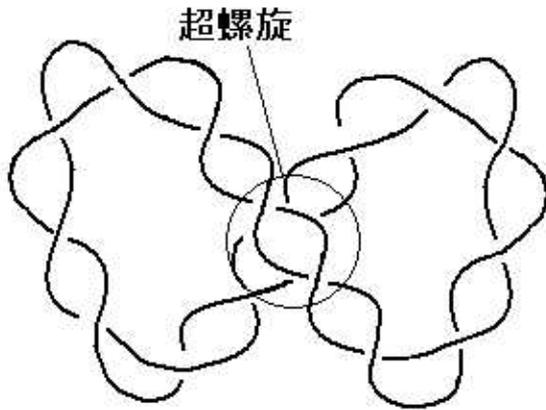
トポイソメラーゼ 型 (topo II) の働きを下図に示す。この型は、二重螺旋を描く 2本の DNA 鎖を切断し、ねじれを作ったり解消したりしてから再結合する。



トポイソメラーゼ (topo II) の作用

この操作で、ねじれを繰り返し作り続けると、その DNA は長さの割にねじれが多くなりすぎ、これを自ら逆にねじれることにより、解消しようとする。つまり、 $Tw(R)$ が減るわけである。ここで、先ほどの関係

式 $Lk(R) = Tw(R) + Wr(R)$ において、 $Lk(R)$ はねじれの解消によって変動しないので、 $Wr(R)$ が増えることになる。これは、もともと螺旋状だった DNA というリボンが、さらに空間内でよじれていることを意味する。このよじれのことを**超螺旋 (supercoiling)**という。



このように、トポイソメラーゼは超螺旋を作ったり、逆に解消したりするのである。実は、DNA を複製するには、先にその超螺旋構造を解く必要がある。トポイソメラーゼは、以上の働きによって DNA を複製できる状態にし、複製終了後は、再び超螺旋を形成するという役割を持っている。もし、トポイソメラーゼなしに、DNA が自らねじれて超螺旋を解こうとすれば、摩擦で発火してしまう。これこそ、トポイソメラーゼが生物に必須の酵素であるとされる所以である。

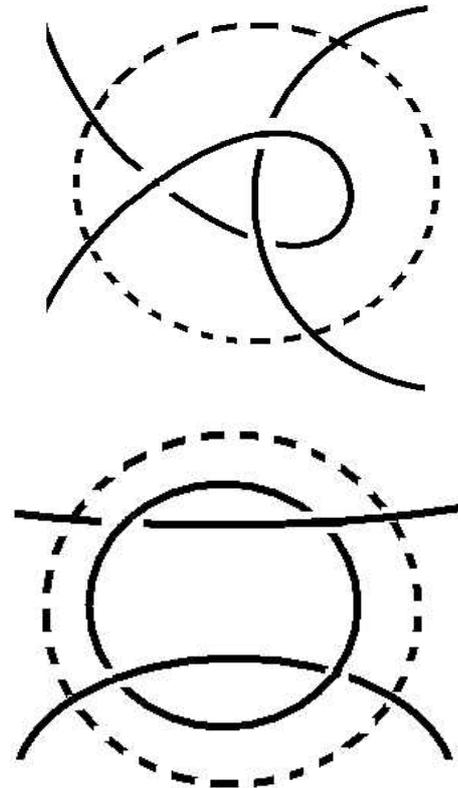
タングル

DNA の結び目構造に関して考察する際、**タングル (tangle)** という概念を用いると、理解しやすい。

タングルとは結び目や絡み目が射影され

ている平面において、結び目や絡み目がちょうど 4 点で交わるような円で囲まれた領域をいう。なお、結び目や絡み目が円と交わる 4 点はいつも方位磁石の 4 方向 NW(北西), NE(北東), SW(南西), SE(南東)の位置にあるとする。

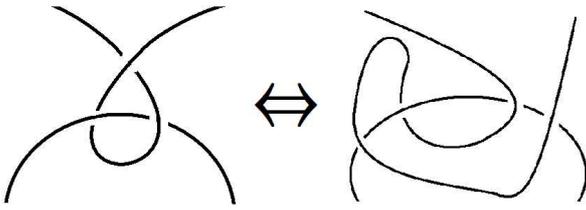
タングルの例



タングルにおける同値

2 つのタングルがあって、タングルの 4 端点は止めたままで、タングル内の結び目の部分が円領域の外を出ないようにして、ライデマイスター移動により他方に移り変わるとき、2 つのタングルは同値であるという。

例 同値なタンゲル



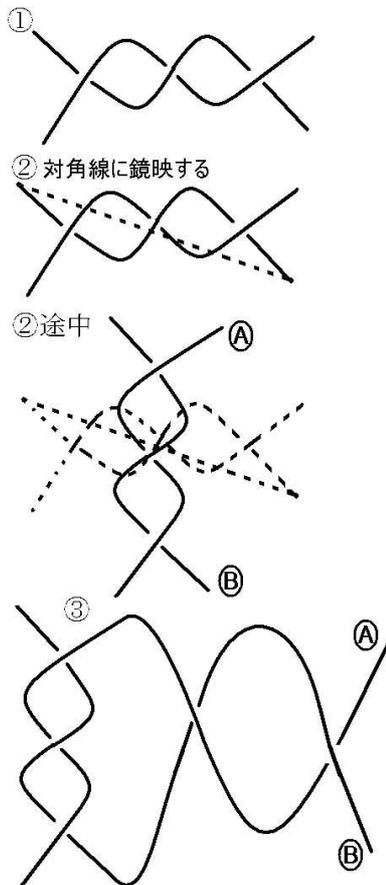
有理タンゲル

有理タンゲル(rational tangle)とは、タンゲルに数列を対応させたものであり、以下の法則に従って構成されるタンゲルの事を表している。

水平方向に2本の線を撚り合わせる。
NWとSEの対角線に対して鏡映させる。

A、Bの部分から新たに線を擦り合わせる。

～を繰り返す。



このとき、螺旋の回転方向を数値化するのだが、交叉点の上を通る結び目の部分(上道)が正の傾き(左下(SW)から右上(NE)の傾き)であるなら、それは正になる。例えば、の図では上道が正の傾きであり、ねじれている回数は3回なので は3と表す。

では、最初に作った左の螺旋も上道が正の傾きでねじれている回数は3回なので、3。次に作った右の螺旋は上道が負の傾きで2回ねじれているので-2。したがって、は「3 -2」である。

有理タンゲルが、同値性を判定するのに極めて単純な方法がある。2つのタンゲル、「-2 3 2」と「3 -2 3」があとしよう。そして、この数列に対応する連分数(continued fraction)を計算する。

実際に、-2 3 2なら、

$$2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{-2}} = 2 + \frac{1}{\frac{5}{2}} = 2 + \frac{2}{5} = \frac{12}{5}$$

3 -2 3なら、

$$3 + \frac{1}{-2 + \frac{1}{3}} = 3 + \frac{1}{-\frac{5}{3}} = 3 - \frac{3}{5} = \frac{12}{5}$$

よって、「-2 3 2」と「3 -2 3」は同値である事がわかる。

この事実の証明は非常に複雑なので、今回は省略する。今後の課題の1つである。

4 考察

超螺旋状態になっている DNA ほど速く移動することが可能となり、電極に置くと超螺旋状態になっている DNA が+に集まる。

超螺旋状態の DNA の割合や、ねじれ数を測定することにより、酵素がどれだけ

DNA に作用しているのかを理解する助けになるだろう。

また、DNA に作用する酵素(トポイソメラーゼ)の働きを、結び目理論で考えられることがわかった。

5 今後の課題

今回の研究をさらに深めるとともに、DNA の働きを、他の視点からも結び目理を通して考察してみたい。また、有理タンゲルの同値性を連分数で判定できるという事実の証明をする必要がある。

6 参考文献

- [1] 「結び目の数学」、C.C.アダムス著、金信泰造訳、培風館 (1998)
- [2] 「DNA の冒険 二重螺旋から超螺旋へ」、菊池韶彦著、岩波書店 (1993)

7 謝辞

今回の研究をご指導して下さった河合先生、川口先生、近藤悠佳子先生に深く感謝します。また、研究に際し、助言と激励をいただきました奈良女子大学の小林毅先生にも深く感謝いたします。

セルロースの加水分解について

5年C組 前川明日彩
4年B組 青木 沙羅
4年B組 太田 英利
4年B組 辻本 悠亮
指導教諭 越野 省三

1 要約

私たち化学班は、セルロースの分解についての研究を行った。その段階として、硫酸によるセルロースの加水分解の実験を行った。

キーワード

セルロース、グルコース、加水分解

1 研究の背景

現在、地球の人口は増え続けており、2050年には100億人を超えると予想されている。(※グラフ1)そこで深刻になってくるのが食糧問題で、増え続ける人口に対して、人間は人口分の食糧を生産できるのか。研究者たちはこの問題に取り組んでいるらしい。そこで、地球上には大量に人間が胃の中で分解できない糖(セルロース)があること、それをブドウ糖に分解できることを聞いた。

セルロースを分解する酵素はセルラーゼである。(※図1)セルラーゼは、 β 結合を加水分解する酵素でセルロースをセルビオースに分解する。植物の細胞壁や紙はセルロースでできており、人間が紙を食べても消化できないが馬やヤギなどは消化できるという。これは、セルラーゼを出す細菌などがこれらの動物の胃の中に存在するからである。

2 目的

今回はセルラーゼを使わず、無機触媒を使ったセルロースの加水分解の実験をし、セルロースの加水分解の仕組みを知るということを目的とした。その方法の一つとして、硫酸を使ったセルロースの加水分解をして、それについての理解を深める。

3 研究内容

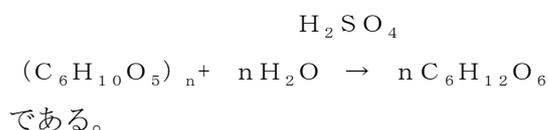
(1) 仮説

セルロースはブドウ糖が β 結合でつなが

った多糖類である。(※図2) α 結合で結合しているでんぷんなどは、人間も消化できる。 β 結合は水に溶かすだけでは加水分解

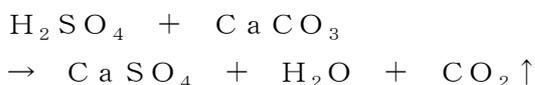
できないが、硫酸を使うとそのβ結合を切ることができる。

今回の実験の化学反応式は、



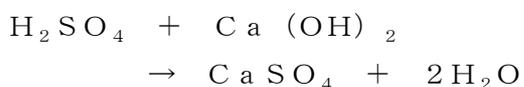
(2) 実験

牛乳パック50gを細かくちぎり、水200gと一緒に入れた。それから硫酸を200ml(2ml/1)入れ、攪拌しながら約2週間加熱した。その中で紙がドロドロに溶けたので、それを吸引ろ過した。次にその牛乳パックと硫酸を溶かした溶液にpHを確認しながら炭酸カルシウムを全部で60g加えた。このときの反応式は、



である。

炭酸カルシウムを途中から水酸化カルシウムに変え、60g加えた。このときの反応式は、



である。

pHが7になったので、硫酸カルシウムの沈殿をろ過した。できた液にベネジクト液を加えると、赤褐色に変わった。(※図3)ロータリーエヴァポレーターを使って溶媒を蒸発させて固形の糖をとりだした。(※図4、5)

(3) 結果

フェーリング反応の結果から糖ができていることが分かった。乾燥させた後得られた固形の糖は、1.0gしか得られなかった。匂いをかぐとメープルシロップのような匂いがした。

5 考察

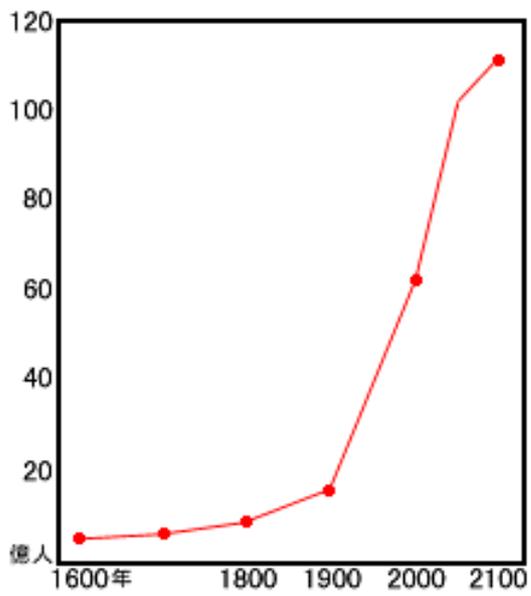
今回の目的はセルロースが糖に分解されるとき反応の理解だった。乾燥させた糖は1.0gとれた。これはセルロースの一部がろ過されてしまったり硫酸カルシウムをろ過する際に一緒についていってしまったりということ減ったと考えられる。これでセルラーゼ以外の触媒によってセルロースが分解できることが確認された。また、セルロースを分解する際の実験のやり方なども理解できた。

6 まとめと今後の課題

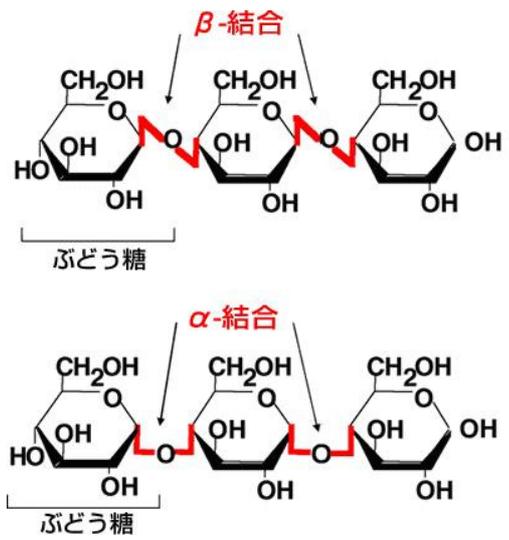
今後は「セルロースを加水分解する触媒の研究」なので、反応条件や薬品を変えて実験をしてゆくつもりだ。また、今回はセルロースとして牛乳パックを使用したけど、他のセルロースも使ってみようと思う。もうひとつ、別の視点から見ると、セルラーゼによる分解作用を調べ、それに関する部分のみの化学物質による分解も調べていきたい。

7 参考文献・サイト

高柳植物栽培研究所
www.el-lob.com/top_population.htm
KAB's
<http://www.kabutoya.com>



※グラフ 1



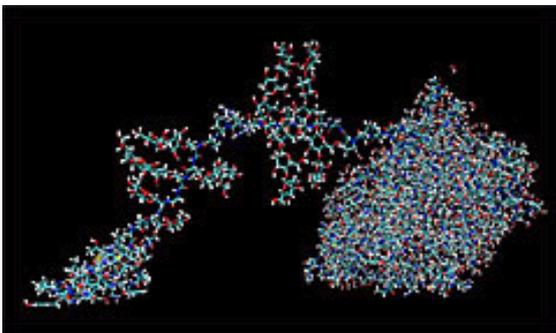
消化

×

○

※図 2

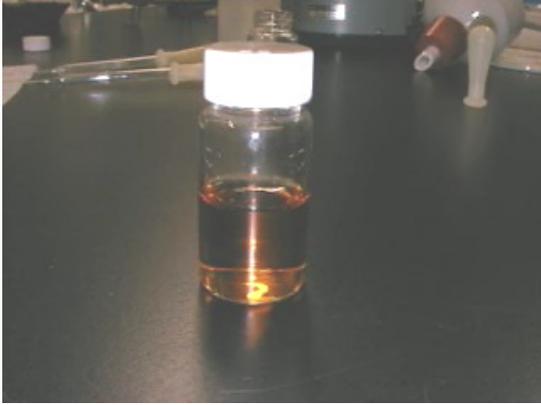
(上段がセルロース、下段がでんぷん)



※図 1



※図 3



※図 4



※図 5

細胞サイズの変化と外環境の関係

5年A組 氏名 東野 友哉

指導教諭 氏名 櫻井 昭

1 要約

ジャイアントブレファリズマの形態変化の研究を行うための基礎研究として、培養過程でのブレファリズマのサイズ変化と個体数変化を調べた。

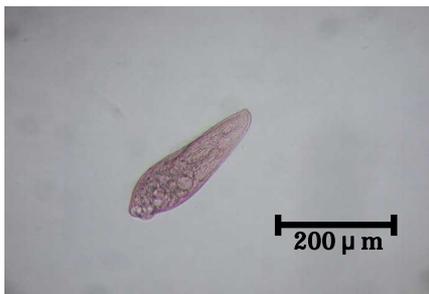
キーワード

ブレファリズマ 学名 *Blepharisma japonicum*

(繊毛虫門、異毛綱、ラッパムシ目、ブレファリズマ科、ブレファリズマ属)

ブレファリズマは特定の環境下(飢餓状態)に置かれると、共食いをし、巨大化するという性質を持っている。

本研究では巨大化したブレファリズマを「ジャイアントブレファリズマ」とよぶことにする。



普通サイズのブレファリズマ

→
巨大化



巨大化したブレファリズマ
(=ジャイアントブレファリズマ)

2 研究の背景

ブレファリズマが巨大化する過程を見て、興味を持った。また、この形質変化の研究は手つかずの部分が多いと聞き、研究することにした。研究に当たって、奈良女子大学理学部生物科学科細胞情報分野春本晃江教授より、*Blepharisma japonicum* の R1072 と R1072-48- -1 の二つの株を分けて頂いた。

3 目的

ブレファリズマはこういった条件で巨大化するのか、またそのときのプロセスはどうなっているのか調べる。そして、ジャイアントブレファリズマとはこういった特徴を持っているのか明らかにする。

4 研究内容

ブレファリズマとジャイアントブレファリズマの基礎データを得るために、以下のような実験を行った。

R1072 と R1072-48- -1 を通常培養し、ブレファリズマの個体数変化を観察する。

R1072 と R1072-48- -1 を通常培養し、ブレファリズマのサイズを測定する。

(1) 実験方法

a) プレファリズマの培養方法

バクテリア(*Enterobacter aerogenes*)を増殖させたレタス培養液をエサとして用い、インキュベーターで培養する。

b) 観察方法 (カウント法とサイズ測定法)

毎日 1000 μ l ずつ 3 回サンプリングし、実体顕微鏡下で個体数のカウントを行う。また、光学顕微鏡を用いデジタルカメラで細胞を撮影し、パソコン画面上で長径と短径そして口径サイズの測定を行う。

観察時には、他の菌が混ざらないよう、熱殺菌、消毒など、無菌操作を心掛けた。

(2) 実験結果

ジャイアントプレファリズマの個体数変化とプレファリズマの個体数変化 (図 1)

飢え継ぎを行った 1 日目から、ジャイアントプレファリズマの数は減っていき、3 日目には一匹もいなくなった。このときプレファリズマ全体の個体数変化は増殖傾向にあった。11 日目から 13 日目の観測データはないが、プレファリズマ全体の個体数が減っている 14 日目から、ジャイアントプレファリズマの個体数は多くなっている。

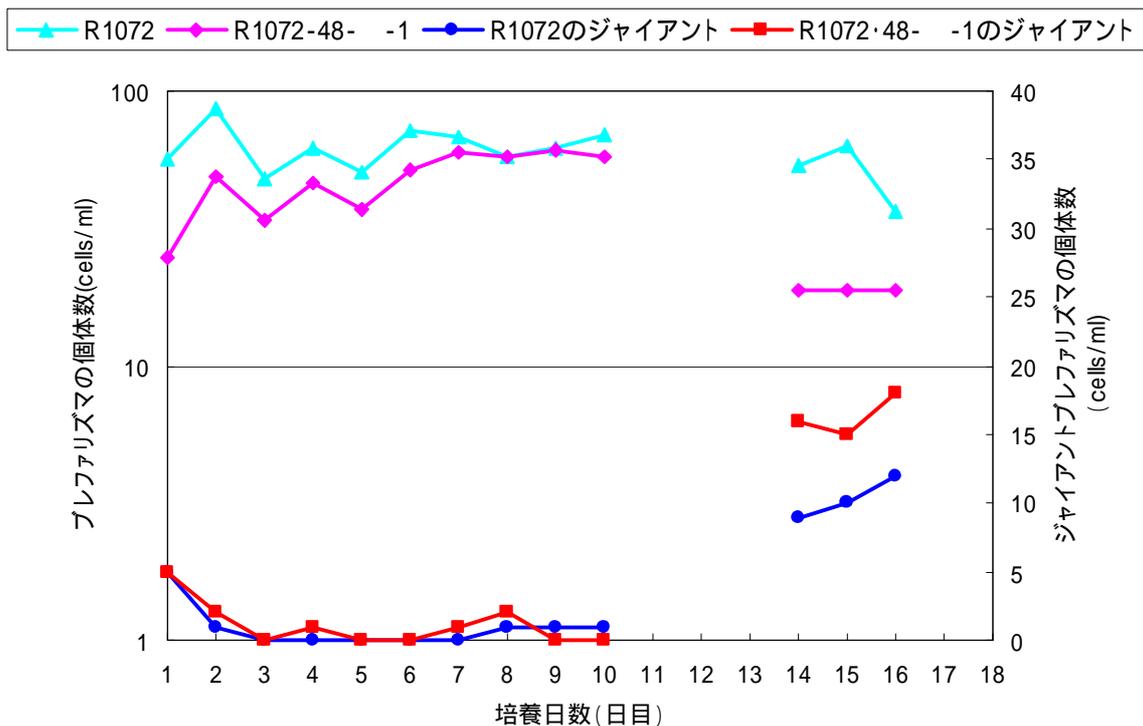


図 1 . 個体数変化 このグラフは、プレファリズマを培養する過程で、植え継ぎを行った日を 1 日目とした。1000 μ 中の個体数とジャイアントプレファリズマの個体数を数えたデータをグラフ化したものである。

プレファリズマのサイズ

プレファリズマの形態には、長径が長いと短径も長い傾向にある (図 2)。また、プレファリズマの長径が長いと口径も大きくなる傾向にある (図 3)。これは、普通サイズのプレファリズマだけでなく、ジャイアントプレファリズマにも同じ傾向が見られる。また、長径の長さが 400 μ m を超えるプレファリズマが R1072 のプレファリズマよりも R1072-48-1 のほうが多く見られることから、

R1072-48- -1 のプレファリズムのほうが、ジャイアント化しやすい傾向にある。

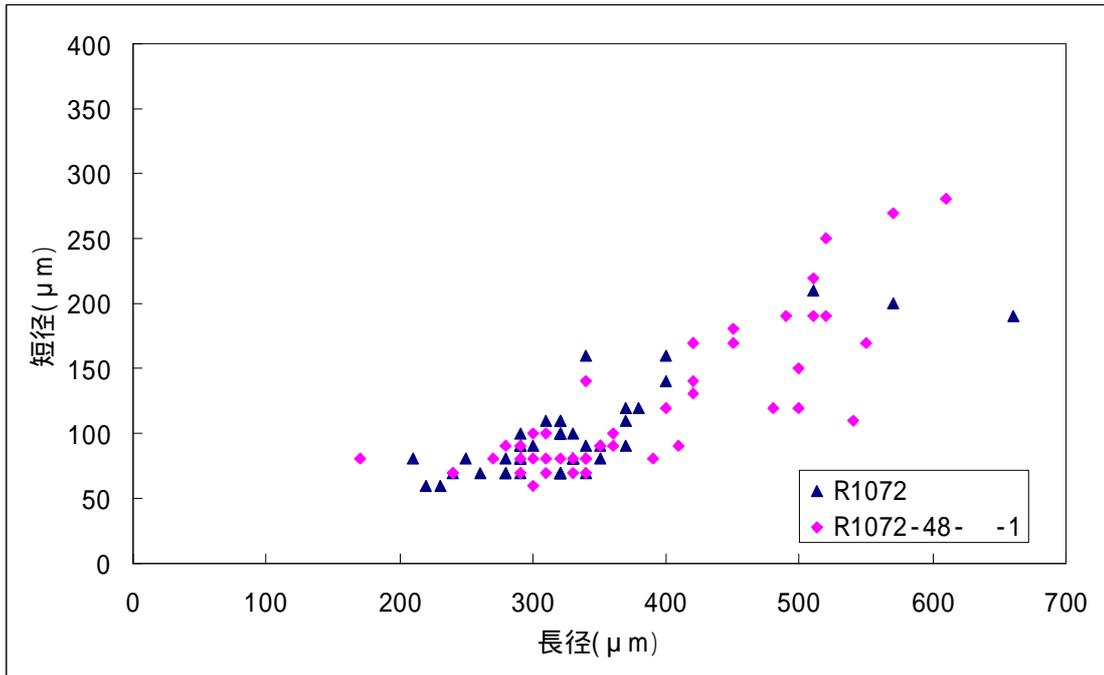


図 2 . 長径と短径 このグラフは、植え継ぎしてからの日数に関係なく、サイズ測定したすべての個体の長径と短径の関係を分布図にしたものである。

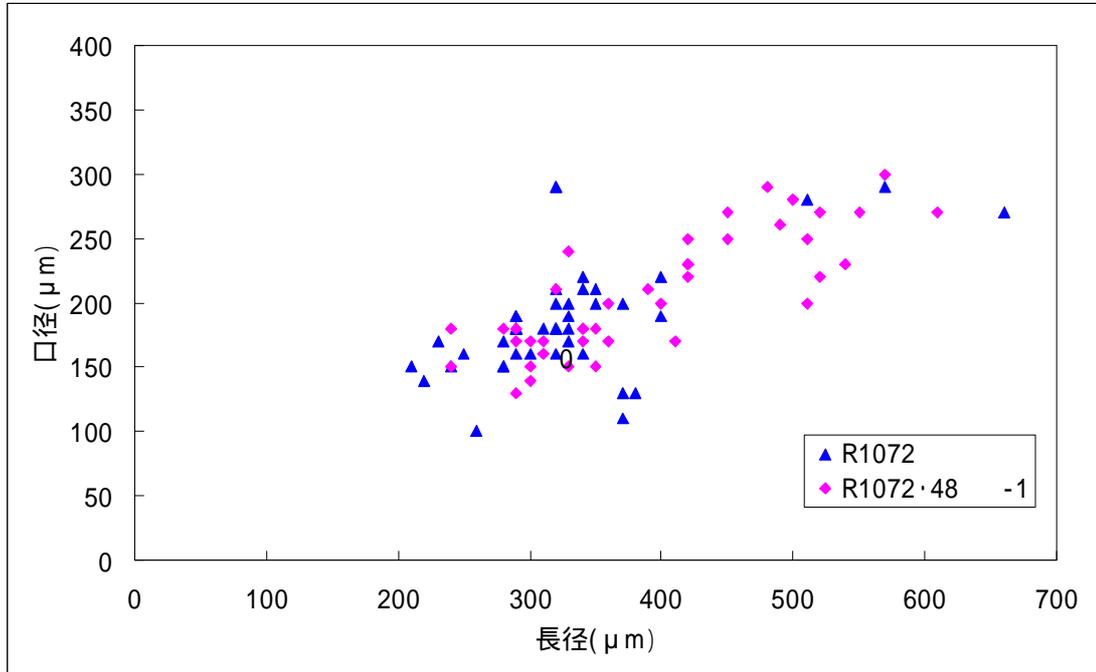


図 3 . 長径と口径 このグラフは、植え継ぎしてからの日数に関係なく、サイズ測定したすべての個体の長径と口径の関係を分布図にしたものである。

(3) 考察

実験の結果より、植え継ぎ直後のエサが多い時期に、ジャイアントプレファリズムがいなくなったことから、エサが多い状態であると、ジャイアントプレファリズムの状態ではいなくなるとか考

えられる。また、バクテリアをすべて食べつくしたと思われる後半に、再びジャイアントプレファリズマが多く発生したことから、エサが少ないという環境条件が、プレファリズマのジャイアント化の引き金になると考えられる。

実験の結果より、ジャイアントプレファリズマは通常型のプレファリズマをそのまま大きくしただけと考えられる。そして、R1072株よりR1072-48-1株のほうが、ジャイアントプレファリズマの発生率が高いということがわかる。

6 まとめと今後の課題

今回の実験から以下のような傾向が分かった。

- ・ エサの量によって、プレファリズマは細胞サイズを変化させる（エサが多いと普通サイズであるが、少なくなるとジャイアント化する）
- ・ ジャイアントプレファリズマの形態は、通常のプレファリズマの長径と短径、口径の比をほとんど変えずに大きくしたような形態をしている（一部分が巨大化しているわけではない）
- ・ プレファリズマという同じ種の中でも、株間にジャイアント化し易さに差がある。

プレファリズマのジャイアント化には、エサの減少という環境条件のほかに、「共食い」という現象が知られている。つまり、エサが少なくなると、共食いを開始して大きくなる可能性がある。また、実験観察を行っている中で、R48株では個体の大きさにばらつきがあり、極端に小さいものや、大きいものが多く見られることに気づいた。だから、R48株のほうがジャイアント化し易いのだろう。実験結果とこの発見をあわせて考えると、R48株では大きな個体が小さな個体を捕食することができるので、共食いが発生しやすくなり、ジャイアントプレファリズマが多く発生したのではないかと推測できる。つまり、「大きいエサを食べた個体は、そのエサの大きさに合わせて巨大化するのではないか？」という仮説が立てられる。この仮説を証明するには、プレファリズマに大きさの違うエサを与え、それぞれのプレファリズマの細胞サイズの変化を調べる必要がある。今後、バクテリアより大きくプレファリズマのエサとなるような微生物（*Sathrophilus* sp, *Paramecium* sp, など）を与え、プレファリズマの細胞変化を測定するなどの実験をする予定である。

7 参考文献・サイト

原生動物学会誌 第36巻 2003年「プレファリズマの接合」春本 晃江・杉浦 真由美

http://protist.i.hosei.ac.jp/Protist_menu.html 「原生生物情報サーバー」

<http://mail2.nara-edu.ac.jp/~masaki/> 「Call Biology Lab.」

8 謝辞

奈良女子大学の春本晃江先生には、プレファリズマの株を分けていただいた上、培養方法など多くの助言をいただきました。また、桜井先生や矢野先生には、実験観察や理論的考察などの面で、大変お世話になりました。諸先生方、ありがとうございました。



太陽の光のスペクトルについて

4年A組 古川 琴詠
4年B組 今井 咲季
指導教諭 屋鋪 増弘

1 要約

私達SSH地学班は、太陽の光のスペクトルを調べることにより、太陽にはどのような原子が存在するのかについて調べる研究を行いました。

キーワード 太陽の光のスペクトル

2 研究の背景

とても身近な太陽ですが、「太陽がどんな種類の原子から出来ているか」と聞かれると、代表的な水素などの原子の名前は出てくるのですが、その他の原子については自信を持って答えることは出来ません。文献で調べればすぐに知識を得ることが出来ますが、せっかくSSHに入っているのだから、自分たちで実験を行うことで確かめた方が良いのでは、と思い、研究を行いました。

太陽の光の連続スペクトルの吸収線(暗線)の位置と、原子の線スペクトルの輝線の位置を比較することで、太陽にどのような原子があるのかを調べる

(光の) **スペクトル**:(太陽の光などの)白色光をプリズムに通すと、光が色(波長)の違いにより分けられて(=分光されて)、波長の短いものから長いものへ綺麗に配列されて横に並べられたもののこと。

光を分光するときには**分光器**(図1, 2)を使用しました。

3 目的

太陽の光のスペクトルを調べることで、太陽にある原子の種類を知る。

連続スペクトル:電球のフィラメントなど、高温の物体が放射する光のスペクトルで、すべての波長の光が連続して配列されているもの(普通の白色光のスペクトル)。ただし、恒星のスペクトルにのみ、白色光のスペクトルとは違い、**吸収線(暗線)**が見えます

4 研究内容

(1) 仮説

太陽には水素、ナトリウム、カリウム、カルシウム、水銀が存在する。

吸収線(暗線):(太陽の場合、)太陽の内部から放射された光(この時点では完全な連続スペクトル)が太陽表面

(2) 研究方法

のガス層の中を通過してくるときに、ガス中の原子により、特定の波長の光が吸収されてしまうために出来る黒い線。

線スペクトル:原子はその種類によって決まった波長の光を出したり吸収したりします。こうして原子が出した光のスペクトルのこと。スペクトルは帯状ではなく、線(輝線という)となって見られます。

- ・ 太陽の連続スペクトルの写真と原子の線スペクトルの写真をデジタルカメラで撮り、画像をパソコンに取り込むことで比較しました。
- ・ 原子の線スペクトルの位置が、太陽の連続スペクトルの吸収線の位置と重なった場合、その原子は太陽には存在して、光を吸収したことになります。

(3) 研究の結果

それぞれのスペクトルの写真は以下図3~図4のようになりました。

5 考察

図3・太陽の連続スペクトルの中には文献に書いてあったとおり、吸収線がいくつも見られました

図4・太陽の連続スペクトルNa吸収線付近の写真と図5・Naの線スペクトルの写真と比較してみると、図4の目盛りの5.88あたりに分かりやすい吸収線が一本見られます。それに対し、図5の目盛り5.88あたりには、Naの輝線が見られます。よって、太陽にはNaが存在することが確認できました。

しかし、図9・水素の写真については輝線の位置と目盛りの位置がずれている

ため、水素の輝線の位置を太陽の連続スペクトルの吸収線の位置と正確に比較することが出来ませんでした。スペクトルの写真を撮るときに、蛍光灯の明かりを分光器に入れることで、目盛りをスペクトル上に表示させることが出来ます。この光を入れる際に、正確な角度で入射させず、少し斜めの角度から光を入射させたため、うまく目盛りを表示させることが出来なかったものと思われます。

また、図6・7・8の各原子の線スペクトルは、輝線の位置と目盛りの位置がずれてはいないのですが、比較するために使う太陽の連続スペクトルの写真に、吸収線が鮮明には表示されておらず、きちんと比較することが出来ません。

よって、残念ながら、H、Ca、K、Hgの四つの元素が太陽に存在するかどうかを確認することは出来ませんでした。

連続スペクトル上の吸収線を鮮明に撮影することが出来なかった理由として、

- ・ 目盛りを表示させるために入れた蛍光灯の光が強すぎた
 - ・ 太陽の光を入れるときに、スリット(非常に細い隙間)の幅を調整するが、その時にスリットの幅を十分に細くしていなかったため、画像がぼやけてしまった
 - ・ デジタルカメラと分光器の固定がしっかりとしていなかった
- などの原因が考えられます。

6 まとめ・今後の課題

今回の研究は、カメラの固定が不十分であったり、蛍光灯の光が強すぎたり、と実験設備が整っていなかったのが、研究の失敗の最大の原因といえます。今後、

いかにして実験設備を整えていくかが最大の課題とされます。

今後、新たな研究をするときには、文献に書いてある事柄を確かめるための実験ではなく、自分たちで新たな疑問を持ち、その疑問を解くための実験・研究を行うことが出来れば一番良いと思います。

7 参考文献

- ・ 『高等学校 地学 』
著作者/松田時彦 山崎貞治 ほか
発行者/株式会社新興出版社啓林館
平成15年12月10日 発行
- ・ 『詳説 化学』
著作者/藤原鎮男 細矢治夫
野平博之 ほか
発行者/株式会社三省堂
平成5年3月30日 発行
- ・ 『ニューステージ 新訂 地学図表』
編著者/浜島書店編集部
発行者/株式会社浜島書店
2003年11月10日 発行

8 謝辞

屋鋪先生には、実験準備から資料集めなどでお世話になりました。ありがとうございました。



図1・分光器



図2・分光器内部

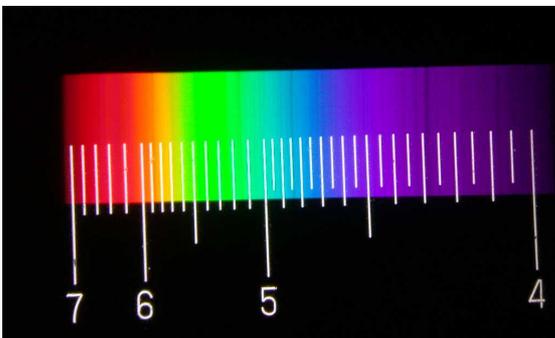


図3・太陽の連続スペクトル

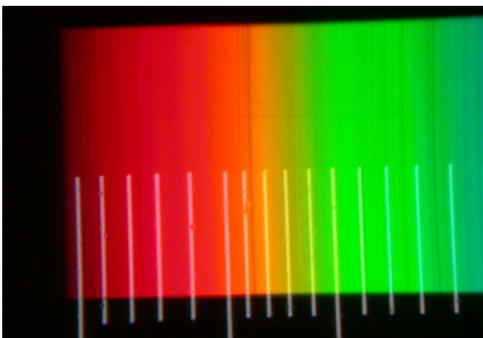


図4・太陽の光の連続スペクトル Na吸収線付近

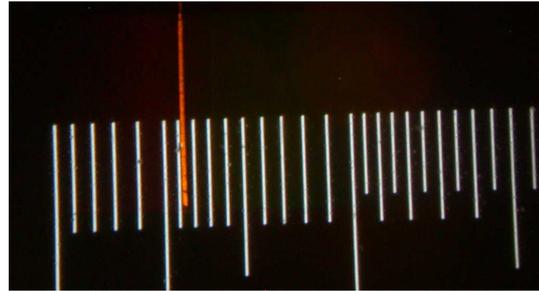


図5・Naの線スペクトル

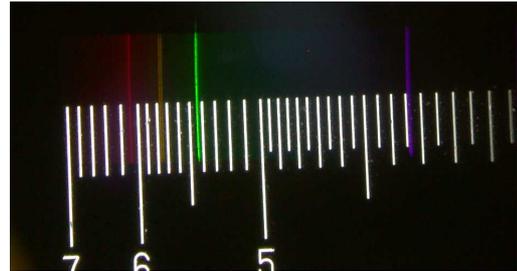


図6・水銀の線スペクトル

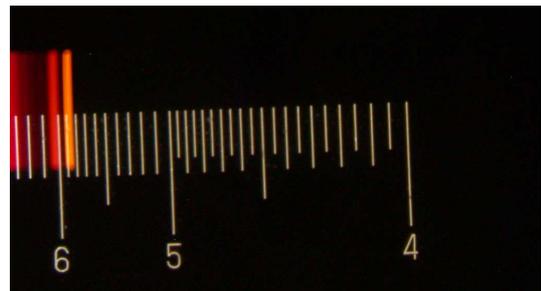


図7・カリウムの線スペクトル

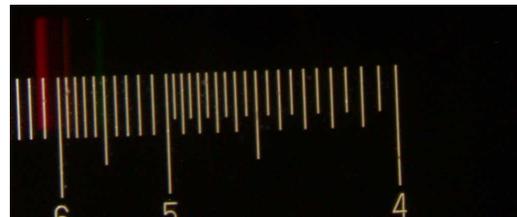


図8・カルシウムの線スペクトル

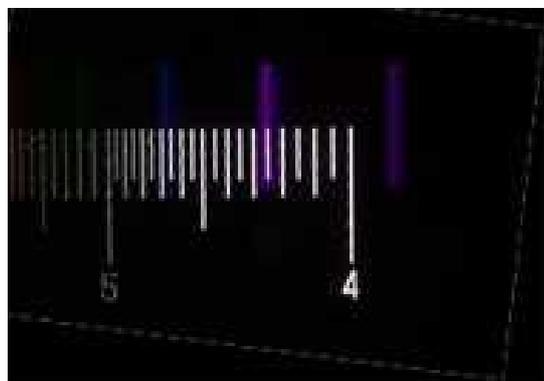


図9・水素の線スペクトル

3DCG を描くための方法の開発

5 年 B 組 川口恭平

指導教諭 末谷健志

1 要約

私は、3DCG (三次元コンピュータグラフィックス) を計算、描画するためのアルゴリズム、およびプログラムの研究を行い、既存の他アプリケーション、ライブラリ (DirectX, OpenGL 等) に依存せず 3DCG を描画することが出来るソフトの開発に成功した。

また、この成功により、3DCG 描画に関する基礎的な知識や技術を獲得でき、より高速、より高画質の 3DCG を描くための方法を考える足がかりを得ることが出来た。また、ヴァーチャルリアリティーの実現など、オリジナルの 3DCG 描画ソフトを応用したアプリケーションの開発が可能になった。

キーワード

3DCG、座標回転、透視図法、隠面処理、ワイヤーフレーム、レイトレーシング、Zバッファ

2 研究の背景

今日、パソコンの普及と高速化によって、3DCG を利用したコンテンツが増え、Shade など、市販のアプリケーションを使えば誰でも手軽に 3DCG を楽しむことが出来るようになった。3DCG の描画は、今後さらに拡大する可能性をもった技術である。このような中、私は、より高速でより高画質な 3DCG を描くための方法を研究したいと考えた。

しかし、3DCG を描くための方法やその処理は、アプリケーションが自動で行うため、ユーザーにとってはブラックボックスになっている。かといって、3DCG 描画の方法を調査するだけで、実際にプログラムなどに生かすことができなければ、むなしい調べ学習に終わるだけである。

そこで私は、3DCG 描画の勉強もかねて、他アプリケーションやライブラリに頼らず 3DCG を描画することができるソフトを開発することを試みた。

3 目的

他アプリケーションやライブラリに頼らず 3DCG を描画することができるエンジンを開発する。搭載する描画手法は、次の 3 つとする。

- ① ワイヤーフレーム法 (図 1.1)
- ② レイトレーシング法 (図 1.2)
- ③ Zバッファ法 (図 1.3)

また、開発した描画エンジンの応用も検討する。

4 研究内容

(1) 仮説

仮説 I

ワイヤーフレーム法で 3DCG を描画できる。

仮説 II

レイトレーシング法で 3DCG を描画できる。

仮説 III

Zバッファ法で 3DCG を描画できる。

上記仮説を検証するソフトを開発する環境は以下の通りである

OS : Windows XP SP2

IDE : Microsoft Visual Basic 6.0

SP6 Enterprise Edition

(2) 研究方法

研究 I ワイヤーフレーム法

与えられた頂点座標を平行移動、座標回転、透視図法処理を行った後、各頂点を線分で結び、画面上に表示する。

研究 II レイトレーシング法

ベクトル方程式により直線 (式 1.1) や球 (式 1.2) を定義し、それらから交点の位置ベクトルまでの距離 (相対) を導く式 (式 1.3) を得る。この式から、交点距離の比較を画素ごとに行い、隠面処理を実現する。

研究 III 光の効果について

① 環境光 (図 2.1)

② 局所拡散反射 (図 2.2)

③ 局所鏡面反射 (図 2.3)

の 3 種類の物理モデルをもとに、視点における光の見え方を計算し、3DCG として表現する。また、視点や光源の位置などから、陰影になる条件 (図 3.1~3.4) を導き、3DCG

においてその結果を表示する。

研究 IV Z バッファ法

まず描画の対象となる図形をポリゴン (多角形) で分割し、図形をポリゴンの集合として考える。座標回転や透視図法処理にはポリゴンの頂点座標のみを考え、平面に投影後、多角形を塗りつぶす。塗りつぶす際に、Z バッファを用いて奥行きに関して比較を行い、隠面処理をおこなう。また、研究 III において実現した光の効果を Z バッファ法においても実現し、画面上に表示する。

< 隠面処理とは >

人が物体を見る際、奥にある物体は手前にある物体によって隠される。このことは現実ではあたりまえであるが 3DCG として計算する場合、奥にある物体の手前にある物体によって隠された面を描かないようにする処理が必要である。この処理のことを隠面処理といい 3DCG 描画において重要な処理のひとつである。

< Z バッファとは >

図形を平面に投影する際、その画像情報のメモリとは別に用意する、奥行きに関する一時メモリのこと。

(3) 研究の結果

研究Ⅰ ワイヤーフレイム法によって次の画像(図4.1, 図4.2)を得た。

研究Ⅱ レイトレーシング法によって次の画像(図5.1)を得た。

研究Ⅲ 反射光における結果として次の画像(①図6.1、②図6.2、③図6.3、①+②+③図6.4)を得た。また、陰影処理の結果として次の画像を得た(6.5)

研究Ⅳ Zバッファ法によって次の画像(図7.1)を得た。また、光の効果を考慮にいた結果として次の画像(図7.2)を得た。

以上の結果から、仮説Ⅰ, Ⅱ, Ⅲを実証することが出来た。

5 考察

—研究Ⅰ—

実現がたやすく、処理が単純なので高速で、簡易的な3DCGとして様々なものに応用できそうである。しかし表現力に乏しく、位置や形状の正確な把握が難しく、フォトリアリスティックな利用には向いていない。出来るだけ高速な処理を必要とするシミュレーションや設計などでの利用が考えられる。

—研究Ⅱ—

結果の画像から、隠面処理が出来ているのがわかる。すべての画素ごとに距離を計算しているため、視点を近づけても得られる画像は荒くならないが、計算量が多く、描画に非常に時間がかかることが問題であ

る。

—研究Ⅲ—

反射光における結果の画像から、光の効果によって物体表面の色が変化しているのがわかる。しかし利用した物理モデルは、厳密な解ではなく、あくまで近似であるため、多少の不自然さが画像にも見える。また、現実にある素材の見え方の再現をおこなうための各設定値(拡散反射係数など)を決定するのが難しい点などから、今回実現できた光の反射光の効果はあくまで擬似的なものであるといえる。このことから、より現実に近い光の反射光の表現、また、映り込みや、屈折現象などの高度な光の効果の表現が課題として考えられる。

陰影処理の結果の画像からは、陰影処理によって物体に陰影がついたのが確認できる。現実の世界では影は境界がぼやけているが、それは光源が有限の大きさを持っているからであり、光源を点光源として計算したので今回の画像は影の境界がシャープになったと考えられる。このことから、次の研究では有限の大きさを持った光源についての影の出来方について研究が考えられる。

—研究Ⅳ—

レイトレーシング法に比べると、処理そのものは複雑だが、画素毎ではなく図形毎に処理を行うので、比較的高速に処理が出来た。画質については、結果の画像(図6.2)を見てもポリゴンに分割したことによる角ばりはあるものの、あまり差は無いようにみえるが、視点を図形に近づけた場合、ポリゴンの分割数が少ないと、角ばりが大きく出てしまう。また、透視図法処理は頂点座標のみに行われるので、面については透

視図法処理による効果が考慮されず、ポリゴンの大きさが大きくなると、それが考慮されないことによるゆがみが増大するので、必要に応じてポリゴンによる図形の分割数を多くする必要があると考えられる。

光の効果を考慮して描画した結果をみると、明らかに表面がゴツゴツしているのが分かる。これは、描画高速化のため、図形を多角形で分割したためであると考えられる。また、陰（自身による光の遮りによって生じる暗闇）の効果は出ているが、影（他の物体による光の遮りによって生じる暗闇）の効果については反映されないことがわかる。以上のことから、レイトレーシング法と比較したとき、隠面処理についてはあまり差は出ないが、その後の光の効果を表現する処理について、大きく差が出ることが分かった。

—全体を通して—

今回実現できた 3DCG 描画方法の特徴を次の表(表 1)のようにまとめることが出来る。これらの 3DCG 描画方法は表から読み取れる通り、他のものに秀でていいる部分と劣っている部分をもっている。たとえばレイトレーシングと Zバッファの性能を比べると、レイトレーシングは光の効果の再現や画質で Zバッファに勝るが、描画に非常に時間がかかるという欠点があり、Zバッファは高速に描画できるが、画質があまりよくないという欠点がある。もちろん Zバッファも画質を高めることができ、Zバッファでは曲面をポリゴンで分割するため、描画した画像の曲面もカクカクしているが、分割せずなめらかな曲線が描画可能なことが確かめて分かっている。しかし、処理が複雑

になるばかりか、その分処理が遅くなってしまい、画質だけならそれでもレイトレーシングが圧倒的に勝っているので、Zバッファのメリットがなくなってしまう。このことから分かるとおり、それぞれの 3DCG 描画方法は向き不向きがあり、用途に応じて、適切な 3DCG 描画方法を選ぶべきだということが分かる。

6 まとめと今後の課題

今回の研究において 3 種類の 3DCG 描画するためのアルゴリズム、およびプログラムの研究を行い、既存の他アプリケーション、ライブラリ (DirectX, OpenGL 等) に依存しない 3DCG 描画ソフトの開発に成功した。開発に成功し 3DCG 描画に関する基礎的な知識や技術を獲得できたことにより、より高速、より高画質の 3DCG を描くための方法を考える足がかりを得ることが出来た。またオリジナルの 3DCG 描画ソフトを応用したアプリケーションの開発が可能になった。

今回実現できた 3 種類の 3DCG 描画アルゴリズムはどれも有名なものばかりで、無論自分自身で開発したものではない。これからの課題としては、これらの 3DCG 描画アルゴリズムの改良や新たな 3DCG 描画アルゴリズムの開発をしていくことが挙げられる。具体的な例としては Zバッファとレイトレーシングを組み合わせ、双方の利点を得られるような新たな 3DCG 描画アルゴリズムを現在開発中である。また、今回実現できたソフトの応用として、モーションキャプチャーと組み合わせることによるヴァーチャルリアリティーや、多次元シミュレーションの結果表示などを模索している。

7 参考文献・サイト

<http://www.iamas.ac.jp/~tacwon/render.html#history>

8 謝辞

今回の研究に協力して下さった末谷先生や河合先生、佐久間先生にこころよりお礼申し上げます。

□図、式、表□

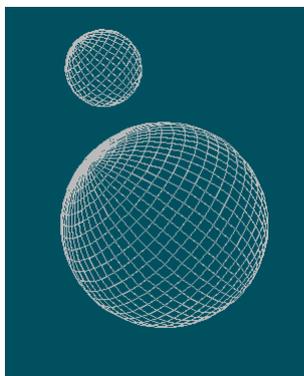


図 1.1

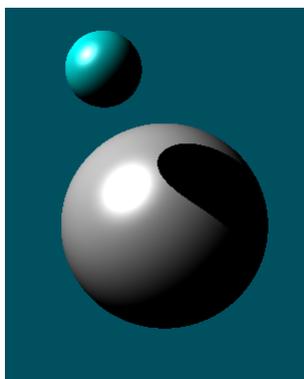


図 1.2

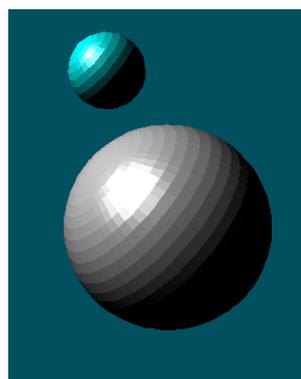


図 1.3

\vec{p} : 視線上の点の位置ベクトル

\vec{e} : 視点からスクリーン上の一点までの方向ベクトル

\vec{c} : 球の中心の位置ベクトル

\vec{E}_0 : 視点の位置ベクトル

$$\vec{p} = \vec{e}t + \vec{E}_0$$

式 1.1

$$(\vec{p} - \vec{c}) \cdot (\vec{p} - \vec{c}) = r^2$$

式 1.2

$$t = \frac{-\beta \pm \sqrt{\beta^2 - \alpha\gamma}}{\alpha}$$

ただし
$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha = |\vec{e}|^2 \\ \beta = \vec{e} \cdot (\vec{E}_0 - \vec{c}) \\ \gamma = |\vec{E}_0 - \vec{c}|^2 \end{array} \right\}$$

式 1.3

環境光反射の数理モデル

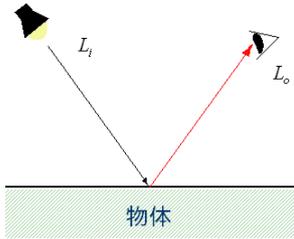


図 2. 1

L_i : 入射する光の強さ
 L_o : 観測する光の強さ

$$L_o = L_i$$

拡散反射の数理モデル

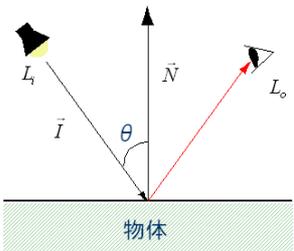


図 2. 2

\vec{N} : 面の法線ベクトル
 \vec{I} : 光線ベクトル
 θ : \vec{I} と \vec{N} がなす角
 L_i : 入射する光の強さ
 L_o : 観測する光の強さ

Lambert余弦則

$$L_o = (\vec{I} \cdot \vec{N})L_i = L_i \cos \theta$$

(ただし \vec{I} と \vec{N} は共に単位ベクトル)

鏡面反射の数理モデル

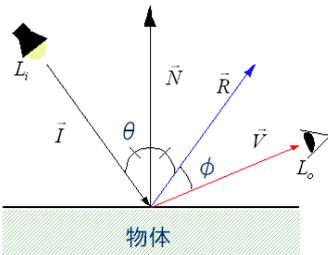


図 2. 3

\vec{N} : 面の法線ベクトル
 \vec{I} : 光線ベクトル
 \vec{R} : 反射ベクトル
 \vec{V} : 視線ベクトルの逆ベクトル
 L_i : 入射する光の強さ
 L_o : 観測する光の強さ

$$\vec{R} = 2(\vec{I} \cdot \vec{N})\vec{N} - \vec{I}$$

Phong鏡面反射

$$L_i = (\vec{R} \cdot \vec{V})^n L_o = L_o \cos^n \phi$$

(nはハイライトの特性を決める定数)

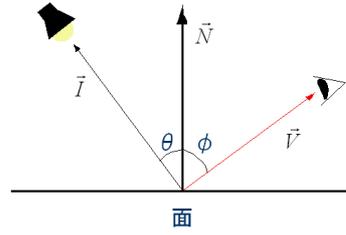


図 3. 2

$$\pm \cos \theta \geq 0$$

$$\pm \cos \phi \geq 0$$

$$\therefore \cos \theta \cos \phi \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (\vec{N} \cdot \vec{I})(\vec{N} \cdot \vec{V}) \geq 0$$

陰になるパターン

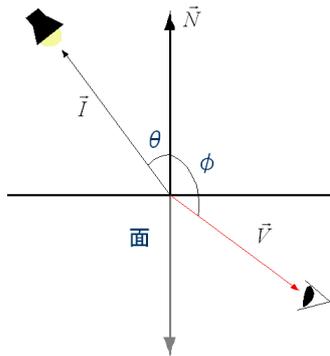


図 3. 2

$$\pm \cos \theta \geq 0$$

$$\mp \cos \phi \geq 0$$

$$\therefore \cos \theta \cos \phi \leq 0$$

$$\Leftrightarrow (\vec{N} \cdot \vec{I})(\vec{N} \cdot \vec{V}) \leq 0$$

影になるパターン

陰にならないパターン

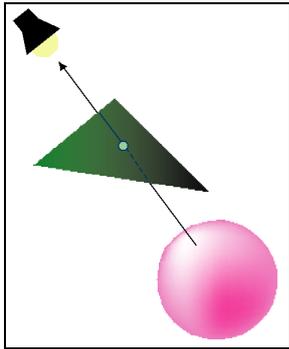


図 3.3

影にならないパターン

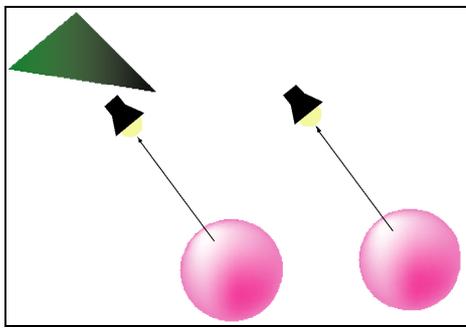


図 3.4

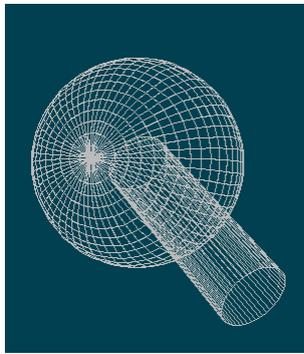


図 4.1

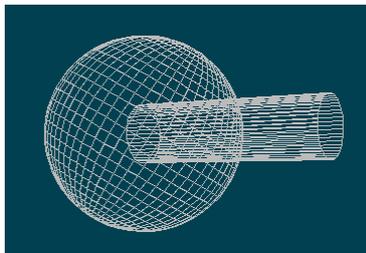


図 4.2

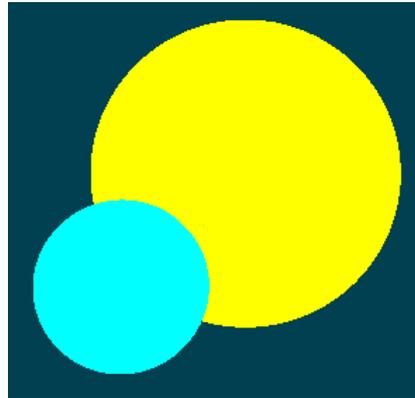


図 5.1

①周囲光

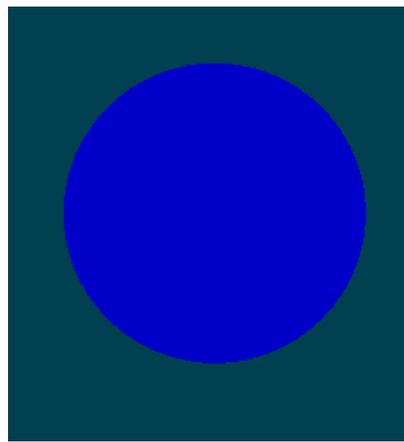


図 6.1

②局所拡散反射光

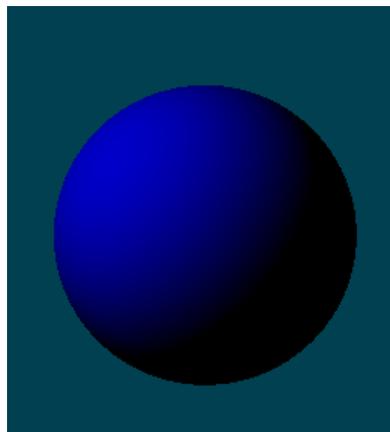


図 6.2

③局所鏡面反射光

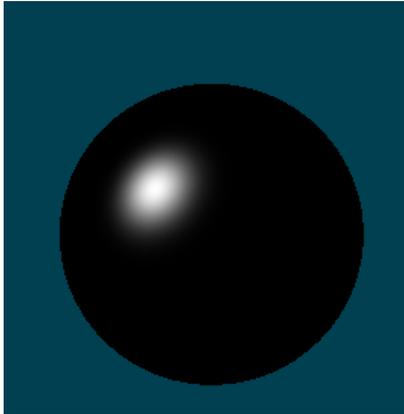


図 6.3

①②③統合

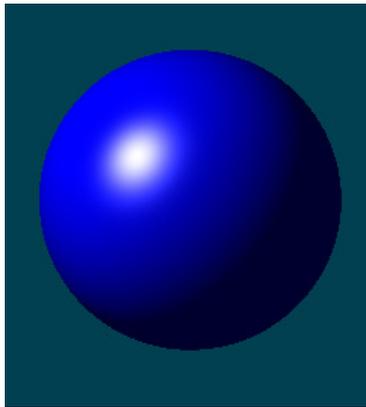


図 6.4

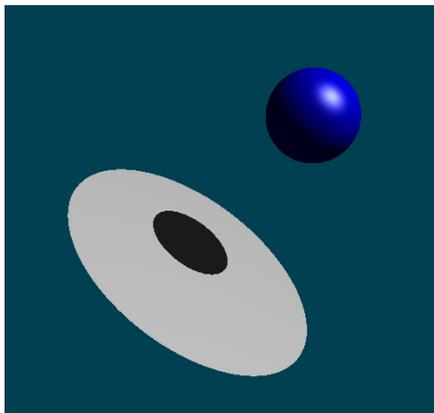


図 6.5

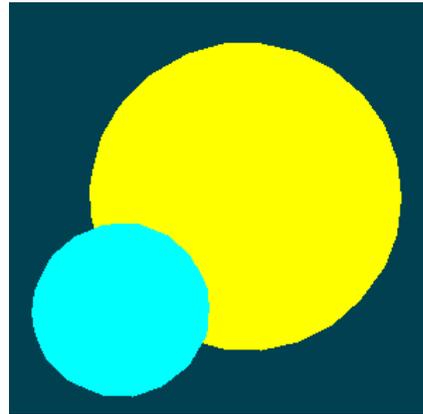


図 7.1

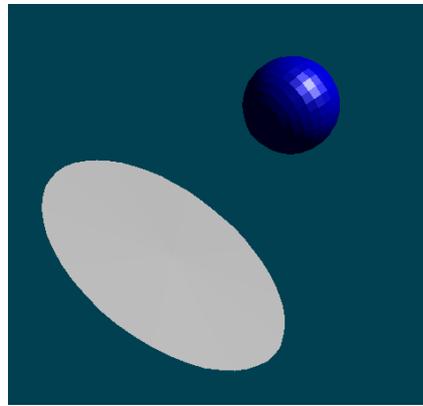


図 7.2

項目	ワイヤーフレーム	レイトレーシング	Zバッファ
処理速度	◎	×	○
面の表現	×	○	△
光の効果	×	○	△
陰影の効果	×	○	△
モデリングのしやすさ	○	△	○

表 1

ペルチェ素子の仕組み

2年B組 小池 剛央
2年A組 大村 啓輔
指導教諭 末谷 健志

1 要約

私たちはペルチェ素子についての研究を行い、ペルチェ素子を用いて、零下を実現することができるとともに、効率よく物質の温度を下げる方法がわかった。

キーワード

ペルチェ素子、温度変化、温度差、電圧、電流、冷却ファン

2 研究の背景

以前から、パソコンのCPUを冷やすために、ペルチェ素子が用いられることを雑誌などを通じて知っていた。そこで、この素子は、どんな特徴があるのかが興味があり、今回、調べることにした。

3 目的

ペルチェ素子を用いて、次の点を調べる。

- ① ペルチェ素子にかかる電圧と冷却温度の関係
- ② ペルチェ素子で実現できる最低温の測定

4 研究内容

<ペルチェ素子について>

一般に市販されているペルチェ素子は、図1のように平たい正方形をしており、電流を流すと片面が熱くなり、もう片面が冷たくなる。半導体を用いたこの素子は、電流によって熱エネルギーをポンプのように移動させる装置であるといえる。



図1

図1のように、裸のままのペルチェ素子に電流を流すと、一瞬は、冷たい面（以下、冷却面）の温度は下がる。しかし、数秒後には温度が逆に室温よりも上がり、ついには、素手でさわれないほどの高温になってしまう。この原因は、熱い面（以下、放熱面）の高い温度が冷たい面に伝わって、冷却面の温度がうまく下がらないためであると考えられる。

文献やデータシートなどによると、ペルチェ素子は、流れる電流に対して、冷却面と放熱面の“温度差”を一定に保つ素子であると表現してあった。つまり、ある電流値で、温度差を20度作れるペルチェ素子があったとすると、冷却面と放熱面は、表1のようになる。

冷却面	放熱面	温度差
20度	40度	20度
50度	70度	20度

(表1)

つまり、温度差が一定であるため、熱エネルギーが移動し、放熱面の温度が上がれば上がるほど、冷却面の温度も上がっていくことを意味する。

逆に、放熱面の温度をどうにかして下げると、表2のようになると考えられる。

冷却面	放熱面	温度差
0度	20度	20度
-5度	15度	20度

(表2)

つまり、ペルチェ素子が温度差を一定に保つ性質をもつことを利用すると、加熱面を冷やすことで冷却面の温度は著しく下がり、零下を実現することが可能であると考えた。

(1) 仮説

ペルチェ素子で零下を実現することができる

(2) 研究方法

ペルチェ素子を使った冷却法に、加熱面を冷やすために、加熱面を別のペルチェ素子の冷却面で冷やすという、ピラミッド方式があることを知った。この方式を採用し、ペルチェ素子を3つ使う2段ピラミッドとペルチェ素子を6つ使う3段ピラミッド(図2)を作った。

ピラミッドの最底面のペルチェ素子の放熱面は、大型パソコンなどに利用されている放熱板（図3）を使って発生した熱を逃がす事にした。さらに、放熱板に溜まった熱を効率的に除去し、どんどん冷やすため、放熱板に図4のようなパソコン用のファンを取り付けた。

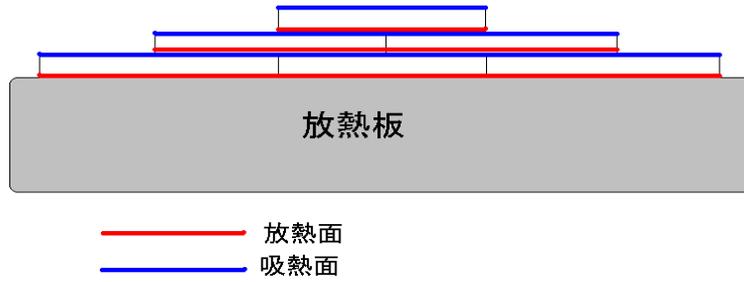


図2



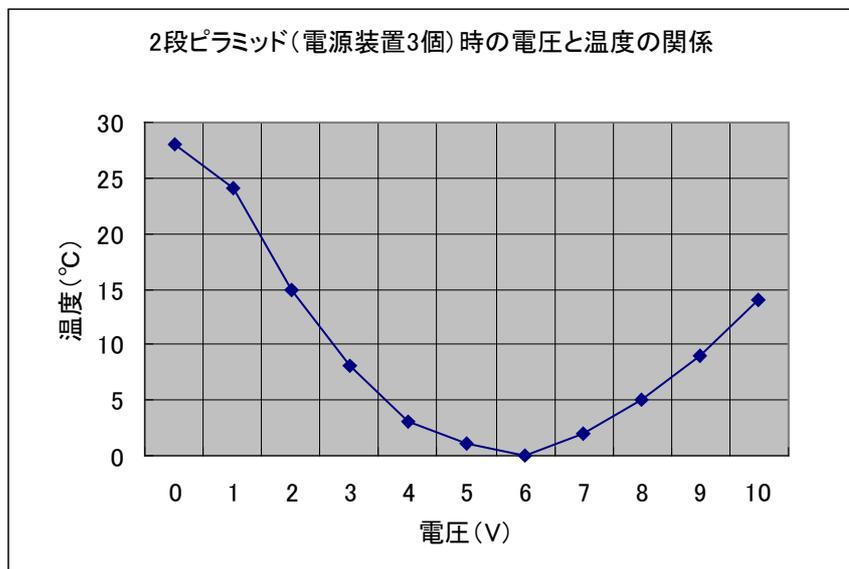
図3



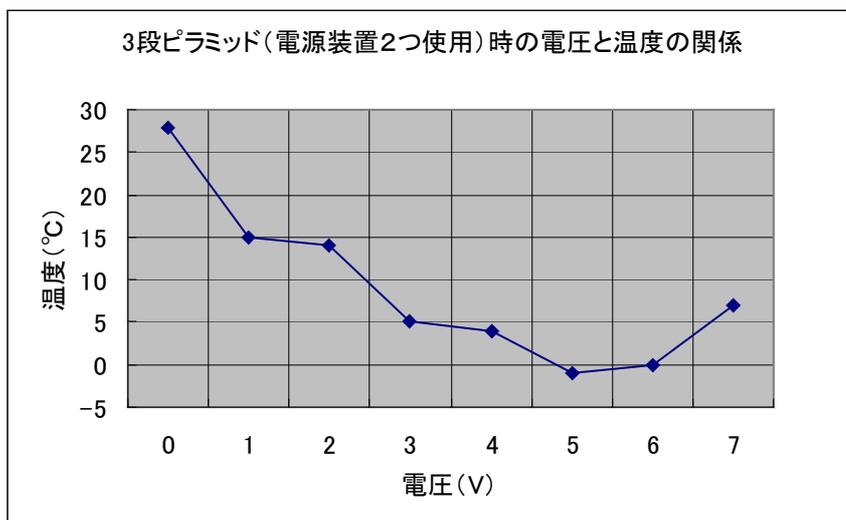
図4

(3) 研究の結果

二段ピラミッドの時の温度とペルチェ素子にかけた電圧の関係をグラフに示す。



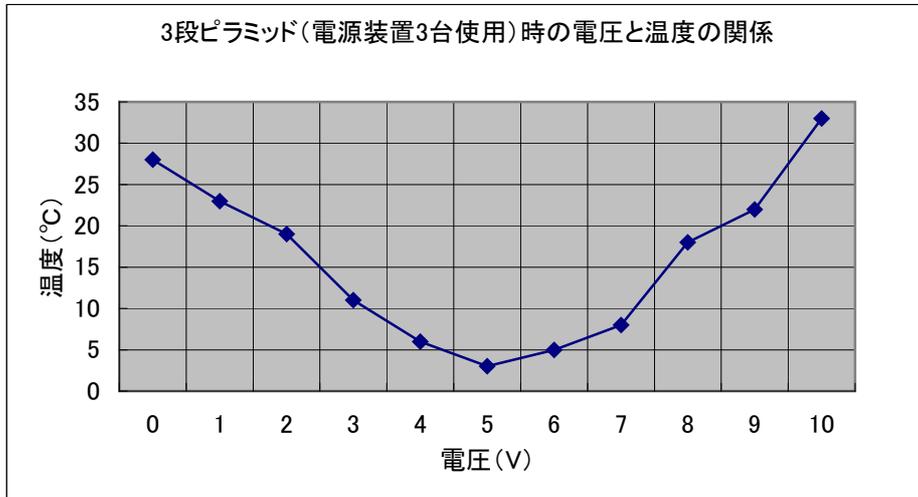
三段ピラミッドの時の温度とペルチェ素子にかけた電圧の関係をグラフに示す。



二段ピラミッドでは実現できなかったが、三段ピラミッドでは、5V 時に零下になった。つまり、ペルチェ素子によって、零下を実現することができた。

データが 7V で止まっているのは、手持ちの電源装置では、電圧がそれ以上あげられなかったためである。これは、ペルチェ素子は、数 A という大電流が流れるため、電圧を上げすぎると、電源装置の最大消費電力を超えてしまうことが原因である。

私たちは、この実験を通じて、電源装置に電力の限界があることを初めて知った。そこで、電源装置の数を増やして再度実験を行った。



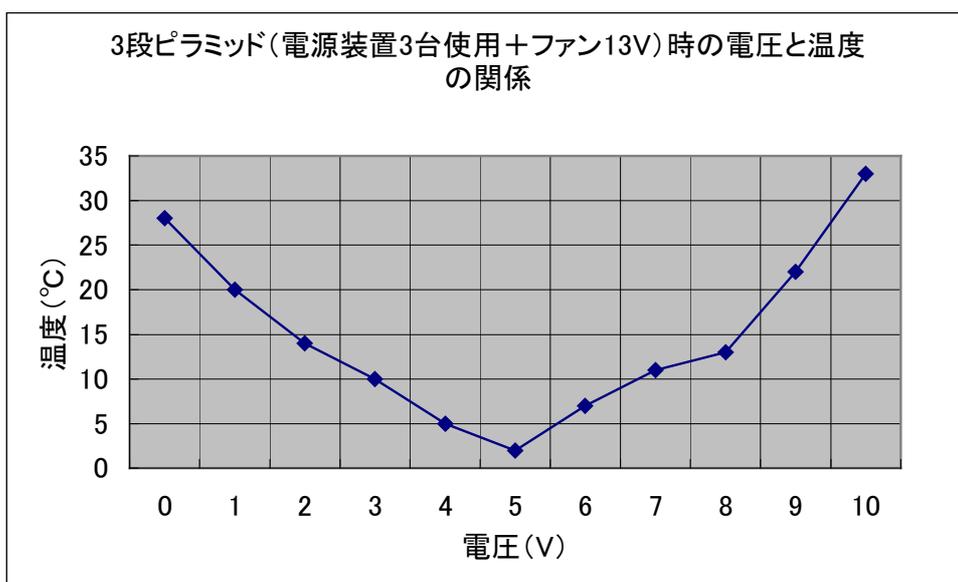
予想通り、高電圧領域の実験ができるようになった。二段ピラミッドのときのように、ある電圧を超えると、冷却面の温度が上昇していることが分かる。

ここで、全ての実験において、ある電圧を超えると、冷却面の温度は逆に上がっていくという結果となった。つまり、ペルチェ素子にかかる電圧（または電流）の値を単純に大きくすれば、冷たくなるというものではないことが分った。

この原因として、ペルチェ素子が発生する熱の量が、放熱装置の熱処理能力を上回り、うまく放熱ができないために、放熱面の温度が下がらなかったと考えられる。

この事を確かめるのに、放熱装置のファンにかかる電圧を 12V から 13V にあげ、ファンをより早くまわし、熱処理能力をあげてみて、温度が下がるかどうかで確かめた。

この実験結果が下のグラフである。



これまでと同様に、高電圧では温度が上がる傾向は変わらなかった。しかし、ファンをより早く回し、熱処理能力を高めることによって、最低温度が下がっていることが分かった。つまり、先にした予想は正しく、高電圧であっても、熱処理をうまくおこなうことによって、さらなる低温を実現できることが分かった。

5 考察

3段のペルチェ素子によって零下を実現できることが分かった。また、ペルチェ素子にかける電圧を上げていくと、冷却面の温度は確かに下がるが、熱処理が追いつかない場合、電圧を上げると、逆に冷却面の温度が上昇する傾向があることが分かった。

6 まとめと今後の課題

ペルチェ素子の熱処理能力を改良することによって、さらに冷却面の温度を下げるができることが分かった。そこで今後は、ファンの数を増やす、ファンの回転数を上げる、より効率の良い放熱版を採用する、などの工夫をしていき、より低温を実現したいと考えている。

7 参考文献・サイト

<http://www.fujitaka.com/peltier/experience/experience2.html> など

8 謝辞

今回の研究を通して、末谷先生に様々な知識や技術を教えていただきました。ありがとうございました。

モリアオガエルの成長と環境条件

2年A組 多々納 壮

2年A組 山中 祥五

指導教諭 矢野 幸洋

1 要約

SSH 生物・モリアオガエル班は環境条件の違いによる成長の違いについての研究を行った。

キーワード アルビノ個体 密度 オタマジャクシ 変態

2 研究の背景

学校近辺にある奈良公園で鹿について調べていたところ、かれていた池のそばのナンキンハゼの木についていたカエルの卵を見つけ、学校に持ち帰った。

一日置いていたら卵がかえり、あまり見かけないモリアオガエルだったことがわかったので、このモリアオガエルで実験する事にした。

3 目的

カエルは環境条件を変えると白くなったり、変態が遅れたりすると聞いたので環境条件の違いによってどのような成長の変化が起こるか次の2つの場合について調べた。

- ①モリアオガエルの体色と光の関係
- ②モリアオガエルの成長と密度の関係

4 研究内容

I モリアオガエルの体色と光の関係について

(1) 仮説

日光に当たらなかったカエルは白くなり、そのカエルに日光を当てると普通のカエルに戻るだろう。

(2) 実験方法

次の2つの条件のものを用意した。

- ① テクノポットに5匹のオタマジャクシを入れたものを2つ暗室に置き、光を当てないようにアルミホイルを巻いた
- ② 比較するために何もおおっていないテクノポットに5匹のオタマジャクシを入れたものも2つ用意した。



オタマジャクシを入れたテクノポット



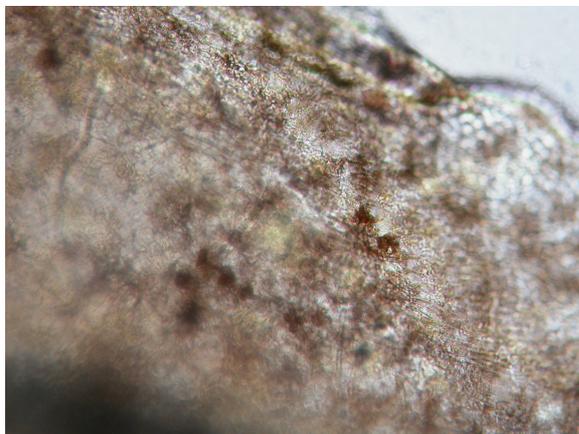
アルミホイルを巻いたものと何も
おおっていないもの

(3) 実験結果

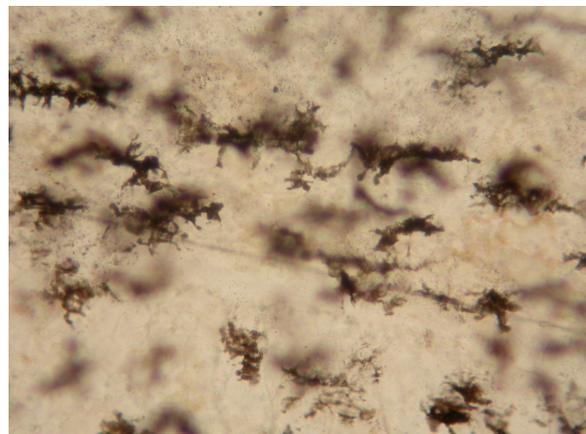
	暗室	自然状態	メモ
6月21日	変化なし		実験開始
6月27日	変化なし		えさをやる
6月28日	変化なし		水を替える
7月4日	変化なし	変化なし	比較するオタマジャクシを用意。水を替える。
7月12日	変化なし	変化なし	えさをやる
7月18日	白くなった	変化なし	えさをやる
7月20日	黒に戻った	変化なし	
8月2日	1匹死んだ	変化なし	水を替える
8月23日	3匹死んだ	1匹死んだ	水を替える

(4) 考察

実験の途中で暗室に置いていたオタマジャクシが一度は予想していた通り白くなった。しかし、少しするとまた黒に戻っていた。その理由は、えさをやる際に光が少し当たってしまうから黒く戻ってしまったと考えられる。



暗室で飼育したオタマジャクシ



明るいところで飼育したオタマジャクシ

(5) 今後の課題

この実験をしたときには、あまりカエルの育て方やこの実験について知らなかった。

次にこの実験をする時には、餌やりの仕方でも工夫して、光がほとんど入らないようにして、カエルについての知識も十分調べ、もう一度この実験をしてみたいと思う。

II モリアオガエルの成長と密度の関係について

(1) 仮説

低密度で飼ったほうが、高密度で飼ったときよりよく成長するだろう。

(2) 実験方法

① 次の2つの条件のものを用意した

- ・ 低密度グループ（Aグループ）10匹。
- ・ 高密度グループ（Bグループ）15匹。

それぞれオタマジャクシの数以外は同じ条件にし、えさは同じ量をあたえる。

② それぞれについて、次のような方法で重さをはかった。

- 1) 茶こしでオタマジャクシをすくいとり別の容器に入れる。
- 2) ペーパータオルの上におき、できるだけ水分をとる。
- 3) 5匹ずつ全体の重さをはかり、その値から1匹あたりの重さ計算した。



低密度（左）と高密度（右）の飼育容器

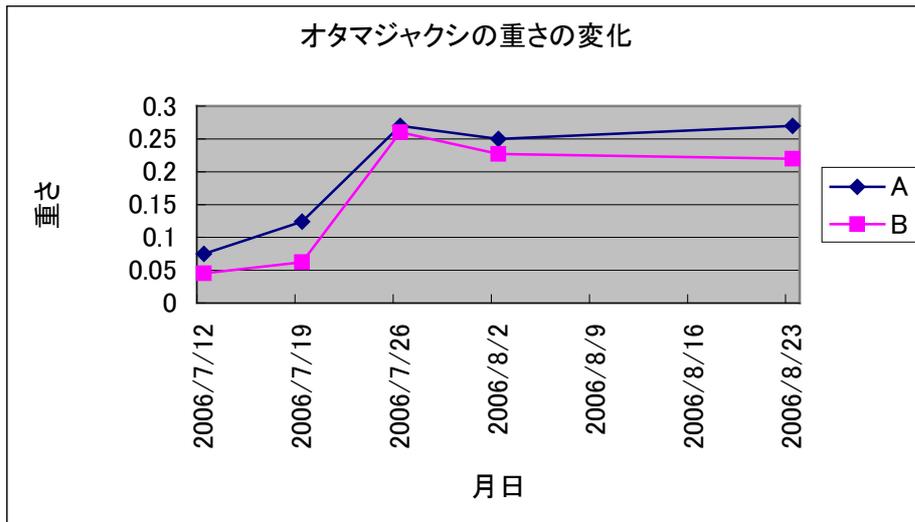
(3) 実験結果

月 日	測定回数		A(10 匹)	B(15 匹)
7 月 12 日	1 回目	5匹あたり	0.39	0.26
		1匹	0.08	0.05
	2 回目	5匹あたり	0.37	0.21
		1匹	0.07	0.04
	3 回目	5匹あたり		0.19
		1匹		0.04
		平均	0.075	0.045
	差	0.03		
7 月 19 日	1 回目	5匹あたり	0.63	0.22
		1匹	0.126	0.044
	2 回目	5匹あたり	0.47	0.36
		1匹	0.122	0.072
	3 回目	5匹あたり		0.35

		1匹		0.07
		平均	0.124	0.062
		差	0.062	

7月26日に水槽を見てみるとAが8匹、Bが12匹に減っていた。
そのため、Aグループ5匹、B15匹で行うことに変更した。

月日	測定回数		A(5匹)	B(15匹)
7月26日	1回目	5匹あたり	1.2	1.28
		1匹	0.24	0.25
	2回目	5匹あたり	0.87	1.09
		1匹	0.3	0.2
	3回目	2匹あたり		0.55
		1匹		0.27
		平均	0.27	0.26
		差	0.01	
8月2日	1回目	5匹あたり	1.24	1.33
		1匹	0.25	0.26
	2回目	5匹あたり		1
		1匹		0.2
	3回目	5匹あたり		1.1
		1匹		0.22
		平均	0.25	0.227
		差	0.02	
8月23日	1回目	5匹あたり	1.38	1.2
		1匹	0.27	0.25
	2回目	5匹あたり		1.05
		1匹		0.21
	3回目	2匹あたり		0.5
		1匹		0.25
		平均	0.27	0.22
		差	0.05	



(4) 考察

- ・実験の途中で死亡してしまったことにより正確なデータはとれなかったが、違いはわかった。42日間飼育した1匹あたり重さの違いは0.05gで少しの違いに見えるが、体長では3mm以上違いが出ていた。
- ・特定の期間での比較

月 日	期 間	Aの増加	Bの増加	差
7月12日～19日	7日間	約0.5g	0.17g	0.33g
8月2日～23日	21日間	0.02g	0g	0.02g

以上のことからAグループ（低密度）の方がよく成長すると推測できる。

また、えさは同じ量あたえたが、高密度のオタマジャクシにとって十分と思われる量をあたえたので成長にはほとんど影響をあたえていないと思う。

(5) 今後の課題

重さとともに体長も測るとよいことがわかった。今後、調べるデータを増やし、より詳しいデータを残したい。また、えさの内容物による成長の違い（変態の違い）を調べたいと思う。

Ⅲモリアオガエルのえさの内容物による成長の違いについて

(1) 仮定

今までの実験では、ウサギのえさを与えたが、オタマジャクシが変態しなかった。えさを変えると変態に変化が現れるであろう。その根拠は、オタマジャクシを家に持ち帰って、たまたま家にあったメダカのえさを与えたらカエルに変態したからである。

(2) 実験内容

次の四つについて調べた。

1. カメの餌
2. メダカの餌
3. ウサギの餌

4. ウサギの餌+アカムシ

餌の量はすべて 0.2 g にして、一週間に一回与えた。

(3) 実験結果

最終的にすべてのオタマジャクシが変態した。

しかし変態までの日数が違っていた。

始めに変態したのは、メダカの餌で 7 日目、

最後に変態したのは ウサギの餌で 25 日目であった。

どのえさでも大きさの違いはほとんどなかった。



(4) 考察

- ・えさによる成長の速度の違いはあったが、どのえさでも変態した。
- ・えさによる成長の違いがわかったので、実験Ⅱのグラフの急に成長した時期にいろいろな種類のえさを与えると成長の早さの違いがよりはっきりとわかると思う。

(5) 今後の課題

卵からかえったばかりのおたまじゃくしでの実験はしていないので、今度はかえったばかりのおたまじゃくしで実験をしたい。

異なる光の波長におけるプラナリアの分裂と再生実験

2年A組 行松 和輝

2年B組 寒河 裕人

指導教諭 矢野 幸洋

1 要約

紫外線や赤外線等の光の波長がプラナリアの分裂と再生に及ぼす影響についての研究を行った。
キーワード 光の波長、分裂、再生

2 研究の動機

プラナリアが暗い所で分裂して殖えるということを聞いたので、学校に飼ってあるプラナリアを使って、どういう波長の場合だと分裂・再生しやすいのかを調べた。



3 目的

普段の光環境とは異なった環境の下でプラナリアを飼育して分裂から再生までの過程の様子を観察し、普通の光環境の場合と、分裂の仕方や分裂後の様子等を比較して、光の波長がプラナリアの分裂・再生にどのような影響があるのかを調べる。

実体顕微鏡で見たプラナリア

4 研究内容

実験 異なる波長における分裂実

(1) 仮説

プラナリアは暗いところのほうが活動して分裂する「数が増える」という仮説を立て、紫外線や赤外線だとあまり活動しない「数が増えない」と考えた。

(2) 研究方法

4つのテクノポット（右図）にプラナリアを5匹ずつ入れ、発光ダイオード（LED）をと は6個取りつけたもの（右図）を用いて、次のような条件で調べた。

紫外線（400nm）だけを当てる。全体をアルミホイルでおおう。

赤外線（940nm）だけを当てる。全体をアルミホイルでおおう。

光を遮断するためにアルミホイルでおおう。

何もせず普通の状態にしておく。＜自然状態＞

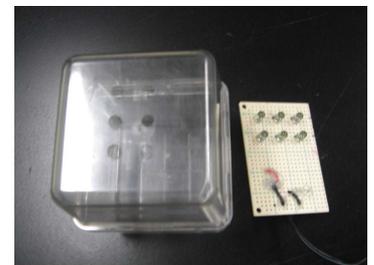
～ を恒温室（24℃に設定）の中へ入れて実験を行った。

これら4つの条件でのプラナリアの数や状態などを比較した。

えさはそれまでニワトリのレバーで育ててきたので1週間に1回程度ニワトリのレバーを少量与えた。

(3) 研究結果

光をさえぎったものは、大量に増えたが、
・ ・ の数はほとんど



紫外線照射装置



アルミホイルでおおった状態

月日	結果				メモ
9月13日	5匹入れる	5匹入れる	5匹入れる	5匹入れる	実験開始
9月15日	変化なし	変化なし	変化なし	変化なし	
9月20日	変化なし	変化なし	変化なし	変化なし	えさを与える
9月21日	変化なし	変化なし	変化なし	変化なし	水を替える
9月25日	変化なし	変化なし	変化なし	7匹に増	の増えたものには目がついていない
9月28日	変化なし	変化なし	変化なし	5匹に減	
10月6日	7匹に増	変化なし	13匹に増	5匹のまま	えさを与える。 の増えたものには目がない
10月7日	7匹	変化なし	13匹のまま	5匹のまま	水を替える
10月11日	8匹に増	7匹に増	13匹のまま	5匹のまま	えさを与える
10月12日	8匹のまま	7匹のまま	13匹のまま	5匹のまま	水を替える
10月11日	8匹のまま	7匹のまま	13匹のまま	5匹のまま	

変わらなかった。 で、9/25 から 9/28 にかけて減った理由はわからない。

(4)考察

- ・ ・ ・ がほとんどかわらなかったのは、紫外線も赤外線も自然状態でも放射されているので、自然状態と条件があまり変わらなかったからだと思う。
- ・ 暗い条件だとよく分裂することがわかったし、明るい条件では分裂しにくいことがわかった。

実験 異なる波長における再生実験

(1)仮説

プラナリアは暗い所のほうが再生して数が増えるが、他ではあまり増えないであろう。

(2)研究方法

4つの入れ物にプラナリアを3匹ずつに分け、それらを2つに切断し、発光ダイオードを用い、実験（紫外線(400nm) 赤外線(940nm) アルミホイルでおおう 普通の状態）と同様に調べた。

(3)研究結果

	紫外線	赤外線	アルミホイル	自然状態
開始	6個体	6個体	6個体	6個体
7日後	5	5	6	6
14日後	5	5	7	8

(4)考察

- ・ 結果的には実験 よりも変化が見られにくく、ほとんど増えたり減ったりしていなかった。だから、再生には波長の影響をあまり受けないと思われる。
- ・ カミソリで切ったときに白い糸みたいなもの（再生芽）が見えたので人間でいうとかさぶたみたいなもので体を保護しているかもしれない。
- ・ 実験 では暗い所のほうが増えやすかったが、実験 では自然状態のものの方が一番数が多いので、切断した場合には自然状態のものの方が増えやすい可能性がある。

グラフ理論で考える近畿地方

4年A組 辻 春花
4年A組 中尾 邦光
4年B組 太田 英利
指導教諭 河合 士郎
指導教諭 川口 慎二

1 要約

サイエンス研究会数学班は3つのテーマに分かれて研究活動を行っている。4年生は、グラフ理論について研究しており、身近な事象に関連付けて、グラフの諸性質を考察している。このレポートでは、その一例を紹介したい。

キーワード グラフ、頂点、辺、次数、オイラーの一筆書き定理

2 研究の背景と目的

私たちの生活はトラックの輸送に頼りきっている。例えば、近くのスーパーマーケットに出かけると、そこには、生産地が遠方である品物が多くあることに驚かされるだろう。これらの多くは、鉄道による輸送が容易ではなく、トラックによる輸送を余儀なくされているらしい。しかし、これらの輸送ルートは最適だろうか。

この疑問を「グラフ理論」を用いて考えるために、今回はその導入として身近な近畿地方の移動を例に考えよう。

この移動を独自に問題としてとらえ、これを解決するための準備として、このレポートでは、先ずグラフ理論において、有名な定理のひとつである「オイラーの一筆書き定理」の証明をし、近畿地方の移動について考察する。

なお、数学班4年生は、グラフ理論に関する研究を進め、様々な現実の問題への応用を考察していく計画である。

3 研究内容

近畿地方の移動を考える前に、グラフ理論に関する基本知識をまとめておく。

■グラフの定義

グラフ(graph)とは、図1のように、いくつかの点があり、それらがいくつかの線で結ばれている図形のことである。

グラフにおいて、それぞれの点のことをグラフの**頂点(vertex)**、それぞれの線のことをグラフの**辺(edge)**という。

また、各頂点から出ている辺の数をその頂点の**次数(degree)**という。図1の頂点A,B,Cの次数は、それぞれ1,2,1となる。

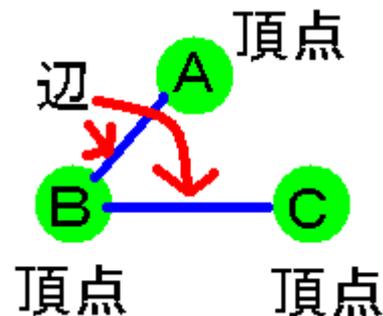


図1

例1 図2の頂点 X の次数を考える。

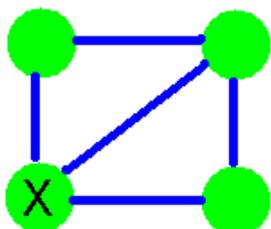


図2

頂点 X からは、辺が3本出ているので、頂点 X の次数は3である。
このグラフは、図3のようにも書き換えられる。

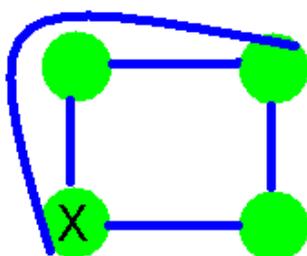


図3

図3が、図2から変形することができるので、図2,3はいずれも同型であることがいえる。ここで、2つのグラフが**同型 (equivalent)**であるとは、2つのグラフにおいて、それぞれ対応する各頂点の次数が等しいときをいう。すなわち、グラフにおいては、頂点と頂点の結びつきは、方向や距離を考えず、単に各頂点がどの頂点と結びついているかが重要なのである。

さらに、グラフにおいて、同じ頂点を二度と通らない閉じた道を**サイクル (cycle)**という。

サイクルをもたない、連結されたグラフを**木 (tree)**という。また、少なくとも一つの辺をもった木において、一つの辺の終点である頂点を**吊り頂点 (pendant vertex)**という。

■グラフの一筆書き

さて、グラフが一筆書きできる場合について考えよう。グラフが一筆書きできるとき、それぞれの頂点から出る辺と入る辺の数が等しい。ただし、始点（出発点）と終点（到着点）は除いて考える。

2つの頂点を除いた頂点の次数がそれぞれ偶数であるとき、このグラフは一筆書きできるといえる。そして、始点と終点が一致する場合には、その頂点の次数も偶数になるが、一致しなければその2つの頂点の次数はそれぞれ奇数となる。

以上のことは、オイラーの一筆書き定理という定理として導かれている。

定理（オイラーの一筆書き定理）

次数が奇数となる頂点が0個か2個であるグラフは、一筆書きができ、それ以外の場合は一筆書きできない。

[証明]

まずは、グラフ G が一筆書きできるとき、 G の頂点のうち、次数が奇数であるものは0個か2個であることを示そう。

上述のように、グラフ G が一筆書きできるとき、始点と終点以外の頂点 V では、 V に入ってくる辺と V から出て行く辺の数が等しい。つまり、始点と終点の2つの頂点を除いた頂点の次数はすべて偶数である。そして、始点と終点が一致する場合には、その2頂点の次数も偶数になるが、一致しなければその2頂点の次数はそれぞれ奇数となる。

次に、次数が奇数となる頂点が0または2個であるグラフ G が一筆書きできること

を証明しよう。この証明には、辺の数に関する帰納法を用いる。

(i) G は次数が奇数である頂点をもたない、即ち、 G のすべての頂点の次数が偶数である場合について考える。

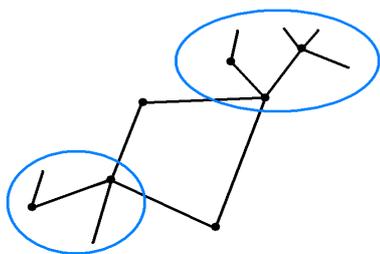
まず、辺の数が0のとき、即ち始点のみの場合、明らかに一筆書きできる。

ここで、辺の数が k 本以下のグラフ(ただし、すべての頂点の次数は偶数である)が一筆書きできていると仮定する。

さて、(すべての頂点の次数が偶数であり、) $k+1$ 本の辺からなるグラフ G について考えてみよう。このグラフ G は、始点と終点が一致するので、吊り頂点をもたない。よって、木ではないことがわかる。したがって、 G にはサイクル(閉じた道)があることがわかる。ここで、このサイクルに属する辺を一時的にすべて取り除くとグラフはいくつかの部分(これを**連結成分(component)**という)に分けられる

(図4参照)。

しかし、これらの部分は、一時的に取り除いたサイクルと共通の頂点をもっている。これらの共通する頂点は、サイクルの頂点でもあるため、もともとの次数より2だけ小さくなる。よって、もとのグラフ G からサイクルを除いてできる各部分は、すべての頂点の次数が偶数であり、辺の数は k 本以下である。



すると、帰納法の仮定により、これらの各成分は一筆書きできることがわかる。したがって、サイクルを一周して、連結成分と共有する頂点に着いたとき、その成分を一筆で書くことで、次数が奇数の頂点が0個の場合は証明できる。

(ii) G は次数が奇数である頂点を2つもつ場合について考える。

まず、始点と終点を結ぶグラフ上の辺を取り除く。すると奇数の次数の頂点なくなることがわかる。

このグラフは(i)において議論した、次数が奇数である頂点をもたない、即ちすべての頂点の次数が偶数であるグラフになるので、あとは、(i)と同様に証明できる。

(i), (ii)より、次数が奇数となる頂点が0または2個であるグラフ G が一筆書きできる。

以上から、オイラーの一筆書き定理が証明された。■

一筆書きできるグラフのことを、**オイラーグラフ (Euler graph)** と呼ぶ。

4 考察

以上の準備のもと、次の問題を考察してみよう。

■問題

近畿地方の全ての府県境を同じ府県境を通らず通れるか。ただし、始点と終点は一致しなくてもよいものとする。ここで近畿地方は、京都、大阪、滋賀、兵庫、奈良、和歌山、三重の2府5県に属する地域を指す。



(<http://www.asahi-net.or.jp/~aq9s-tmng/kinki/kinki.html>)

図5

■考察

まず、近畿地方の地図である図5をグラフで表そう。2府5県を点(頂点)で表し、府県境を線(辺)で結ぶと図6のようなグラフを得る。すると、上述の問題は、「図6で表されたグラフが一筆書きできるかどうか」という問題として考えることができる。

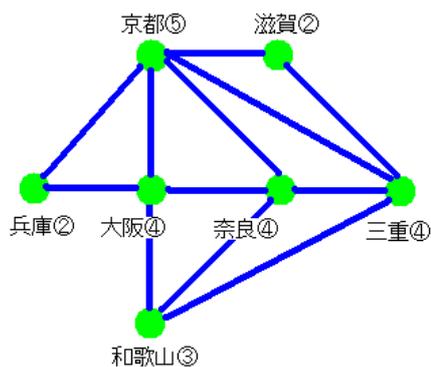


図6

図6において、各頂点の次数を○内に示した。このグラフは、次数が奇数である頂点が2個のみなので、オイラーの一筆書き定理より、一筆書きができるとわかる。

5 今後の課題

このレポートでは、オイラーの一筆書き定理の証明をすることができた。今後は、「結び目理論」にグラフ理論を関連付けた研究を進めたいと考えている。

6 参考文献

- [1]「数学のひろば-柔らかい思考を育てる問題集-I, II」、ドミトリ・フォミン、セルゲイ・ゲンキン、イリヤ・イテンベルク著、志賀浩二、田中紀子訳、岩波書店(1998)
- [2]「NHK 高校講座 数学基礎 2004年度」、日本放送出版協会編、日本放送出版協会(2004) p. 86-89
- [4]「数学とっておきの12話」(岩波ジュニア新書417)、片山孝次、岩波書店(2002)

7 謝辞

本研究およびレポート作成にあたって御指導くださった河合先生と川口先生に深く感謝します。

シカとヤギの糞の研究

2年B組 平井 和斗
指導教諭 矢野 幸洋

1 要約

S S H生物班は、シカとヤギの糞の内容物について調べました。

キーワード 糞、シカ、ヤギ

2 研究の動機

近所にヤギを飼っている人がおり、ヤギの糞があちこちに落ちているのにそれほどくさくさなかった。また、学校の近くの奈良公園にはシカがおり、その糞についてにおいや内容物を比べると面白いと思ったから。

また、ものを食べるという行為はどんな生物でもしなければいけないので、その糞を調べると何を食べて生きているかということがわかりそうだったから。

3 目的

シカとヤギの食性を糞の内容物によって比べる。

4 研究内容

(1)仮説

シカとヤギでは食べるものが違うから糞の内容物も違おうだろう。また、食べるものによって糞のにおいに違いが出るだろう。

(2)方法

シカとヤギ両方の糞の表面が少し湿っているぐらいの糞をそれぞれ 10 粒ぐらい採集し、フィルムケースに入れ、実験室へ持ち帰る。

シカの糞は奈良公園内の飛火野の 3 か所で採集した。

(右図の手前と中ぐらいと奥の方の 3 か所)

ヤギの糞は筆者(平井)の家の近くで採集した。

実験室へ持ち帰り、シャーレ内で、1 粒ずつ水でほぐし実体顕微鏡で観察する。10 粒ぐらいまとめて重さを測定し、その値から 1 粒の重さも計算する。



奈良公園内(飛火野): 学校より徒歩 10 分のところにある

(3) 観察結果

月 日	観察結果
1月27日	ヤギの糞 11 個を採集
1月31日	ヤギの糞の観察。中はわらのようものばかり、ふんの表面はつるつるして中はこげ茶色をしている
2月15日	シカの糞:1 粒の重さ 0.334g、ヤギの糞 1 粒の重さ 0.239g。シカは全体としてさらさらした粉が多い。
6月15日	奈良公園(飛火野)の3か所で糞を採集
7月14日	シカの1粒の重さ0.24g。繊維のようなものと種子のようなものがみつかると。



ヤギの糞(左)とシカの糞(右)

注意：倍率が違うので大きさが違うように見えるが、実際はほとんど同じ大きさである。

まとめ

- ・糞 1 個あたりの重さと大きさについては、ヤギとシカではほとんど差はなかった。
- ・シカの糞はにおいがしたが、ヤギの糞は臭わなかった。両方とも乾燥した糞は予想以上に硬く、水につけてもほぐれなかった。
- ・シカもヤギも消化されずに残っていた繊維がほとんどだった。

	ヤギ	シカ
におい	ほとんどしない	におう
内容物	比較的大きいまま	細かいものが多い
食性	笹、セイダカアワダチソウ	芝、しかせんべい

5 考察

実体顕微鏡で見ただけでは、内容物を詳しく調べることができなかったが、ヤギは比較的大きいまま繊維が残っていた。またシカは粉末のようなものがとても多かった(ヤギは少なかった)。これはシカは鹿せんべいをたくさん食べることも関係していると思う。ヤギは、おかきやせんべいは食べることがあるがあまり与えていないので、そのような粉が少なかったのだろう。

6 まとめと今後の課題

何の植物のものかわからない繊維などがあったのでそれが何の植物かわかれば良いと思う。また、種子のようなものがあつた(17粒ぐらい)ので、それが本当に種子なのかを確かめたいと思う。

粗密波は起きるのか

4年A組 中嶋 研人

指導教諭 末谷 健志

1 要約

CPP 言語により粒子衝突シミュレータを制作し、熱運動する多数の剛体粒子を並べた空間において、粗密波が発生することがわかった。

キーワード シミュレーション、粒子、音、粗密波、分子

2 研究の背景

以前から、衝突に関するシミュレーターを制作していた。粗密波に関する話を授業で聞いたとき、多数の剛体粒子が熱運動する空間において、一部の粒子に衝撃を与えると、粗密波が発生することを再現できるのではないかと思い、研究するに至った。

3 目的

空気中の音の伝わり方を調べるために、熱運動する多数の剛体粒子を並べた空間で粗密波が発生するかどうかをシミュレートする。

4 研究内容

(1) 仮説

ランダムに運動している剛体粒子の一部に衝撃を加えれば粗密波（音）が発生する

また、粒子と粒子を入れた箱の壁との衝突は、完全弾性衝突とした。

(2) 研究方法

粒子衝突シミュレータを C++言語にて制作する。シミュレータは、粒子を衝突直前まで等速直線運動させ、衝突直後の速度を以下の物理法則に基づいて決定する。

乱数を用いて、粒子を配置した直後の図が図1である。この状態から、ある瞬間に中央付近の粒子のみに上方向の衝撃(力積)を与える。衝撃を与えた後、粒子がどのように振る舞うかをシミュレートした。

また、衝撃が大きな場合（＜実験1＞）と小さな場合（＜実験2＞）での違いを確かめた。

$$e = -(v_{1+} - v_{2+}) / (v_{1-} - v_{2-})$$

$$m_1 v_{1+} + m_2 v_{2+} = m_1 v_{1-} + m_2 v_{2-}$$

(e; 跳ね返り係数、v; 速度、m; 質量、記号; 跳ね返る前、+; 跳ね返った後)

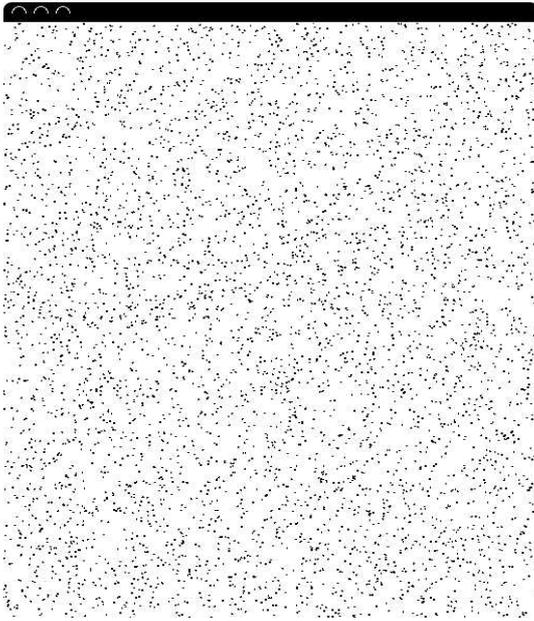


図 1

< 実験 1 >

粒子数 10,000 はね返り係数 $e=1.0$
 衝撃の強さ (力積) 2.0Ns

< 実験 2 >

粒子数 10,000 はね返り係数 $e=1.0$
 衝撃の強さ (力積) 0.5Ns

(3) 研究の結果

左にある縦の帯状に見えるのが粒子群である。その右の実線は、粒子群の密度分布を表す。密度が高いほど、実線は右に振れる。

< 実験 1 >

シミュレーション結果を時系列に図 2 ~ 7 に並べた。図 2 は、粒子に衝撃を与えた直後を表す。

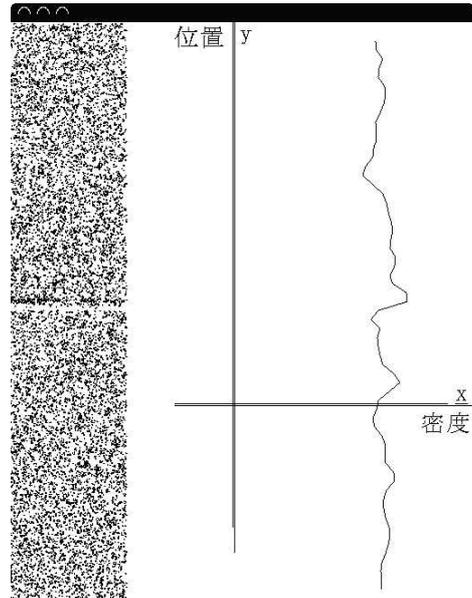


図 2

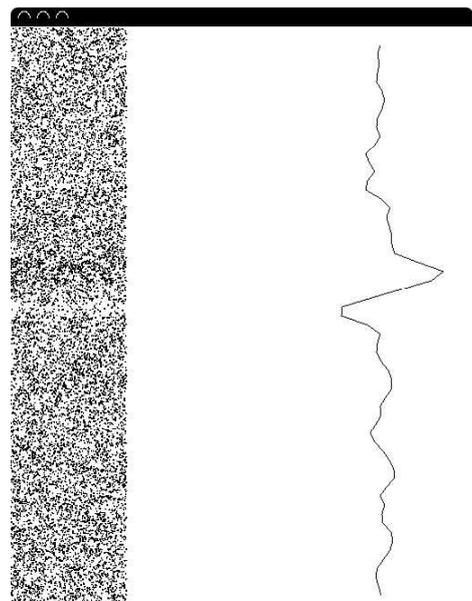
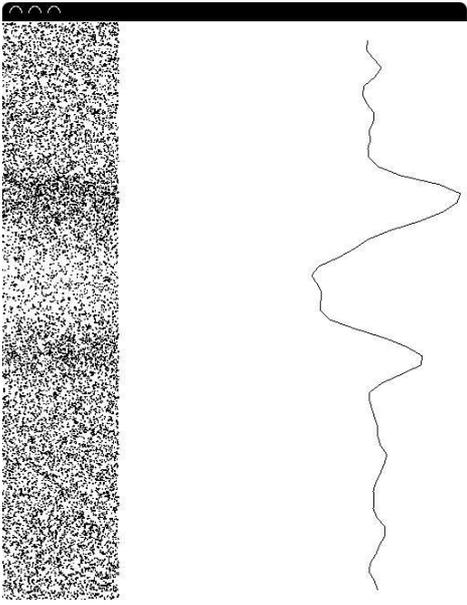
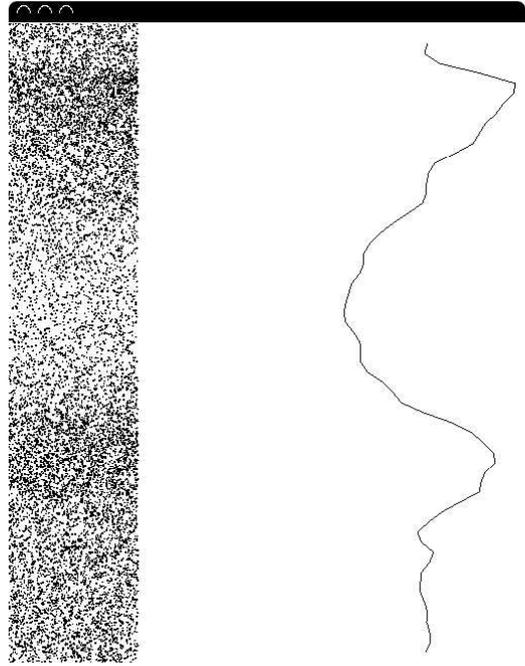


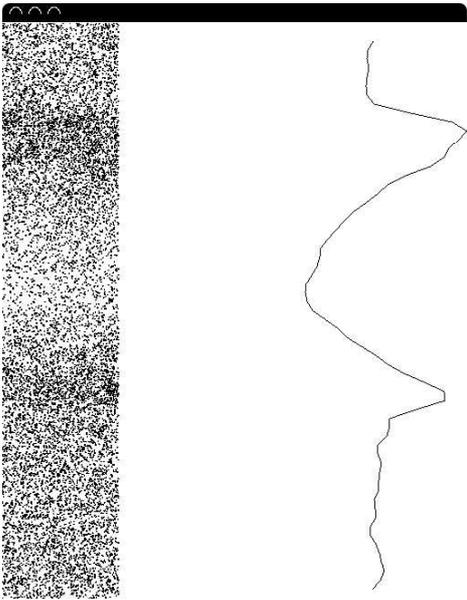
図 3



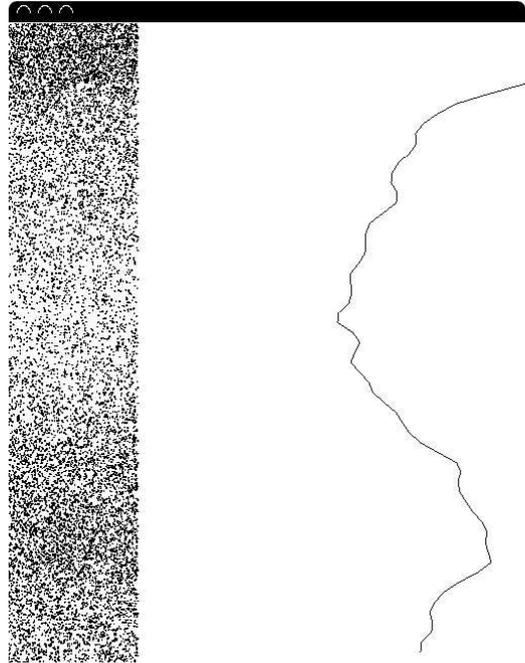
☒ 4



☒ 6



☒ 5



☒ 7

<実験 2 >

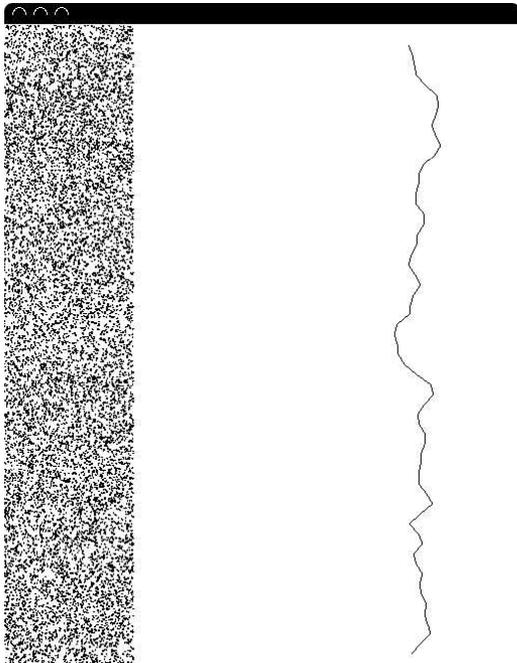


図 8

5 考察

<実験 1 について>

図 2 ~ 7 を見ると、粗密波が発生し、その波が移動していることがわかる。この事から、熱運動する多数の剛体粒子を並べた空間で、粗密波が発生することがわかった。

図 4 ~ 7 を見ると、粒子を一方向にのみ加速したにも関わらず、波の山を二つ確認することができる。加速した方向とは逆方向に現れる波の山は、最初に加速された粒子群が他の粒子に衝突し、跳ね返ってできたものだと考えられる。

図 7 を見ると、壁付近の粒子の密度が高い状態で安定している。これは、さらに時間をかけてシミュレートが続けていくと密度のグラフは平坦になると思われる。

<実験 2 について>

粒子に与える力積が小さいとき、見た目で確認できるほどの粗密波が発生しないことが分かる。

6 まとめと今後の課題

多数の剛体粒子を並べた空間において、実際と同じように粗密波が発生することが分かった。これは、私たちが日頃声を発しているのとはほぼ同様である。意外だったのは、粗密波が発生させようと衝撃を与えた方向と逆向きにも同じ程度の振幅の粗密波が発生したことである。作用反作用の法則を考えると別段不思議ではないが、そのことをシミュレートできたことはうれしかった。

今回の実験は実際の熱運動の大きさなどを無視したが、今後は、正確に熱運動をシミュレートし、さらに三次元空間でも粗密波が起きるのか確認してみたい。この場合、計算量が莫大になり、シミュレーションにさらに時間がかかることが容易に予想される。分散処理などの計算時間を短縮する仕組みについて勉強していきたい。

7 参考文献・サイト

Mersenne Twister

<http://www.math.sci.hiroshima-u.ac.jp/m-mat/MT/mt.html>

オーム社「ゲーム開発のための物理シミュレーション入門」 david M.Bourg 著

榊原 一矢 監訳

8 謝辞

指導してくださった末谷先生に感謝します。

モーションキャプチャを利用した新しいマウスシステムの開発

4年A組 岡田真太郎

4年A組 中嶋 研人

指導教諭 末谷 健志

1 要約

私たちは、最近普及が進んでいるWebカメラを用いたモーションキャプチャを独自につくり、さらに、その技術を応用して新しいマウスシステムを開発した。開発したマウスシステムは、直感的に扱うことができる、導入が容易である、非接触である、人の指や口の動きなどをマウスポインタの動きにすることができる、など、従来にはない、さまざまな特徴が挙げられる。

キーワード

モーションキャプチャ、Webカメラ、マウス、プログラミング

2 研究の背景

40年前にPCの入力デバイスとして誕生したマウスは、形をほとんど変えずに使われ続けている。これだけ長い間使われるのは、現在のマウスが最良のPCインターフェースだからであろうか。否。現に私の祖母などは、未だにうまく使うことができない。もっと誰でも使えるマウスがあってもよいのではないだろうか。

また、Windows や Mac では、手前のウィンドウが奥のウィンドウに重なることがある。つまり OS には、奥行きが存在するのである。しかし、2次元平面を滑走する現在のマウスでは、この奥行きを簡単に操作することができない。

そこで私たちは、従来に変わる新しいマウスシステムの開発を目指した。

3 目的

開発するマウスシステムは、次の特徴を備えたものとする。

- ①直感的に操作ができること
- ②シンプルで導入が容易であること
- ③どこにでもある物体がマウスになること
- ④"奥行き"を簡単に操作することができること

4 研究内容

(1)仮説

任意の物体の座標を取得できるモーションキャプチャを実現し、それを利用した新しいマウスシステムを開発することができる。

USB 接続の Web カメラを使って、安価で手軽なモーションキャプチャを独自に開発した。この技術がマウスシステムの中核となる。

以下に、モーションキャプチャの開発に関する研究の一部を紹介する。

(2)研究方法

図1に示すように、カメラに映し出された、マウスとなる物体の3次元座標(x,y,z)を連続的に取得する技術をモーションキャプチャという。通常、この技術は高額で大がかりな装置を必要とする。しかし私たちは、数千円

研究 I 物体の切り出し

まず、Web カメラが映し出す画像から、マウスとする物体のみを切り出す必要がある。

画像は、色情報をもつたくさんの画素の集合体である。物体の色情報に近い画素のみを表示することで、この切り出し作業ができるのではないかと考えた。

研究Ⅱ 物体の3次元座標の取得

研究Ⅰで切り出した画素の重心を図2で示すような計算式を用いて求められるのではないかと考えた。

また、物体がカメラに近ければ、切り出された画素の総数は多くなり、遠ければ少くなると考えられる。これから、物体のz座標を算出できるのではないかと考えた。

(3)研究の結果

モーションキャプチャの処理を行うソフトウェアは、C++言語で記述した。開発環境は Borland C++ Builder5 である。

研究Ⅰの結果

図3は、Webカメラが映し出したリングの映像である。リング中央付近の色情報 (U_0, V_0) を中心に、いくつかの幅をもった画素 ($U_0 \pm \alpha, V_0 \pm \beta$) のみを表示したのが図4,5である。

図3,4,5より、抽出幅をある程度小さくすることで、Webカメラが映し出した映像から、任意の物体を切り出せることが分かった。

研究Ⅱの結果

切り出した物体の各画素の重心を物体の重心とした。図6は、物体を円運動させた場合の重心の軌跡である。この方法で、精度よく物体の位置を取得できることが分かった。

また、切り出した画素の総数(N)とカメラからの距離の関係を図7に示す。画素の総数がカメラからの距離に一对一で対応することが分かった。

5 考察

以上の結果から、次のことが明らかとなった。

- ① 物体の色情報を元に、映像から物体のみを切り出すことができる。
- ② 切り出した物体の重心を連続的に求め

ることで、動く物体のx-y座標を取得することができる。

- ③ 切り出した物体の総画素数Nから、物体の奥行き(z軸)を求めることができる。

つまり、Webカメラの前の任意物体の座標をリアルタイムで取得できるのである。私たちは、この結果を受けて、モーションキャプチャソフトウェアを開発した。

さらに、このモーションキャプチャとマウスをリンクすることで、新しいマウスシステムの開発に成功した。

現時点でのマウスは、以下のような特徴を持っている。

- ① Webカメラに映し出された任意の物体をマウスにすることができる。
- ② 本の指先をマウスにすることによって、画面上のウィンドウを”つまん”だり”離したり”が文字通りに行うことができ、非常に直感的な操作性をもつ。
- ③ Webカメラを1台使うだけなので、導入が容易である。
- ④ 現行のマウスの機能はもちろん、画面平面上(x-y空間)の操作に加えて、奥行き(z軸)を容易に操作することができる。

6 まとめと今後の課題

以上のことから、研究の目的は概ね達成できたと考える。

開発して分かったことは、この新型マウスは、人の動きをマウスの動きに置き換えることができるため、お年寄りや肢体が不自由な方でも簡単に扱えるということである。今後は、実用化に向けて、座標の取得精度を向上させるなどの課題を解決し、さらなる改良を図っていきたい。

ちなみに、この新型マウスは、特許を出願するために、現在弁理士と相談中である。

7 謝辞

プログラミングの指導など、末谷先生には大変お世話になりました。ありがとうございました。

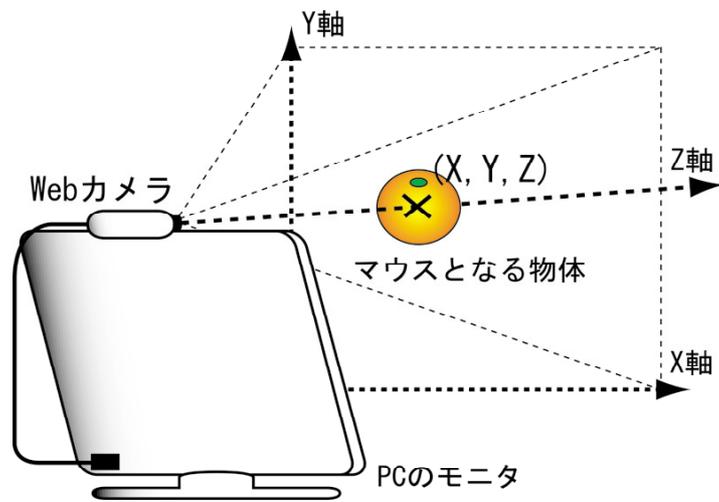


図1 Webカメラに映し出された物体の座標

$$\text{切り出した画素の重心 } (X, Y) = \frac{\sum (x_i, y_i)}{N}$$

図2 重心座標の計算式

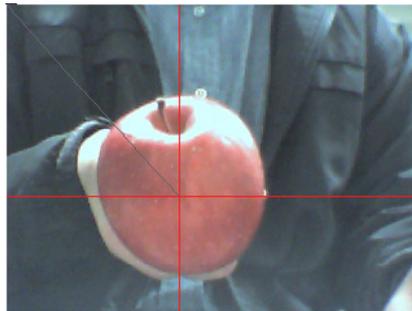


図3 Webカメラで取得した画像



図4 抽出範囲(α や β)が大きい場合
リンゴ以外も切り出している



図5 抽出範囲(α や β)が小さい場合
ほぼリンゴのみを切り出している

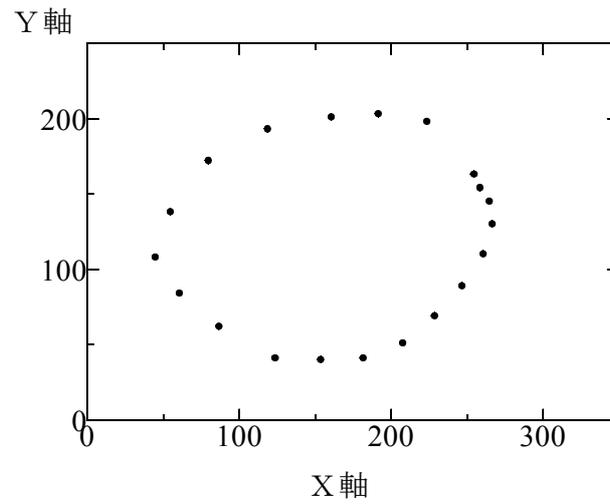


図6 物体を円運動させたときの重心の軌跡
 モーションキャプチャソフトは、物体を追っていることがわかる。
 (円がゆがんでいるのは、円運動させる人の操作による誤差)

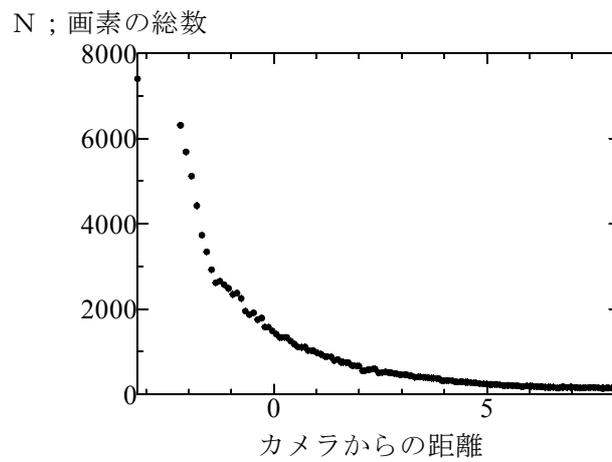


図7 切り出した画素の総数 N とカメラの距離 r の関係
 N と r が一対一に対応していることがわかる。

ルービックキューブへの群論

6年B組 福本 佳泰
指導教諭 河合 士郎
指導教諭 川口 慎二

1 要約

サイエンス研究会数学班は3つのテーマに分かれて研究活動を行っている。6年生は、ルービックキューブの操作と群論の関連について研究している。このレポートでは、その研究の一端を紹介したい。

キーワード ルービックキューブ、群、正規部分群、商群、置換、交代群、対称群

2 研究の背景と目的

ルービックキューブが好きだったので始めた。ルービックキューブ群の群構造を解析するための土台となる群論の基礎部分を学習し、実際にルービックキューブの操作に関する考察を行う。ルービックキューブ群 G について、その正規部分群や商群を考慮することにより、 $|G|$ を求めたい。その過程において、コーナーキューブの方向の値に基づいて、エッジキューブに対しても同様の値を新たに定義して考察を行った。

ていなければならない。また、便宜上、演算の記号 \cdot を省略することがある。

$$(2) \quad \forall a, b, c \in G \text{ に対して、} \\ a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c.$$

※(1) で定義された演算 \cdot について、**結合法則(associative law)**が成立する。したがって、 $a(bc) = (ab)c = abc$ と書くことができる。

$$(3) \quad ae = ea = a \text{ を満たす、} \text{単位元(unit element)} \ e \in G \text{ が存在する。}$$

3 研究内容

3-1. 群論の基礎

■群の定義

ある集合 G について、次の4つの条件が成り立てば、 G は**群(group)**である。

$$(1) \quad a, b \in G \Rightarrow a \cdot b \in G$$

※実数の掛け算における「1」に相当する。

$$(4) \quad \forall g \in G \text{ に対して、} \\ gg^{-1} = g^{-1}g = e \text{ となる } g \text{ の逆元} \\ \text{(inverse element)} \ g^{-1} \in G \text{ が存在} \\ \text{する。}$$

※集合の中で演算「 \cdot 」が定義される。つまり、演算を行った結果も元の集合に属し

■群の基本性質

群 G について、それが有限集合なら**有限群(finite group)**、無限集合なら**無限群**

(infinite group)という。群 G が有限群のとき、 G の元の個数を G の位数(order)という。以下、 G の位数を $|G|$ と表す。

群において、交換法則 $ab = ba$ は、一般には成立するとは限らない。交換法則 $ab = ba$ が常に成立する群のことを、可換群(commutative group)またはアーベル群(abelian group)という。

■置換群の定義

置換(permutation)とは、ある有限集合の中で、それらの要素の並び方を変えるということの意味する。 n 個のものを「 $a_1 \rightarrow b_1, a_2 \rightarrow b_2, \dots, a_n \rightarrow b_n$ 」のよう

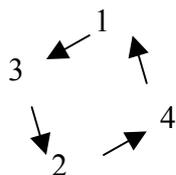
$$\begin{pmatrix} a_1 & a_2 & \dots & a_n \\ b_1 & b_2 & \dots & b_n \end{pmatrix}$$

と表す。

さらに、例えば4つの文字 1,2,3,4 の置換のうち、

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

は「 $1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 1$ 」と置換されているといえる。このような置換のことを巡回置換(cyclic permutation)といい、 $(1 \ 3 \ 2 \ 4)$ と表す(ただし、 $(3 \ 2 \ 4 \ 1)$ のように書いても同じ巡回置換を表している)。



また、2個のものの巡回置換、例えば $(1 \ 2)$ のような置換を互換(transposition)という。

また、すべての置換は、互換の積(置換を続けて施すということの意味する)として表わされる。例えば、

$$(1 \ 3 \ 2 \ 4) = (1 \ 3)(1 \ 2)(1 \ 4)$$

となる。また、巡回置換でなくても、

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 3 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix} = (1 \ 5 \ 4)(2 \ 3) \\ = (1 \ 5)(1 \ 4)(2 \ 3)$$

などと表される。さらに、

$$(1 \ 2)(1 \ 3) = (1 \ 2 \ 3),$$

$$(1 \ 3)(1 \ 2) = (1 \ 3 \ 2)$$

であるように、置換の積では一般には交換法則は成り立たない。

また、「どの要素もそのまま並べ替えない」という置換のことを恒等置換(identity permutation)といい、 id_n と表す。そして、置換 σ によって並べ替えられたものを元に戻すような置換は、必ず存在し、これを σ^{-1} と表す。

■奇置換と偶置換

互換の積に関して、次の性質が成り立つ。

命題 1 すべての置換は、互換の積で表される。その表し方は1通りには定まらないが、偶数個の互換の積、奇数個の互換の積のどちらで表されるかは、一定である。

証明

はじめに、同じ互換を2回繰り返すと元の並び方に戻ることに注意せよ(例えば、 $(1 \ 2)(1 \ 2) = id_n$)。即ち、 id_n は2個の互換の積で表される。置換 σ, ρ がそれぞれ

れ偶数個、奇数個の互換の積で表されるとする。

このとき、 σ の後に ρ^{-1} を続けて行う置換 $\rho^{-1}\sigma$ を考えると、これは偶数回の互換の後に奇数回の互換を施しているのので、全部で奇数個の互換の積として表される。したがって、 $\rho^{-1}\sigma$ は id_n にはなり得ない。

つまり、互換の個数の偶奇が一致しないならば、2つの置換は一致し得ない。したがって、1つの置換に対しては、互換の積は何通りか表せても、その互換の個数の偶奇は一致する。■

このように、偶数個の置換の積で表される置換のことを**偶置換(even permutation)**、奇数個の置換の積で表される置換のことを**奇置換(odd permutation)**という。例えば、上で見たように、

$$(1\ 3\ 2\ 4) = (1\ 3)(1\ 2)(1\ 4)$$

であるので、巡回置換 $(1\ 3\ 2\ 4)$ は3個の互換の積であらわせる。したがって、この巡回置換は奇置換である。一般に n 個の巡回置換は、 $n-1$ 個の互換の積であらわされる。よって、偶数個の巡回置換は、奇置換であり、奇数個の巡回置換は、偶置換であるといえる。

■ 対称群(置換群)

n 個の要素からなる集合に施す置換全体の集合 S_n に対して、演算を「置換を続けて行う」と定めたときに、この置換全体の集合は、群の定義(1)～(4)をすべて満たし、群となっていることを確認する。

- (1) $\sigma_1, \sigma_2 \in S_n$ とする。 $\sigma_1\sigma_2$ は置換 σ_2 を行った後で、置換 σ_1 を行う

ことを意味しているが、続けて置換を施すことは、結局はもとあった n 個の要素を並べ替えていることには変わらないので、明らかに $\sigma_1\sigma_2 \in S_n$ である。

- (2) $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 \in S_n$ に対して、結合法則 $(\sigma_1\sigma_2)\sigma_3 = \sigma_1(\sigma_2\sigma_3)$ は明らかに成り立つ。
- (3) 恒等置換 id_n が単位元に相当する。
- (4) $\sigma \in S_n$ に対して、置換 σ によって並べ替えられたものを元に戻すような置換 σ^{-1} が σ の逆元に相当する。

このような群 S_n を、 n 次の**対称群(symmetric group)**または**置換群(permutation group)**という。例えば、

$$S_3 = \left\{ e, (1\ 2), (1\ 3), (2\ 3), (1\ 2\ 3), (1\ 3\ 2) \right\}$$

である。

対称群(置換群)の性質として、次が挙げられる。

命題 2 $|S_n| = n!$ である。

証明

n 個の置換は一般に

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & \cdots & n \\ a_1 & a_2 & \cdots & a_n \end{pmatrix}$$

と表される。 $|S_n|$ は n 個の置換の個数を意味しており、 $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ は n 個の整数 $1, 2, \dots, n$ を並べ替えたものであるから、そ

の並べ方は $n!$ 通りである。したがって、

$$|S_n| = n! \text{ となる。} \blacksquare$$

さらに、偶置換のみからなる S_n の部分集合も群となる。これを、 n 次の交代群 (alternating group) といい、 A_n と表す。

交代群の性質として、対称群と同様に、次が成立する。

命題 3 $|A_n| = \frac{|S_n|}{2} = \frac{n!}{2}$ である。

証明

S_n の中から奇置換 σ を任意に選び、固定する。任意の偶置換 $\rho \in S_n$ について、 $\varphi = \sigma\rho$ となる奇置換 $\varphi \in S_n$ が対応して唯一つ存在する。さらに、 $\rho = \sigma^{-1}\varphi$ より、奇置換 φ についても、偶置換 ρ が唯一つ対応する。このことから、 S_n の中において、偶置換と奇置換とは 1 対 1 に対応するので、それらは同数だけ存在する。したがって、

$$|A_n| = \frac{|S_n|}{2} = \frac{n!}{2} \text{ となる。} \blacksquare$$

■部分群

G を演算 \cdot で定義された群とする。 H が G の部分集合でありかつ、 G と同じ演算 \cdot で定義された群である (即ち、 H の任意の元 h_1, h_2 について、それらを演算した $h_1 \cdot h_2$ もまた、 H の要素である) とき、 H は G の部分群 (subgroup) であるといい、 $H \subset G$ とあらわす。

■正規部分群

H が G の部分群であるとともに、 $\forall g \in G, \forall h \in H$ に対して、 $ghg^{-1} \in H$ が成立するとき、 H は G の正規部分群 (normal subgroup) であるといい、 $H \triangleleft G$ と表す。また、 $b = xax^{-1}$ であるとき、 b は a と共役 (conjugate) であるという。つまり、 H の元と共役な元がすべて H の元となるとき、 H は G の正規部分群であるといえる。

■剰余類の定義

群 G の部分群のひとつを H として、 $g \in G$ とする。 $gH = \{gh | h \in H\}$ (つまり H の各々の元について左側から g をかけたもの全体の集合) を左剰余類 (left coset)、 $Hg = \{hg | h \in H\}$ (つまり、 H の各々の元について右側から g をかけたもの全体の集合) を右剰余類 (right coset) という。

※ gH や Hg は、群ではなく、単なる集合である。なぜなら、その中で演算が定義されるとは限らないからである。

■剰余類の性質

命題 4 H を群 G の部分群とする。 $a, b \in G$ に対して、 $aH = bH$ または、 $aH \cap bH = \phi$ である。

※つまり、 aH と bH は集合として全く一致しない限り、共通部分は空である。

証明

$aH \cap bH \neq \phi$ と仮定すると、 $ah_1 = bh_2$ となる $h_1, h_2 \in G$ が存在する。このとき、

$a = bh_2h_1^{-1}, h_2h_1^{-1} \in H$ より、 $a \in bH$ である。したがって、 $aH \subset bH$ が導かれる。

一方、 $b = ah_1h_2^{-1}, h_1h_2^{-1} \in H$ より、 $b \in aH$ となる。ゆえに、 $bH \subset aH$ が導かれる。よって、このとき、 $aH = bH$ となる。■

命題 5 H を群 G の部分群として、

$g \in G$ とする。このとき、 $|gH| = |H|$ が成立する。

証明

H と $gH = \{gh | h \in H\}$ を比較すると、

$$h_1, h_2 \in H, h_1 \neq h_2 \Rightarrow gh_1 \neq gh_2$$

であるから、写像 $f: H \rightarrow gH (h \mapsto gh)$

は全単射である。したがって、 $|gH| = |H|$

である。■

命題 4、命題 5 から、集合 G は、互いに異なる左剰余類のいくつかの直和として表

されるとともに、 $|G|$ は $|H|$ で割り切れる

ことがわかる。実際に、

$$G = \bigcup \{gH | g \in G\}$$

と表すことができるのは明らかである。一方、 $gH (g \in G)$ は、同じものを除くと、

どの 2 つも互いに素であり、更にどれも位

数が $|H|$ に等しいことから、 $|G| = n|H|$ と

表すことができる。ここで、 n は、左剰余類のうち、互いに素であるもの全部の個数を表す。この n は H によって決まる。こ

の $n = \frac{|G|}{|H|}$ を、 H の**指数(index)**といい、

$(G:H)$ と表す。

今まで、左剰余類のみについて言及してきたが、右剰余類についても、全く同様のことが成り立つ。

さて、左剰余類 gH と右剰余類 Hg について、 $gh = hg (h \in H)$ とは限らないので、 $gH = Hg$ とも限らない。だがここで、すべての $g \in G$ について、左剰余類と右剰余類が一致、つまり $gH = Hg$ である場合を考える。これはつまりどういうことかという

$$gH = Hg \Leftrightarrow gHg^{-1} = H,$$

即ち、 H は G の正規部分群 ($H \triangleleft G$) であるということと同値である。

また、 $gH = Hg$ である場合、異なる左剰余類全体の集合を G/H とすると、これは G と同じ演算により定義された群となる。そこで、群の定義 (1) ~ (4) を確認する。

(1) $g_1, g_2 \in G$ に対して、

$$\begin{aligned} g_1Hg_2H &= g_1(Hg_2)H = g_1(g_2H)H \\ &= g_1g_2HH = g_1g_2H \end{aligned}$$

であり、 $g_1g_2 \in G$ ゆえ、 g_1H と g_2H の積 g_1Hg_2H は、 $g_1Hg_2H \in G/H$ を満たしている。

(2) $g_1, g_2, g_3 \in G$ に対して、

$$\begin{aligned} (g_1Hg_2H)g_3H &= (g_1g_2H)g_3H \\ &= g_1g_2(Hg_3)H \\ &= g_1g_2(g_3H)H \\ &= g_1g_2g_3HH \\ &= g_1g_2g_3H \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
g_1 H(g_2 H g_3 H) &= g_1 H(g_2 g_3 H) \\
&= g_1 (H g_2 g_3) H \\
&= g_1 (g_2 g_3 H) H \\
&= g_1 g_2 g_3 H H \\
&= g_1 g_2 g_3 H
\end{aligned}$$

したがって、結合法則

$$(g_1 H g_2 H) g_3 H = g_1 H(g_2 H g_3 H)$$

が成立する。

(3) 単位元は、 $H(= eH)$ である。

(4) 逆元は、 $gH \in G/H$ に対して $g^{-1}H$ である。実際に、

$$\begin{aligned}
(gH)(g^{-1}H) &= gg^{-1}H = eH \\
(g^{-1}H)(gH) &= g^{-1}gH = eH.
\end{aligned}$$

したがって、 G/H は群になっている。

この群のことを、 G の H による商群

(quotient group) または剰余群(residue class group) という。さらに、 H の指数は $|G/H|$

に等しい。即ち、 $|G| = |G/H| |H|$ が成り立つ。

3-2. ルービックキューブと群論

以上の準備のもと、ルービックキューブについて考察していくことにする。

■ルービックキューブ群

以下、ルービックキューブは、 $3 \times 3 \times 3$ のものを考える。また、ルービックキューブの**基本操作**とは、ある面を $\pm 90^\circ$ 回転させる操作を、ルービックキューブの**操作**とは、基本操作を何回か繰り返し行ったものをいう。

いま、 G はルービックキューブの操作全体の集合、 H は 8 個の角のキューブ (これらを**コーナーキューブ**と呼ぶ) の位

置を変えない操作全体の集合、 J はコーナーキューブの位置も方向も変えない操作全体の集合、 K はコーナーキューブの位置も方向も変えず、かつ 12 本の辺に接するキューブ (これらを**エッジキューブ**と呼ぶ) の位置を変えない操作全体の集合とする。集合として、 $G \supset H \supset J \supset K$ という包含関係が成り立っている。

ここで、演算 \cdot を「ルービックキューブの操作を続けて行う」こととして定義とすると、 G は群になる。実際に、 a, b, c はそれぞれ、ルービックキューブの操作である (つまり $a, b, c \in G$) とすると、

(1) 2 個の操作を続けて行ったときもまた、「ルービックキューブの操作全体の集合」に含まれている。(つまり、 $a \cdot b \in G$ である。以降 $a \cdot b$ を単に ab と表す。)

(2) 操作 a の後に続いて操作 bc を行った場合も、操作 ab の後に続いて操作 c を行った場合も、操作の結果が等しいのは当然である。従って、結合法則 $a(bc) = (ab)c$ が成立する。

(3) 単位元 e は、「操作を行わない」という操作である。

(4) 操作 a の逆操作を行うと、ルービックキューブは元の状態に戻る。操作 a の逆操作を a の逆元 a^{-1} とする。すると、

$$aa^{-1} = a^{-1}a = e$$

が成り立つ。

さて、8 個のコーナーキューブの位置を変えない操作全体の集合 H は G の部分集合であったが、さらには G の部分群になる。実際、

(1) a, b をコーナーキューブの位置を変えない操作(つまり、 $a, b \in H$)とすると、このような操作を2回続けて行っても、それは依然としてコーナーキューブの位置を変えない。よって、 $ab \in H$ である。

(2) 結合法則は、 G の元に対して成立しているから、当然 H の元に対しても成立する。

(3) G の単位元 e は、明らかにそのまま H の単位元でもある。

(4) 「コーナーキューブの位置を変えない操作」の逆操作も、コーナーキューブの位置を変えない。よって、 $a \in H$ であれば、 $a^{-1} \in H$ である。

いま、 $g \in G$ とする。すべての $h \in H$ に対して、 h はコーナーキューブの位置を変えないので、 g と gh のコーナーキューブの位置の換え方は等しく、同様に、 g と hg のコーナーキューブの位置の換え方も等しい。よって、 gH と Hg はともにコーナーキューブの位置の動き方が g と同じである操作を全て集めた集合であるから、 $gH = Hg$ となる。つまり、 H は G の正規部分群である。

H の左剰余類と右剰余類が一致するので、その商群を考えることができる。

そこで、

H の $g \in G$ による商群

$$G/H = \{gH \mid g \in G\}$$

H を考える。ここで、 gH はコーナーキューブの位置の動き方が g と同じである操作を全て集めた集合であったことから、 G/H は、コーナーキューブの位置の動き方のパターンを集めたものということになる。

定理 1 S_8 を 8 次対称群とすると、

$$|G/H| = |S_8| \text{ である。}$$

図 1 のような任意の隣接した 2 個のコーナーキューブを入れ替え、残りの 6 個のコーナーキューブは動かないという操作がある。

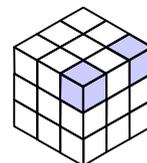


図 1

次の手順で操作を行えばよい。

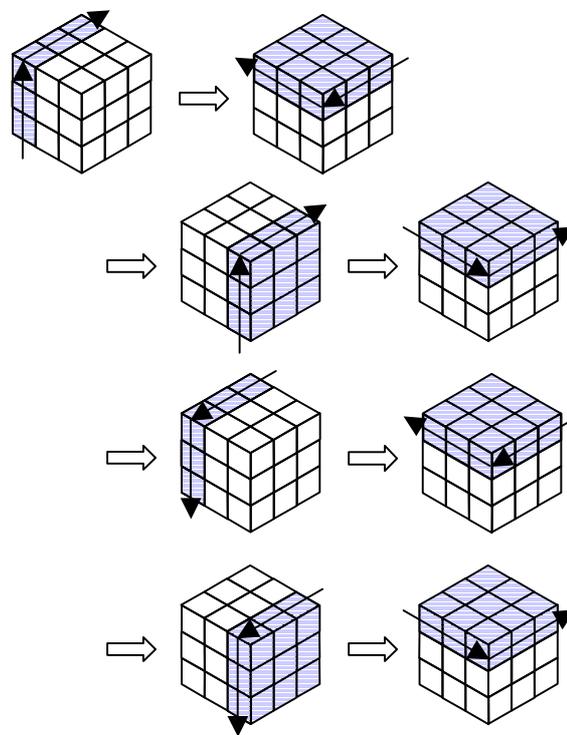


図 2

向きを変えたりしてこの操作を連続して行くと、コーナーキューブの位置を任意に入れ替えることができる。つまり、写像 $f: G/H \rightarrow S_8$ が全射になる。例えば、図 3 の 2 つの状態の間に上の操作を施すと、図 4 で示したコーナーキューブの位置が入

れ替わる(つまり、共役な置換を行うことに相当する)。

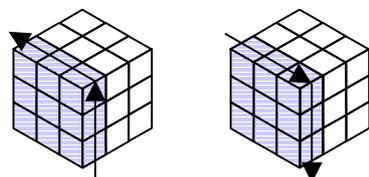


図 3

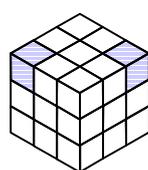


図 4

このように、図 2 の操作を連続して行くと、すべての、 S_8 の要素に対応する G/H の要素がそれぞれ存在するということがわかる。

また、明らかにこの写像は単射でもある。

したがって、 $|G/H| = |S_8|$ であり、

$|S_8| = 8!$ より定理 1 から、 $|G/H| = 8!$ を得

る。

また、 H の場合と同様の議論から、8 個のコーナーキューブの位置も方向も変えない操作全体の集合 J は H の正規部分群であり、商群 H/J は、コーナーキューブの位置と方向の動き方のパターンを集めたものということになる。

ここで、コーナーキューブの方向の決め方について、説明しておく。各コーナーキューブの色 A の面は、センターキューブの色を基準にして、次の図 5 のように 3 通りある。

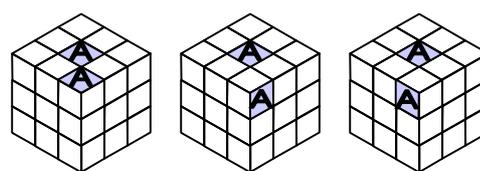


図 5

図 5 の各場合について、**コーナーキューブの方向の値**を左から順に、 $0, +1, -1$ と定める。つまり、コーナーキューブが時計回りに 120° 回転するとコーナーキューブの方向の値は $+1$ され、反時計回りに 120° 回転するとコーナーキューブの方向の値は -1 されるということである。ただし、 120° 回転を 3 回繰り返すと元に戻るので、コーナーキューブの方向の値は 3 を法として合同である。例えば、時計回りに 240° ずれている状態のものは -1 と 2 とも考えることができる。

一般にはコーナーキューブの位置が合っていないとその方向を決定することはできない点に注意が必要である。しかし、コーナーキューブの位置が合っていないくてもコーナーキューブの方向を考えられるような方法がある。そのために、上面と底面をすべて同じ色 (= 色 A) だと考え、残りの側面はすべて別の色 (= 色 B) で塗られていると考える。こうすることで、各コーナーキューブには色 A の面が 1 つ、色 B の面が 2 つあることになり、全てのコーナーキューブが同じものとしてみなすことができる。

つまり、もとは位置が違っていても、あたかも位置が合っているかのように扱うことができ、方向を考えることができるようになるわけである。

定理 2 8 個のコーナーキューブの番号をそれぞれ $1, 2, \dots, 8$ として、それぞれの方向の値を、 r_1, r_2, \dots, r_8 とすると、

$$r_1 + r_2 + \dots + r_8 \equiv 0 \pmod{3}$$

が成り立つ。

最初の状態では、 $r_1 = r_2 = \dots = r_8 \equiv 0$ であるから、明らかに成立する。まず、上面あるいは底面を回転する基本操作では、明らかに $r_1 + r_2 + \dots + r_8$ の値は、3 を法として変わらない。次に、図 6(a) のように 1, 2, 3, 4 と番号を付け、(b) のような基本操作をしたときの方向の値を考える。

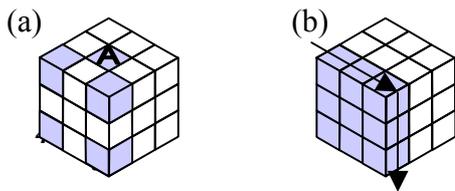


図 6

このとき、3 を法として、 r_1 は +1、 r_2 は -1、 r_3 は +1、 r_4 は -1 が加えられ、 $r_5 \sim r_8$ は、変わらない。つまり、どんな面に基本操作を行っても、 $r_1 + r_2 + \dots + r_8$ の値は 3 を法として変わらない。したがって、基本操作を何回行っても、 $r_1 + r_2 + \dots + r_8 \equiv 0 \pmod{3}$ の関係が崩れることは無い。

よって、7 個のコーナーキューブの方向までは自由に変えることができるが、残りの 1 個の方向は、 $r_1 + r_2 + \dots + r_8 \equiv 0 \pmod{3}$ の関係を成り立たせるような方向に、決定されてしまう。つまり、コーナーキューブの方向の変え方は、 3^7 通りあることが分かる。

さらに、任意の 2 個のコーナーキューブの方向を自由に変えられる操作がある（手

順は省略）。 G/H のときと同様に、向きを変えながらその操作を連続して行うことで、コーナーキューブの方向を自由に変えることができる。即ち、基本操作のみで（分解することなく）、コーナーキューブの方向の 3^7 通り全ての状態を作ることができる。つまり、 H/J の各要素をコーナーキューブの方向の値を並べた列 (r_1, r_2, \dots, r_8) の 1 種類ずつと対応させることができる。したがって、 $|H/J| = 3^7$ を得る。

さらに、これまでと同様の議論から、8 個のコーナーキューブの位置も方向も変えず、12 個のエッジキューブの位置をも変えない操作全体の集合 K は J の正規部分群になり、商群 J/K は、エッジキューブの位置の動き方のパターンを集めたものといえる。

一般に、1 回の基本操作は、コーナーキューブの位置について 4 次の巡回置換（= 奇置換）を引き起こし、エッジキューブの位置についても 4 次の巡回置換（= 奇置換）を引き起こす。さらに、任意の $k \in K$ について、 jk がコーナーキューブの位置を変えないことに注目すると、 jk はコーナーキューブの位置について偶置換（並び替えないという置換は偶置換）を引き起こすので、基本操作を偶数回行ったものということが分かる。つまり、 jk はエッジキューブの位置についても、偶置換を引き起こしているということが分かる。言い換えると、 J/K は（エッジキューブの位置について）偶置換のみからなる群であるといえる。

定理 3 A_{12} を 12 次交代群とするととき、

$$|J/K| = |A_{12}| \text{ である。}$$

まず、図 7 のような任意の 3 個のエッジキューブの位置を入れ替える操作がある（手順は省略）。 G/H のときと同様に、向きを変えながらこの操作を連続して行くと、エッジキューブの位置を任意に入れ替え可能となる。

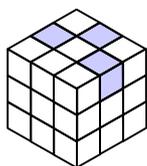
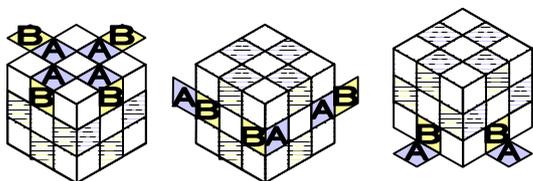


図 7

よって、写像 $f: J/K \rightarrow A_{12}$ は全単射になり、 $|J/K| = |A_{12}|$ を得る。以上から、 K とは、エッジキューブの方向のみを動かす操作全体による群であるともいえる。

一般には、エッジキューブの位置が合っていないと、エッジキューブの方向を考えることができない。そこで、コーナーキューブの方向を考えた場合と同様に、エッジキューブの位置が合っていない場合でも、エッジキューブの方向を考える方法を以下のように考案した。6 面完成した状態で各エッジキューブに次のように（色は全て無視して）ラベル A, B を付ける（図 8 参照）。



(1) 上段にある 4 つのエッジキューブの上面には A を、側面には B をつける。

(2) 中段にある 4 つのエッジキューブの右手前と左奥の面に A を、左手前と右奥の面に B をつける。

(3) 下段にある 4 つのエッジキューブの底面に A を、側面に B をつける。

このようにして、元の 6 色を無視することで、コーナーキューブの方向を考えたときと同様に、各エッジキューブを全て同じものとしてみなすことができる。つまり、もとの位置が違っていても、あたかも位置が合っているかのように扱うことができ、方向を考えることができるようになる。

ここで、エッジキューブの方向の値 について説明しておく。ある位置にあるエッジキューブのラベル A, B が、最初と同じところにあった場合にはエッジキューブの方向の値を +1、異なっていた場合には -1 とする。例えば図 9 でいうと、左のエッジキューブの位置の値は +1、右のエッジキューブの位置の値は -1 である。

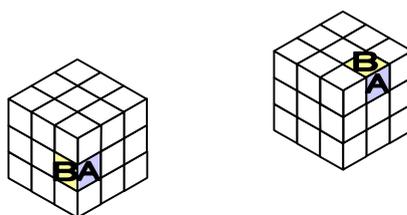


図 9

このとき、次の関係を得た。

定理 4 12 個のエッジキューブの番号をそれぞれ $1, 2, \dots, 12$ として、それぞれの方向の値を、 t_1, t_2, \dots, t_{12} とすると、

$$t_1 \times t_2 \times \dots \times t_{12} = 1$$

が成り立つ。

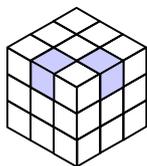
6面完成した状態では、

$$t_1 = t_2 = \dots = t_{12} = 1$$

であるから、明らかに成立する。上面や底面、あるいは右手前や左奥の面を回転する基本操作を行っても $t_1 \sim t_{12}$ の値はいずれも変わらない。一方、左手前や右奥の面を回転する基本操作を行った場合については、考察が必要であるが、一回の基本操作ではどの面を回しても $t_1 \times t_2 \times \dots \times t_{12}$ の値は変化せず、基本操作を何回行っても、 $t_1 \times t_2 \times \dots \times t_{12} = 1$ の関係は崩れることはないとわかる。

言い換えると、11個のエッジキューブの方向までは自由に変えることができるが、残りの1個の方向は、 $t_1 \times t_2 \times \dots \times t_{12} = 1$ の関係を成り立たせるような方向に決まってしまう、エッジキューブの方向の変え方は、 2^{11} 通りあることが分かる。

さて、図10のような隣接した2個のエッジキューブの方向を反転し、他のエッジキューブの向きや、全てのピースの位置は変えない操作がある



(手順は省略)。G/H のときと同様、向きを変えながらその操作を連続して行くと、エッジキューブの方向を自由に変えることができる。即ち、基本操作のみで(分解せずに)エッジキューブの方向の 2^{11} 通りすべての状態を作れるので、 $|K| = 2^{11}$ である。

以上から、 $|G|$ を計算すると、

$$\begin{aligned} |G| &= |G/H||H| = |G/H||H/J||J| \\ &= |G/H||H/J||J/K||K| \\ &= 8! \times 3^7 \times \frac{12!}{2} \times 2^{11} \\ &= 43,252,003,274,489,856,000 \end{aligned}$$

という結果が得られた。

このように、ルービックキューブ群の代数的構造を解析することにより、群論のごく簡単な部分を用いて、ルービックキューブの手数(つまりルービックキューブ群の位数)を求めることができた。

4 今後の課題

群論の基礎部分およびルービックキューブ群の基本的性質についてレポートにまとめることはできた。また、ルービックキューブ群の部分群を考察することにより、その位数を効率よく計算することができた。また、ルービックキューブ群の部分群と具体的な操作を対応付けて考察することができた。

今後は、このようなルービックキューブ群に関する考察をさらに深め、その構造を研究することにより、ルービックキューブの解法を得ることができないかという観点から研究してみたい。

5 参考文献

- [1] 「ルービック・キューブによる群論入門」、数学セミナー1981年8月号、島内剛一、日本評論社(1981) p.2-9
- [2] 「群論演習のひとつま」、数学セミナー1981年8月号、国吉秀夫、日本評論社(1981) p.11-16
- [3] 「2*2*2ルービック・キューブで遊ぼう」、井川治、プレプリント

6 謝辞

本研究およびレポート作成にあたって御指導くださった河合先生と川口先生に深く感謝します。

平成16年度 奈良県立奈良高等学校全日制課程普通科

区分	教科	学科 年次(学級数) (新課程)		普 共 通		普 共 通		学科 年次(学級数) (旧課程)		普 共 通
		科目	標準単	1 (10)	2 (9)	科 目	標準単	3 (9)		
各	国 語	国語総合	4	5		国語Ⅰ	4			
		現代文	4			※2・3	国語Ⅱ	4	※2	
		古典	4			※2・4	現代文	4	※3	
		国語表現Ⅱ	2				古典Ⅰ	3		
		古典講読	2				古典Ⅱ	3	※2・4	
	地理歴史	世界史A	2	2			国語表現	2	※2	
		日本史A	2	#2		2	古典講読	2	※2	
		地理A	2	#2			世界史A	2	※2	
		世界史B	4			※2	地理A	2	※2	
		日本史B	4			※2	世界史B	4	※2・4	
公 民	地理B	4			※2	日本史B	4	※2・4		
	現代社会	2			2	地理B	4	※2・4		
	倫理	2				倫 理	2			
	政治・経済	2				政治・経済	2	2		
数 学	探究社会	2◇				現代社会	4			
	数学Ⅰ	3	3		※2	探究社会	2◇	※2		
	数学Ⅱ	4			※2・3	数 学	4			
	数学Ⅲ	3				数学Ⅰ	4			
	数学A	2	2			数学Ⅱ	3	※3		
	数学B	2			※2	数学Ⅲ	3	※5		
	数学C	2				数学A	2			
	コンピュータ基	2◇			※2	数学B	2	※2		
理 科	理科総合A	2	2			数学C	2	※2・4		
	理科総合B	2	2			コンピュータ基	2◇	※2		
	物理Ⅰ	3			※2・3	物理ⅠA	2			
	化学Ⅰ	3			※2・3	化学ⅠA	2			
	生物Ⅰ	3			※2・3	生物ⅠA	2			
	地学Ⅰ	3			※2・3	地学ⅠA	2			
	物理Ⅱ	3				物理ⅠB	4	※3		
	化学Ⅱ	3				化学ⅠB	4	※3		
	生物Ⅱ	3				生物ⅠB	4	※3		
	探究物理	2◇				地学ⅠB	4	※3		
	探究化学	2◇				物理Ⅱ	2	※4		
	探究生物	2◇				化学Ⅱ	2	※4		
						生物Ⅱ	2	※4		
						探究物理	2◇	※2		
保健体育	体育	7~8	2		3	探究化学	2◇	※2		
	保健	2	1		1	探究生物	2◇	※2		
芸 術	音楽Ⅰ	2	#2		2	体育	9	3		
	美術Ⅰ	2	#2			保健	2			
	書道Ⅰ	2	#2			音楽Ⅰ	2			
	音楽Ⅱ	2			※2	美術Ⅰ	2			
	美術Ⅱ	2			※2	書道Ⅰ	2			
	書道Ⅱ	2			※2	音楽Ⅱ	2			
	音楽Ⅲ	2				美術Ⅱ	2			
	美術Ⅲ	2				書道Ⅱ	2			
	書道Ⅲ	2				音楽Ⅲ	2	※2		
外国語	英語Ⅰ	3	4			美術Ⅲ	2	※2		
	英語Ⅱ	4			※5	書道Ⅲ	2	※2		
	リーディング	4				英語Ⅰ	4	※2		
	ライティング	4				英語Ⅱ	4	※2		
	オーラル・コミュニ	2	2		※2	リーディング	4	※3		
	英語ニュース	2◇				ライティング	4	※3		
家 庭	家庭基礎	2	2			オーラル・コミュニ	2			
	生活文化	2◇			※2	英語ニュース	2◇	※2		
情 報	情報B	2				家庭一般	4			
必修・選択必修科目計				31	6	必修・選択必修科目計				5
選 択 科 目 計				0	28	選 択 科 目 計				25~29
各教科・科目計				31	34	各教科・科目計				30~34
SSP(スーパーサイエンスプロジェクト)				3						
C.C.(総合的な学習の時間)						総合的な学習の時間(C)				※2
各教科・科目等計				34	34	各教科・科目等計				30~34
特別活動	ホームルーム活動	1	1		1	ホームルーム活動				1
合 計				35	35	合 計				31~35

Collembola(トビムシ)と環境との相関関係について

S-7 坂田 惇一 S-7 長野 秀美
S-5 二井 雅裕 S-3 手島 夢子
J-6 小川満里江 F-1 中井 光
F-8 安田なつみ
指導教諭 植村 哲行
長田 真範
富田 康弘

1 要約

南極にもトビムシがいるということを知った私たちは彼らの生態に興味をそそられた。そこで次のような実験を試みた。

1. トビムシの採取方法の確立
2. 採取したトビムシについてのデータ分析

以上の実験を通してトビムシと環境とのつながりを知ることができた。

ABSTRACT

We took interest in the biology of springtail. So, we decided to attempt following studies.

1. the establishment of the way of sampling springtails
2. the analyses of data on them

Through these studies, we understood the relationship between springtail and environment.

キーワード; トビムシ、環境

Key word; springtail, environment

2 緒言

私たち生物部は、身近な土壌動物のひとつであるトビムシについて興味を持ち、奈良高校の土壌に棲むトビムシについて調べた。

3 目的

サンプル中にいるトビムシを可能な限り採取する(研究 1)。トビムシと環境との相関関係を調べる(研究 2)。

4 研究内容

I. トビムシの説明

界	動物界	Animalia
門	節足動物門	Arthropoda
綱	昆虫綱	Insecta
目	トビムシ目	Collembola



マルトビムシ科

トビムシは代表的な土壌動物の1つである。腹部末端に先が二又になった跳躍器官を持つものが多い。この器官は叉状器と呼ばれ、普段は折り曲げて腹部下面に寄せられ、腹面にある保持器によって引っかけられているが、これがはずれると筋肉の収縮によって叉状器が伸びて大きく跳ねる。このようにして危機を逃れることから「跳び虫」と呼ばれ、体長の80倍もの距離を跳ぶ種もいる。

多くは土壌の表面、落葉中あるいは地中深くに生息するが、生活圏は幅広く、極地から熱帯、樹上、雪上、洞窟、海岸から砂漠まで様々な環境に見られる。

体長は0.3mmから7mm以上に達することもあるが、通常は1~2mmである。世界で約3000種、日本では14科103属約360種が確認されている。

頭部に数珠状の触角を1対持ち、翅は無い。

胸部は3体節で各1対、計3対の肢を持ち、腹部は6体節である。これらのことからトビムシは無翅昆虫に分類されている。

繁殖方法は独特で、雄が土の表面に精包を置き、雌がそれを拾うことで受精する。土壌中で直接出会えなくても子孫を残せるよう、このような間接受精を行う。一般に繁殖力が高く、種によってはビニールハウスなどで大発生して作物の芽を食害することもある。

変態せず、数齢で産卵を開始するが、成熟後も脱皮を繰り返し、寿命は数日のものもいれば、1年を越えるものもある。

腐植物、菌糸、花粉を食べるほか、肉食も知られている。これらの有機物を無機物に分解し、植物に吸収できるようにしていることから、森などでは分解者として大きな役割を果たしている。



シロトビムシ科

II. 研究1

(1) 研究1-1

A) 目的

採取した土壌サンプル中にいるトビムシを可能な限り採取する方法を確立する。

B) 研究方法

1. 体積100ccとなる塩化ビニル管を用意する。
2. カッターナイフ等を用いて、土壌に切れ込みを入れて、1の管を埋め込む。
3. 土を管ごと地面から取り出す(写真1)。
4. 取り出したサンプルをツルグレン装置にかけ、エタノールを入れた瓶にトビムシを抽出する。

(*1~3の行程は、採取時のトビムシの圧死

等なるべく減らすように配慮したものである。)

(*今回は本校敷地の前庭から土壌を採取した。)



写真1

C) 結果

極めて少量のトビムシしか採取できなかった。

D) 考察

- ・エタノールが気化し、採取前のトビムシに何らかの影響を与えたのではないかと推察。
- ・ツルグレン装置にかけた土壌が適切に乾燥しなかったのではないかと推察。

(2) 研究1-2

A) 目的

研究1-1で失敗した原因がエタノールの気化によるものかどうかを特定する。

B) 研究方法

1. 本校敷地の前庭で人為的影響の無い所から土壌を100ccずつ4つ採取する。
2. 同じ状況下でツルグレン装置にかけ、それぞれ100%、70%、40%、0%(水)のエタノールを入れた瓶にトビムシを採取する。
3. プレパラートを作成し、顕微鏡で観察し、種の数を数える。

C) 結果

6月23日現在、研究中。

III. 研究2

A) 目的

人が手をつけた環境(草を抜く・落ち葉を掃く)がトビムシの生息にどのように影

響するのかを調べる。

B) 研究方法

1. 本校敷地の前庭を約1㎡の枠で18区画に区切る(写真2)。
2. 任意に抽出した3枠を1セットとする。
3. 3枠の土壌の環境を下のようにする。
 - a ; そのまま (対照区)
 - b ; 落ち葉を除く
 - c ; 草を除く
4. 下の3つの環境から土壌を100cc×5個ずつ採取する。
 - A ; a から採取する
 - B ; b から採取する
 - C ; c から採取する
5. A~Cをツルグレン装置にかけ、トビムシを抽出する(写真3)。
6. プレパラートを作成し、顕微鏡で観察し、科ごとの個体数を数える。



写真2



写真3

C) 結果

6月23日現在、研究中。

5 まとめと今後の課題

分解者であるトビムシの生活は、環境に依存していることが改めてわかった。

今後は地層の深度の差で生息するトビムシ相の違いについて調べたい。

また、トビムシの生活史についても研究していきたい。

6 参考文献・サイト

「トビムシのすむ森」 武田 博清著

「日本産土壌動物」 青木 淳一著

「やさしい土壌動物の調べ方」

青木 淳一著

「土の中の生き物」 青木 淳一著

渡辺 弘之著

MSN エンカルタ 百科事典

フリー百科事典 Wikipedia

7 謝辞

最後にこの研究をご指導して下さいました京都大学大学院農学研究科 武田博清教授および研究室の方々に深く感謝し、お礼申し上げます。

SSH生徒研究発表会 研究冊子

2007年(平成19年) 2月16日 発行

国立大学法人 奈良女子大学附属中等教育学校

〒630-8305 奈良市東紀寺町1丁目60-1

TEL. 0742-26-2571

FAX 0742-20-3660

<http://www.nara-wu.ac.jp/fuchuko/>