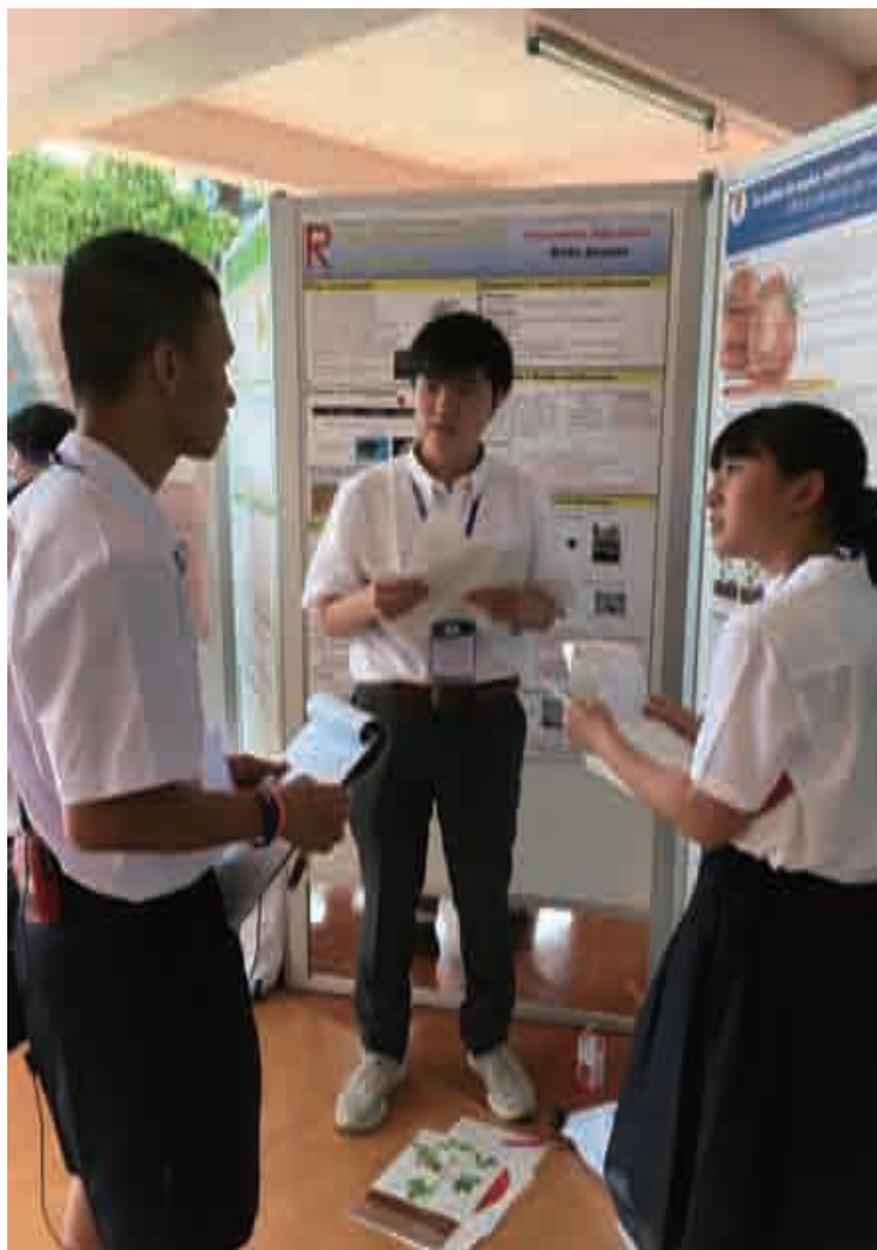


平成 30年度
SSH サイエンス研究会
生徒研究論文集



The Thailand-Japan Student Science Fair 2018

SUPER SCIENCE HIGHSCHOOL SCIENCE LABORATORY
NARA WOMEN'S UNIVERSITY SECONDARY SCHOOL

2018年度
スーパーサイエンスハイスクール

サイエンス研究会

研究論文集

奈良女子大学附属中等教育学校

2019年3月1日

2018年度 奈良女子大学附属中等教育学校
サイエンス研究会 研究論文集
目次

刊行にあたって	1
2018年度教育課程表	2
第3期SSH概念図	3
研究論文	
数学班	
A New Rose : The First Simple Symmetric 11-Venn Diagram	5
6次魔方陣に関する考察	10
多面体の正射影についての考察	14
カオス	18
自己回避歩行に関する考察	20
フェルマーの小定理の別証明について	22
隣接4項間漸化式	24
Σ 公式の一般化	26
折り紙と曲線	28
数学の未解決問題 エルデス・シュトラウスの予想	30
地平線までの距離	38
物理班	
眠気の数値化	42
食品鮮度の数値化～吸光度変化を測定する装置の開発～	47
星雲の色から光の起源を探る	52
超音波を用いた非破壊検査へのアプローチ	56
フーリエ級数を用いた電子音の作成	58
人の使い方に沿ったキーボードのUIについて考える	60
光てこの原理による部材のたわみ率測定	62
光てこの原理による部材のたわみ率測定	63
台車上の振り子の運動	64
位置情報に基づく音像の作成	66
超音波を用いた非接触型感覚入力モジュールの開発	68
災害用ペットボトルロケットの開発	74
化学班	
ハイドロキシアパタイトの合成と色素吸着実験	76
食物繊維による合成着色料の吸収阻害	79
大気中の化学汚染物質測定法の開発	82
一酸化窒素と酸素との反応に関する考察	85
生物班	
酵母の培養条件	88
粘菌のニンジンへの走性	90
アルコール濃度と粘菌の走性について	92
In order to make extraordinary sweet tomatoes ～effects of stress and sugar content～	94
微生物燃料電池の開発について	98
食塩水がピーマン糖度に及ぼす影響について	101
高糖度のピーマンを作る条件についての研究	103
研修参加	
SSHベトナム研修（数学）参加報告	105
SSHベトナム研修（生物）参加報告	106

平成 30 年度 スーパーサイエンスハイスクール
サイエンス研究会研究論文集刊行にあたって

本校は、平成 17 年度に SSH の I 期 5 年間、平成 22 年度に II 期 5 年間、平成 27 年度に III 期 5 年間の指定を受けました。現在 14 年目の活動を行っております。

本校の SSH は中高完全一貫教育という特色を生かしつつ回を重ねるごとに深化してまいりました。理数教育のカリキュラム開発、生徒全員の数学的・科学的リテラシーの育成、リベラルアーツの涵養、そして III 期では、「共創力」を育成向上する人物像でのキーワードとし、他分野融合研究を進める、異文化・分野間の議論を行う機会を設ける、さらに科学的態度や姿勢を身につけることを目指してサイエンス研究会を対象とした活動プログラム、「イノベーター・キャンプ」を試みております。

本論文集は、SSH の一角を担うサイエンス研究会の日ごろの研究成果をまとめたものです。サイエンス研究会の生徒のテーマ選択と研究は、本校が大事にしている校是「自由に、自主的に、自立して」に基づいて行っています。下級生は上級生の姿にあこがれ真似をすることから始め、上級生は下級生を指導しながら成長していく過程を踏みます。生徒たちを指導する教員は指導者としての立場ではなく、生徒を尊重し、時には指導し、時には壁となり、時には生徒に教えられお互いに成長することを大切にしております。うまくいっている証なのか、生徒たちは「先生はなにも教えてくれなかった」ときっぱり言うとの評判です。

身近なことを不思議だな、何故だろうと思うことから研究が始まります。始まりは些細なことであっても粘り強く挑戦することで思いがけない結果に遭遇することもあります。一方で、どんなに素晴らしく思えるテーマであっても、簡単にあきらめてしまつては、成果を見ることはできませんし、もしそのテーマが自発的に行われたものでは、はたから見てもどんなに素晴らしい成果であったとしても、それは私たちが求めている姿ではありません。あくまで、「自由に、自主的に、自立して」各自が行っていくことを大事にしたいと思います。そうすれば「世界中で自分しか知らない自然の秘密の一端」を手に入れる瞬間を経験することができます。同時に、「努力は報われないことの方が多い」、「努力は裏切られることもある」という研究の現実も痛切に感じることができます。サイエンスはとりあえずの仮説で進み、いつかはその仮説が覆されることを自覚しながら進めるという極めて人間的な活動です。このような活動を自主的に行うこと通して人類が築き上げてきた「サイエンス」の本質に触れることは、今後どのような分野に進む際にも大いに生徒の背中を押してくれることと思います。

生徒の研究の成果の一部は、毎年のように外部からも高く評価されております。2018 年は、11 月に開催された第 15 回化学グランドコンテストで、本校 6 年の熊谷充弘くんが「食品鮮度の数値化」について英語での発表を行い、文部科学大臣賞を受賞しました。本活動は受賞を目標としたものではありませんが、自分の身近な疑問からスタートした研究成果が高い評価を受けたことは、他のユニークで手ごわいテーマに取り組んでいる後輩たちの大きな励みになってくれると思います。本論文集に掲載されているこれらの研究が少しでも花開くことを切に期待しています。

平成 31 年 3 月

奈良女子大学附属中等教育学校
校長 渡邊 利雄

2017年度(平成29年度) 教育課程

学年 時間	1年	2年	3年	4年	5年		6年				
	共通	共通	共通	共通	文系	理系	文系	理系			
1	国語基礎(4)	国語基礎(3)	国語総合(4)	国語総合(5)	現代文(2)		現代文(2)				
2					古典(2)		古典(2)				
3					古典講読(1)		日本史B(3) 世界史B(3) 地理B(3) * (3)	日本史B(3) 世界史B(3) 地理B(3) 倫理・政経(3) * (3)	日本史B(3) 世界史B(3) 地理B(3) 倫理・政経(3) * (3)		
4					社会(3) 歴史的分野					世界史B(3) 地理B(3) 倫理・政経(3) * (3)	物理(3) 生物(3) * (3)
5	社会(3) 地理的分野		現代社会Ⅰ(2)	現代社会Ⅱ(2)	現代史Ⅰ(2)	現代史Ⅱ(2)	化学基礎(2)	化学基礎(2) 化学(2)	日本史特講(2) 世界史特講(2) 地理特講(2) △(0)or(2)		
6	数学基礎Ⅰ(4) 代数分野 幾何分野									数学探究ⅠA(3)	数学探究ⅡA(3)
7	理科基礎Ⅰ(4)		理科基礎Ⅱ(4)	自然探究Ⅰ(3)	自然探究Ⅱ 物理基礎(2) 生物基礎(2) (4)	解析Ⅰ(4)	解析Ⅰ(4)	物理演習(2) 生物演習(2) △(0)or(2)	化学演習(2) 地学演習(2) △(0)or(2)		
8	音楽(2)									音楽Ⅰ(2) 美術Ⅰ(2) 書道Ⅰ(2) 工芸Ⅰ(2) * (2)	技術総合・ 家庭総合(2)
9	美術(2)		体育(3)	家庭総合(2)	代数・幾何(3) △(0)or(3)	代数・幾何(3)	Reading(2) △(0)or(2)	現代文特講(2) △(0)or(2)	現代文特講(2) △(0)or(2)		
10	工創基礎Ⅰ 生活基礎Ⅰ (2)									Introductory English I (3)	Introductory English II (3)
11	工創基礎Ⅱ 生活基礎Ⅱ (2)		BasicEnglish I (1)	BasicEnglish II (1)	BasicEnglish III (1)	Topic Studies II (1) Writing	Topic Studies III(3)	Topic Studies IV(3)	Reading(2) △(0)or(2)		
12	体育(3)									Introductory English I (1) Speaking	Introductory English II (1) Speaking
13	保健(1)		Topic Studies I (1) Writing	Topic Studies II (3) Reading	Topic Studies III(3)	Topic Studies IV(3)	Topic Studies III(3)	Topic Studies IV(3)	Reading(2) △(0)or(2)		
14	保健(1)									Topic Studies I (1) Writing	Topic Studies II (3) Reading
15	保健(1)		Topic Studies I (1) Writing	Topic Studies II (3) Reading	Topic Studies III(3)	Topic Studies IV(3)	Topic Studies III(3)	Topic Studies IV(3)	Reading(2) △(0)or(2)		
16	保健(1)									Topic Studies I (1) Writing	Topic Studies II (3) Reading
17	保健(1)		Topic Studies I (1) Writing	Topic Studies II (3) Reading	Topic Studies III(3)	Topic Studies IV(3)	Topic Studies III(3)	Topic Studies IV(3)	Reading(2) △(0)or(2)		
18	保健(1)									Topic Studies I (1) Writing	Topic Studies II (3) Reading
19	保健(1)		Topic Studies I (1) Writing	Topic Studies II (3) Reading	Topic Studies III(3)	Topic Studies IV(3)	Topic Studies III(3)	Topic Studies IV(3)	Reading(2) △(0)or(2)		
20	保健(1)									Topic Studies I (1) Writing	Topic Studies II (3) Reading
21	保健(1)		Topic Studies I (1) Writing	Topic Studies II (3) Reading	Topic Studies III(3)	Topic Studies IV(3)	Topic Studies III(3)	Topic Studies IV(3)	Reading(2) △(0)or(2)		
22	保健(1)									Topic Studies I (1) Writing	Topic Studies II (3) Reading
23	保健(1)		Topic Studies I (1) Writing	Topic Studies II (3) Reading	Topic Studies III(3)	Topic Studies IV(3)	Topic Studies III(3)	Topic Studies IV(3)	Reading(2) △(0)or(2)		
24	保健(1)									Topic Studies I (1) Writing	Topic Studies II (3) Reading
25	保健(1)		Topic Studies I (1) Writing	Topic Studies II (3) Reading	Topic Studies III(3)	Topic Studies IV(3)	Topic Studies III(3)	Topic Studies IV(3)	Reading(2) △(0)or(2)		
26	保健(1)									Topic Studies I (1) Writing	Topic Studies II (3) Reading
27	保健(1)		Topic Studies I (1) Writing	Topic Studies II (3) Reading	Topic Studies III(3)	Topic Studies IV(3)	Topic Studies III(3)	Topic Studies IV(3)	Reading(2) △(0)or(2)		
28	保健(1)									Topic Studies I (1) Writing	Topic Studies II (3) Reading
29	保健(1)		Topic Studies I (1) Writing	Topic Studies II (3) Reading	Topic Studies III(3)	Topic Studies IV(3)	Topic Studies III(3)	Topic Studies IV(3)	Reading(2) △(0)or(2)		
30	保健(1)									Topic Studies I (1) Writing	Topic Studies II (3) Reading
31	保健(1)		Topic Studies I (1) Writing	Topic Studies II (3) Reading	Topic Studies III(3)	Topic Studies IV(3)	Topic Studies III(3)	Topic Studies IV(3)	Reading(2) △(0)or(2)		
32	保健(1)									Topic Studies I (1) Writing	Topic Studies II (3) Reading
33	保健(1)		Topic Studies I (1) Writing	Topic Studies II (3) Reading	Topic Studies III(3)	Topic Studies IV(3)	Topic Studies III(3)	Topic Studies IV(3)	Reading(2) △(0)or(2)		
34	保健(1)									Topic Studies I (1) Writing	Topic Studies II (3) Reading
短期集中	CGⅠ(1)		HR(1)	HR(1)	AG(1)	AG(1)	AG(1)	AG(1) △(0)or(1)			
			CGⅠ(1)	AG(1)	AG(1)	AG(1)	AG(1)	AG(1) △(0)or(1)			
			CGⅠ(1)	AG(1)	AG(1)	AG(1)	AG(1)	AG(1) △(0)or(1)			

* 必修選択 △自由選択

共創力を備えた科学技術イノベーターを育成 するためのカリキュラム開発



卒業生追跡調査

変化する活動の充実へ

科学技術イノベーターの育成

多分野融合研究において、自ら課題やプロジェクトを設定し、多様な他者を組織して、新たな研究領域を切り開いていく能力を持ったリーダー

研究ノートの作成・検証

体系的な指導システムの
確立を目指して

サイエンス 研究会

数学・物理・化学・生物・地学

ISSS (共同研究)

地球規模の課題
多様な価値観
国際的競争力

イノベーターキャンプ

異分野を横断する課題解決型特別プログラム
例：エネルギー・気候変動・防災
環境・福祉・生物多様性



「共創力」を育む6年一貫カリキュラム

科学的思考力、幅広い視野と高い科学観・自然観を背景に、課題の解決や新たな価値や概念を創りだすために協働するとともに、主体的に判断し、主張・行動できる能力

奈良女子大学
理系女性教育開発共同機構
中等教育改革プロジェクト
高大連携・連携研究

授業内容の高度化
[理科・数学系(理数科)]

探究活動の深化
[理科系(理数科)・理科系(理数科)]

研究開発した
ブックレット・
テキストの出版

先進的な視野の育成	5・6年	リベラルアーツ卓越域 理数の専門教科 科学観・自然観の涵養 高度な専門性	SS 課題研究 コロキウム 培われた自然科学観から 現代的課題を研究する 観の形成 大学教員・研究者との連携	協働型研究(倉庫期)	
	3・4年	Science Issues サイエンス・イノベーション 自然科学系文芸誌 教科書の活用	課題研究 世界Ⅰ・Ⅱ 世界的な自然科学の課題 を地域の視点から探求する 視点の仕渡 グローバルなローカル ESD		協働型探求(充実期)
	1・2年	基礎・基本の徹底 数学基礎Ⅰ・Ⅱ 理科基礎Ⅰ・Ⅱ 観察・実験の重視 数理化サイクルの確立 テクノロジーの活用 自然科学リテラシーの育成	基礎研究 世界Ⅰ・Ⅱ 地域の素材の中から 自然科学を学ぶ 世界遺産学習 統計処理 プレゼンテーション		協働型学習(基礎期)

「研究ノート」
を使用した
研究指導

日韓合同
サイエンスキャンプ
(英語による共同実験)

連携大学・研究所
奈良女子大学
奈良教育大学
奈良県立医科大学
京都大学
同志社大学
ATR
NAIST

自然科学に関する基本的な知識と技能を持ち、科学的根拠に基づいて
判断・主張・行動ができる、21世紀に必要とされる教養を備えた市民の育成

研 究 論 文

A New Rose : The First Simple Symmetric 11-Venn Diagram

6年D組 多賀 眞
指導教員 川口 慎二

1. 要約

私は多数の集合から成るVenn図について研究している。今回はKhalegh Mamakani と Frank Ruskey による”A New Rose : The First Simple Symmetric 11-Venn Diagram ([1])”をもとに11個の集合のVenn図について考察した。

キーワード n -Venn図、クロスカット、クラスタ、シーケンス

2. 研究の背景と目的

私は4年生のときから多数の集合のVenn図の一般化に関して研究し、これまでの研究で、凸型の曲線で構成されたVenn図は5個の集合のものまで考案することができた。しかし6個以上の集合の場合、図が複雑になりVenn図を自作することができなかつたので、今回は先行研究である”A New Rose : The First Simple Symmetric 11-Venn Diagram ([1])”を講読し考察することにした。

3. 研究内容

3-1. 基本事項

■ n -Venn図・回転対称 n -Venn図

平面上に n 個の閉じた曲線を集めたものを n -Venn図とよぶ。このうち、各交点で2本の曲線のみが交差していて、また $\frac{2\pi}{n}$ 回転させたときにもとのVenn図に一致するVenn図を回転対称 n -Venn図とよぶ。

回転対称 n -Venn 図は n が素数でないとは描けないことは1963年にDavid W. Hendersonの論文 ”Venn Diagrams for

More than Four Classesenn Diagrams for More than Four Classes ([2])”で証明されている。

回転対称 n -Venn図に対して、 n 個の曲線を最も外側の領域に接する部分に関して時計回りに C_1, C_2, \dots, C_n と名付ける。

3-2. クロスカット

3-2-1. 定義

■ クロスカット

ある曲線において、反復することなくほかの曲線と連続的に交差する曲線の切片のことをクロスカットと定義する。(例えば回転対称7-Venn図では図1の黄色で塗られた曲線がクロスカットである。)



図1

3-2-2. 補題

補題 1

$n > 3$ の場合、回転対称 n -Venn 図は 1 つの曲線あたり最大 1 つのクロスカットをもつ。

(証明)

Venn 図を構成する任意の曲線において、クロスカットの始点を最も外側の領域に接する部分、終点は最も内側の領域に接する部分と考える。このとき、任意の曲線は最も外側の領域と最も内側の領域に 1 回ずつ触れるので、Venn 図の曲線は 3 つ以上のクロスカットをもつことはできない。

そこで n -Venn 図のある曲線 C に 2 つのクロスカットがあると仮定する。曲線 C の 2 本のクロスカットは最も外側の領域に接する部分から始まり、最も内側の領域に接する部分で終わるので曲線 C はほかの曲線と $2(n-1)$ 個の交点をもつ。この Venn 図には n 個の曲線があるので、Venn 図がもつ交点は全部で $n(n-1)$ 個の交点をもつ。…①

一方で、Venn 図が回転対称ならば、この Venn 図は全部で、 $2^n - 2$ 個…②の交点をもつはずである。

①と②の式より、

$$n(n-1) = 2^n - 2$$

を解くと、 $n = 1, 2, 3$ については成立するが、 $n \geq 4$ では成り立たない。ゆえに、 $n > 3$ のとき、 n -Venn 図が 2 つのクロスカットをもつという仮定は間違っていた。

よって題意は示された。(Q. E. D.)

3-3. クラスタ

3-3-1. 定義

■群

Venn 図の曲線の切片によって囲まれた領域の集まりのことを群という。このとき、群の大きさは、それに含まれる領域の数で表す。

■クラスタ

最も外側の領域と最も内側の領域を除いて

て回転対称 n -Venn 図が大きさ $\frac{2^{n-2}}{n}$ の n 個

の群に分けられる。このとき、この群を「クラスタ」とよぶことにする。クラスタは回転の基本領域になる。(図 2 の色付けした部分は 7-Venn 図のクラスタを示し、図 3 で、クラスタを再描写している。図 3 でクラスタはクロスカット対称になっていることがわかる。)

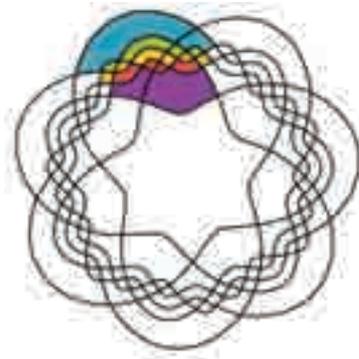


図 2

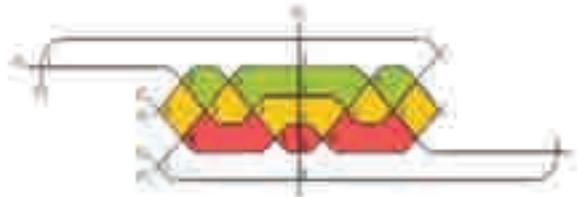


図 3

また、曲線 C_k のクロスカットをもつクラスタをクラスタ S_k とよぶことにする。

3-4. シーケンス

3-4-1. 定義

$L_{i,k}$ をクラスタ S_k において、曲線 C_i を時計回りにたどっていったときに遭遇する曲線のリストとする。クラスタはクロスカットで対称になるので、 $n \geq 2$ においてリストも対称になっている。

表1 7-Venn図のリスト

$L_{1,1} = [C_2, C_3, C_4, C_5, C_6, C_7]$
$L_{2,1} = [C_3, C_4, C_5]$
$L_{3,1} = [C_2, C_4, C_5, C_6, C_7, C_1, C_2, C_3, C_4]$
$L_{4,1} = [C_2, C_3, C_4, C_5, C_6, C_7, C_1]$
$L_{5,1} = [C_2, C_3, C_4, C_5, C_6, C_7, C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6, C_7]$
$L_{6,1} = [C_2, C_3, C_4, C_5, C_6, C_7, C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6, C_7]$
$L_{7,1} = [C_2, C_3, C_4]$

■シーケンス

最も内側の領域のある点Xから、最も外側の領域に向かって直線Lをひき、Xを中心に直線を時計回りに回転させたときに交差するVenn図の交点の番号を順に並べたものをシーケンスという。ただし、交点の番号は以下の法則に従ってつける。シーケンスの大きさとは、シーケンスに含まれる要素の個数を表す。

<交点番号の法則>

- ・最も外側の領域に接する交点→1
- ・外側から2番目の領域に接する交点→2
- ・外側から $n-1$ 番目の領域（内側から2番目）に接する交点→ $n-1$

回転対称のVenn図は全体のシーケンス

のうち、 $\frac{2^{n-2}}{n}$ の要素だけで、Venn図全体

を表すことができる。最初の大きさ $\frac{2^{n-2}}{n}$ のシーケンスを**基本シーケンス**とよぶ。

例えば、回転対称7-Venn図において、 $\frac{2^{n-2}}{n} = 18$ より、基本シーケンスの大きさは18となる。図2の回転対称7-Venn図の基本シーケンスは、以下ようになる。



3-5. クロスカット対称の定理

定理1

回転対称n-Venn図において、基本シーケンスがシーケンス「 $\rho, \alpha, \delta, \alpha^{\gamma+}$ 」で表せる場合のみ、クロスカット対称であるといえる。ただし、 $\rho, \alpha, \delta, \alpha^{\gamma+}$ は以下のように定義する。

- ・ ρ (クラスタ左境界の交点) を
 $1, 3, 2, 5, 4, \dots, n-2, n-3$
- ・ δ (クロスカット上の交点) を
 $n-1, n-2, \dots, 3, 2$
- ・ α (ρ より右側でクロスカットまでの交点) と $\alpha^{\gamma+}$ (クロスカットより右側でクラスタの右境界より左側) を、 $\alpha^{\gamma+}$ は α を逆転させて1足して得られるような大きさ $\frac{\{2^{n-1}-1\}-(n-1)^2}{n}$ のシーケンスとして定義する。

このとき、 $\alpha^{\gamma+}[i] = \alpha[|\alpha| - i + 1]$ とかける。

(証明)

Vを、クロスカットを有する回転対称 Venn図であるとし、曲線 C_1 の切片がクロスカットを形成するVのクラスタを考える。クロスカット対称より、 $L_{n,1}=[C_{n-1}, 1, C_{n-1}]$ であるから、 C_n は C_1 との交点のすぐ下のクラスタの右端のある点 v で C_{n-1} と交差しなければいけない。Vが回転対称であるから、点 v を $\frac{2\pi}{n}$ 回転させることで、左境界上の点 s を示すことができる。点 s では、 C_{n-1} と C_{n-2} が交差する。

同様に考えて、クロスカット対称より、 $L_{n-1,1}=[C_n, C_{n-2}, \dots, C_{n-2}, C_n]$ なので、 C_{n-1} はクラスタの右境界で C_{n-2} と交差し

(点 t)、 $\frac{2\pi}{n}$ 回転させることで、左境界上の点 w を示す。点 w では、 C_{n-2} と C_{n-3} が交差する。

これを続けていくと、クラスタの左右の境界線は図4に示すようなジグザグの境界をもつことがわかる。

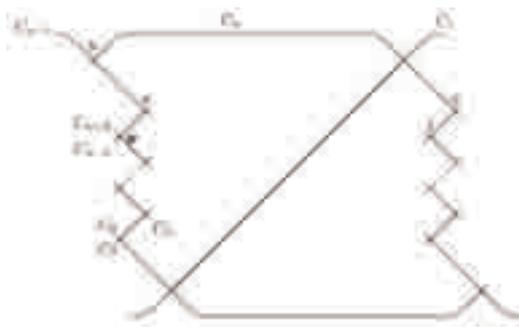


図4

ここで、左右の境界線に注目する。Venn図の最も内側の領域のある点Xから外側に向かって2本の直線M, Nを引き、Mを左境界からわずかに左、Nを右境界からわずかに

に右からクロスカット (図4では C_1) に向かって回転させていく。回転開始直後は、 $M=[C_{n-1}, C_n, C_{n-3}, C_{n-2}, \dots, C_2, C_3, C_1]$
 $N=[C_1, C_{n-1}, C_n, C_{n-3}, \dots, C_5, C_2, C_3]$ となり、 $n-2$ 個の交点と交差した直後は、 $M=[C_n, C_{n-2}, C_{n-1}, C_{n-4}, \dots, C_4, C_2, C_1]$
 $N=[C_1, C_n, C_{n-2}, C_{n-1}, \dots, C_3, C_4, C_2]$ となる。Vが回転対称であるので、Nは必ずMの要素を1つ右にずらしたものである。つまり、 $M(i)$ と $M(i+1)$ との間で交差が起るとき、つぎの交差は $N(i+1)$ と $N(i+2)$ との間で起こる。よって、 $M(i)$ と $M(i+1)$ の交点は $N(i+1)$ と $N(i+2)$ の交点と対応しているといえる。

これより、 $\alpha^{\gamma+}$ は α の要素を逆転させて、1を足して得られるシーケンスになるといえる。また、クラスタの左境界から、 $\rho = 1, 3, 2, 5, 4, \dots, n-2, n-3$ とわかる。 δ について、はクロスカット上の交点だから明らかに $\delta = n-1, n-2, \dots, 3, 2$ となる。これより、基本シーケンスは

$$[1, 3, 2, 5, 4, \dots, n-2, n-3, \alpha, n-1, n-2, \dots, 3, 2, \alpha^{\gamma+}]$$

となることが証明できた。

最後に逆を証明する。条件を満たす ρ , α , δ , $\alpha^{\gamma+}$ を与えると、基本シーケンスは、

$$[1, 3, 2, 5, 4, \dots, n-2, n-3, \alpha, n-1, n-2, \dots, 3, 2, \alpha^{\gamma+}]$$

となる。 δ から、クロスカットがあることがわかり、 ρ からクラスタがジグザグ境界をもつことがわかる。ジグザグ境界をもつことと α , $\alpha^{\gamma+}$ から、クロスカット対称性が示される。よって題意は示された。

(Q. E. D.)

3-6. 回転対称11-Venn図について

クロスカット対称の定理から、シーケンス α を探すことで回転対称 n -Venn図を作成することができることがわかった。そこで、スーパーコンピューターを用いて数列を網羅的に探索し、回転対称11-Venn図を形成しうるシーケンス α を調べた結果、200,000種類以上の回転対称11-Venn図が見つかった[1]。今回は、シーケンス α が以下のような回転対称11-Venn図を示す(図5)。

〈シーケンス α 〉

```
3234434543234115434545656765432543446543  
6767876565434457654658765447656876546576567
```

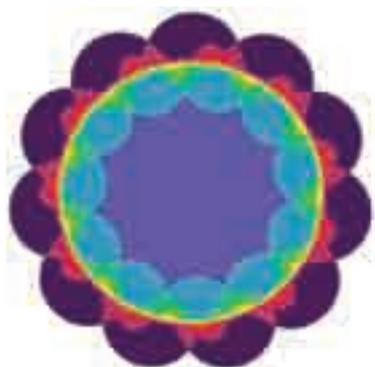


図5

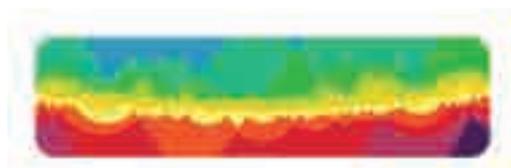


図6 11-Venn図の一部

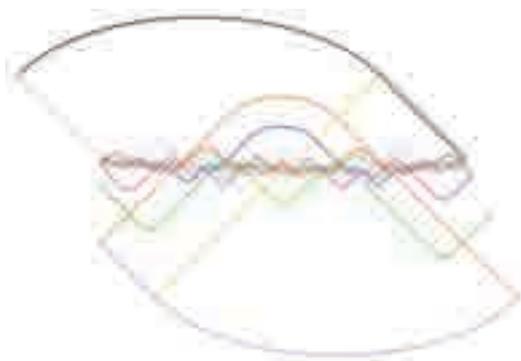


図7 11-Venn図のクラスタ

4. 今後の展望、まとめ

今回は回転対称11-Venn図の作成方法を考察しただけで終わってしまったので、今後は作成したVenn図をもとに考察したい。

また、今回、シーケンス α についての具体的な制約を調べることができず、シーケンスが実際に回転対称 n -Venn図を形成できるかはスーパーコンピューターを頼らざるを得なかった。今後は、シーケンス α の条件についても考えていきたい。

加えて、私が考案を目指している三次元のVenn図に対しても、今回証明することができたクロスカット対称の定理を応用できないか考えていきたい。

5. 参考文献

- [1] Khalegh Mamakani and Frank Ruskey, "A New Rose: The First Simple Symmetric 11-Venn Diagram", Math arXiv: 1207.6452v1 [cs.CG]
- [2] David W. Henderson, "Venn Diagrams for More than Four Classes", Amer. Math. Monthly, 70(4): 424-426, (1963).

6. 謝辞

今回の研究にあたり、ご指導くださった顧問の川口先生、ありがとうございました。また、校内発表会でのポスターセッションおよび「集まれ!理系女子 女子生徒による科学研究発表会 関西大会」においてもたくさんの助言をいただきました。この場を借りてお礼申し上げます。

6次魔方陣に関する考察

6年C組 今中 翔哉
指導教員 川口 慎二

1. 要約

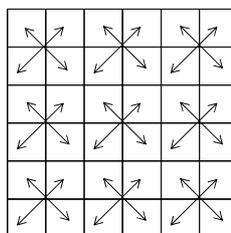
サイエンス研究会数学班6年生は魔方陣について学んでいる。今回の研究では、これまでの4次方陣の研究からさらに、1辺のマスを増やした6次方陣について研究を行い考察することができた。今回はその結果を、紹介していく。

キーワード 6次方陣、交換様式、内包魔方陣

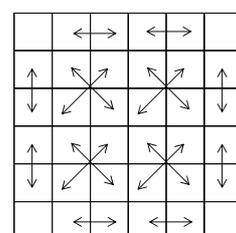
2. 研究の背景と目的

今回の研究では、一般的に性質がよく知られていない6次方陣について主にその性質について焦点をあてて、研究を行った。研究の目的としては、6次方陣を俯瞰してみることで、自分なりの見解や考察を行い、新たな性質を発見していくことである。また、前回研究していた4次方陣と今回の6次方陣の間に、いかなる相違点が見られるのかについても着目していくこととする。

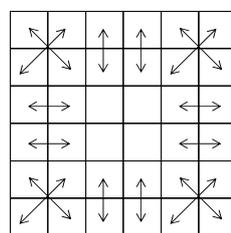
ことができる。



(I型)



(II型)



(III型)

3. 研究内容

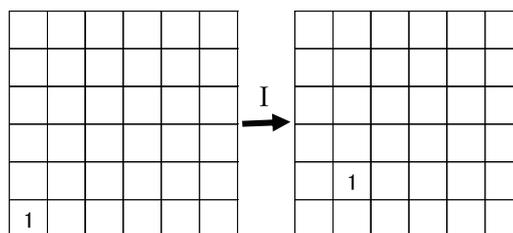
3-1. 定義

魔方陣とは1から始まる連続した自然数を基盤の目状に並べ、各行、各行、及び対角線の数の和(6次方陣では111)をすべて相等しくしたものをいう。一般に、1辺が n マスの魔方陣を n 次魔方陣という。

3-2. 6次方陣の交換様式と型間の関係

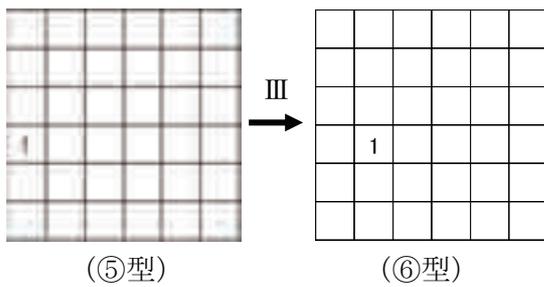
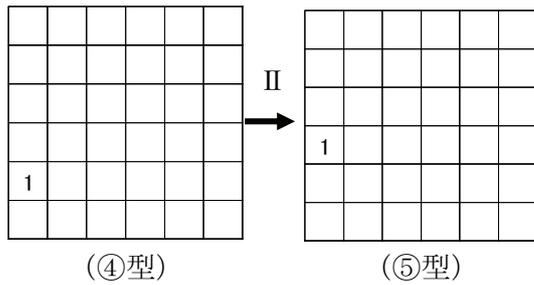
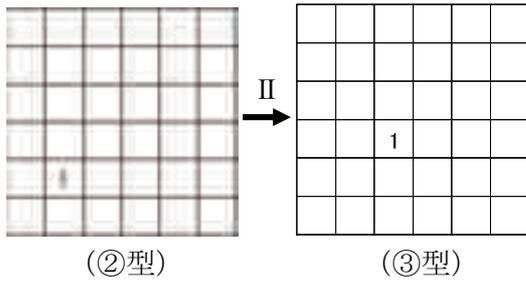
6次方陣では任意の6次方陣に以下の3つの操作を施し、新たな6次方陣をつくる

また、6次方陣を以下のように1の位置により6つに分類すると次のことがわかる。



(①型)

(②型)



以上より、①型、②型、③型の個数は変換により1対1に対応しており個数はそれぞれ等しくなっている。また、④型、⑤型、⑥型の個数も等しくなっているとわかる。

3-3. 6次対称方陣・完全方陣は存在しない

(6次対称方陣について)

6次対称方陣が存在すると仮定すると次のようになる。

$$d+j+p+(37-o)+(37-i)+(37-c)=111$$

より、 $g+j+p=c+i+o \cdots \textcircled{1}$

同様にして、 $e+k+q=b+h+n \cdots \textcircled{2}$

$f+l+r=a+g+m \cdots \textcircled{3}$

a	b	c	d	e	f
g	h	i	j	k	l
m	n	o	p	q	r
37-r	37-q	37-p	37-o	37-n	37-m
37-l	37-k	37-j	37-i	37-h	37-g
37-f	37-e	37-d	37-c	37-b	37-a

次に、上3行に注目して①, ②, ③よりその和を考えて、

$$2 \times (a+g+m+b+h+n+c+i+o) = 111 \times 3 = 333$$

となるが、この等式は成立しない。よって、6次対称方陣が存在しないことが示された。

(6次完全方陣について)

B	A	B	A	B	A
A		A		A	
B	A	B	A	B	A
A		A		A	
B	A	B	A	B	A
A		A		A	

6次完全方陣が存在すると仮定する。

上図が、完全方陣の性質を満たすとすると、第1, 3, 5行と第1, 3, 5列に注目すると奇数行、奇数列にある数をすべてAで表し、ここでBは行と列の交点を表す。6次方陣より、各行、各列の和は111より、これらAとBの所にある数の総和は、 $111 \times 6 = 666$ である。(9個のBの和) $\times 2 +$

(18個のAの和) = 666であるから、18個のAの和は偶数である。また、これが完

全方陣であるには 18 個の A の数の和は 111×3 で 奇数となる。ゆえに、(奇数) = (偶数) となり矛盾が生じる。したがって、6 次完全方陣は存在しない。□

以上のことから 6 次対称・完全方陣は存在しないことが示される (完全方陣・対称方陣について参考文献[1]を参照)。

3-4. 6 次方陣をつくるために

- ① 図 1 のような数の配列を考える。
- ② 図 1 で同じ色で表された部分どうしを中心に関して対称になるよう移動させる。

						138
						↗
3	2	1	36	35	34	→ 111
4	5	6	31	32	33	→ 111
9	8	7	30	29	28	→ 111
10	11	12	25	26	27	→ 111
15	14	13	24	23	22	→ 111
16	17	18	19	20	21	→ 111
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↘
57	57	57	165	165	165	84

図 1

- ③ ②で得られた図 2 の色で表された部分どうしを交換する。

これにより第 2. 第 5 行以外は定和 111 を満たす方陣 (図 3) をつくることができました。

						138
						↗
21	2	19	36	17	16	→ 111
4	5	24	31	14	15	→ 93
9	8	25	30	11	28	→ 111
10	29	12	7	26	27	→ 111
33	32	13	6	23	22	→ 129
34	35	18	1	20	3	→ 111
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↘
111	111	111	111	111	111	84

図 2

						111
						↗
21	2	19	36	17	16	→ 111
4	32	24	31	14	15	→ 120
9	8	25	30	11	28	→ 111
10	29	12	7	26	27	→ 111
33	5	13	6	23	22	→ 102
34	35	18	1	20	3	→ 111
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↘
111	111	111	111	111	111	111

図 3

3-5. 6 次内包魔方陣

当初、6 次内包魔方陣の性質についての研究を行っていたため、紹介しておく。6 次内包魔方陣とは、全体が 6 次方陣でさらにその内部に 4 次方陣の性質を満たすものを含む魔方陣のことを指す (例えば、図 4)。

1	5	10	34	35	26
33	8	29	15	22	4
31	25	19	17	13	6
28	20	14	24	16	9
7	21	12	18	23	30
11	32	27	3	2	36

図 4

a	b	c	d	e	f
g	h	i	j	k	l
m	n	o	p	q	r
s	t	u	v	w	x
y	z	aa	ab	ac	ad
ae	af	ag	ah	ai	aj

図 5

この内包魔方陣では、内部にある 4 次方陣に関して対称な位置にある外部の 2 数の和は 37 ($=6^2+1$) になることが知られていて、6 次方陣の定和は 111 であるため、内部の 4 次方陣の各行、各列、両対角線の定和は 74 となる。

また、著者は 4 次方陣一般に共通してみられる性質と合わせて以下のことを発見した。4 次方陣は、その内部に含まれる中央の 2×2 の正方形に含まれる数の和は、74 でありさらに、 4×4 の正方形の 4 隅も 74 であり、6 次方陣の定和は 111 であることから、外の 4 隅に位置する数の和も $222 - (74 \times 2) = 74$ となる。すなわち、下の図 5 が 6 次内包魔方陣のとき、

$$\begin{aligned} o + p + v + u &= h + k + ac + z \\ &= a + f + aj + ae = 74 \end{aligned}$$

が成り立つ。

4. 研究の結果と今後の展望

今回の研究を通して、6 次魔方陣について型間の相互関係や対称・完全方陣の存在性など様々な視点から自分なりの考察を行うことができた。しかし、今回の研究では定和を完全に満たした 6 次方陣を作ることはできなかった。今後は、第 2 行、第 5 行の定和をも満たした本当の意味での 6 次方陣を自ら作っていきたいと思う。

5. 参考文献

- [1] 「4 次方陣の性質に関する研究」、今中翔哉、奈良女子大学附属中等教育学校、平成 28 年度 SSH サイエンス研究会生徒研究論文集、p.79～85
- [2] 「魔方陣の世界」、大森清美、日本評論社(2013)

6. 謝辞

今回の研究にあたり、ご指導くださった顧問の川口先生ありがとうございました。

多面体の正射影についての考察

6年D組 松川 賢太郎

指導教員 川口 慎二

1. 研究の背景と目的

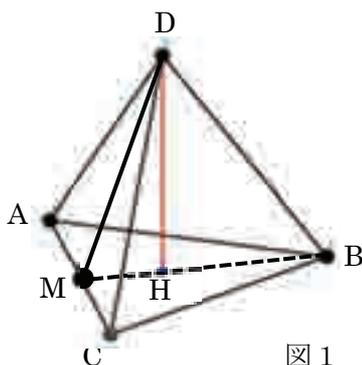
立体そのものは変わらないのにも関わらず見る角度によって見える形の面積も異なる。その事実を知り、多面体の正射影の面積を求め、大きさを比較することで、立体の性質について考察した。

2. 研究内容

立体を正射影する平面を α とする。

$$S_2 = 1 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2}}{4}.$$

2-1. 正四面体



$AB=BC=CA=1$ とする。D から正三角形 ABC に下ろした垂線の足を H とする。

このとき、 $DM=BM=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $MH=\frac{\sqrt{3}}{6}$,

$DH=\frac{\sqrt{6}}{3}$ である。

2-1-1. 正射影が三角形の場合

・図2の②について

$AB=1$ であり、辺 CD は平面 α に対し

て垂直であり、 $AC=\frac{\sqrt{3}}{2}$ である。ゆえに、

②の正射影の面積 S_2 は、

・図2の③, ④について

③の正射影では、 $CF=BM=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

④の正射影では、 $DC=DH=\frac{\sqrt{6}}{3}$.

AB は共通なので、 $\frac{\sqrt{3}}{2} > \frac{\sqrt{6}}{3}$ より、

$S_3 > S_4$.

したがって、 $S_3 = 1 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}$ で

あり、 $S_4 = 1 \times \frac{\sqrt{6}}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6}}{6}$.

・図2の⑤について

辺 BC は平面 α に対して垂直であり、AB

$=\frac{\sqrt{3}}{2}$ なので、⑤の正射影の面積 S_5 は、

$$S_5 = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{6}}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2}}{4}.$$

2-1-2. 正射影が四角形の場合

・図2の①について

$AB \perp CD$ より、①の正射影の面積 S_1 は

$$S_5 = 1 \times 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}.$$

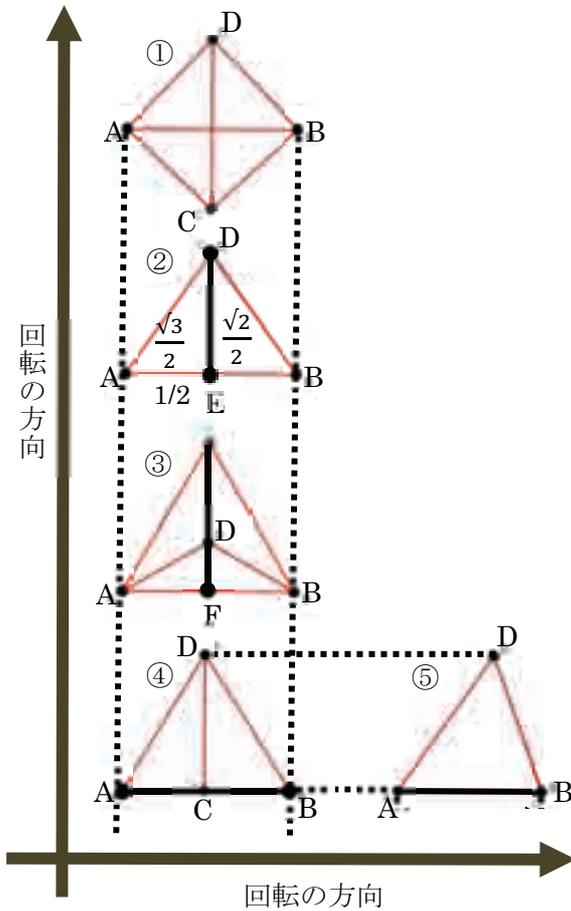


図 2

2-2. デルタ 6 面体

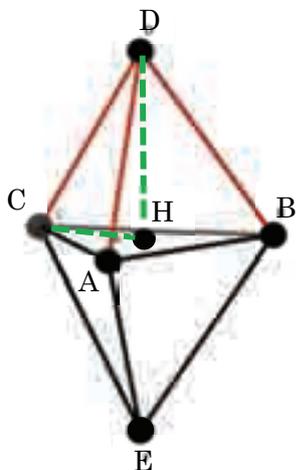


図 3

まず、 $AB=BC=CA=2$ とする。D から正三角形 ABC に下ろした垂線の足を H とすると、図 4 から、 $CD=2$, $CH=\frac{2\sqrt{3}}{3}$, $DH=\frac{2\sqrt{6}}{3}$ である。

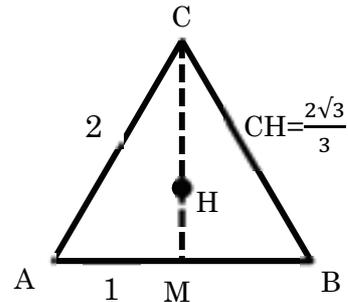


図 4

・ 図 6 の①について
 AE は正四面体の高さに一致するので、
 $AE=DH=\frac{2\sqrt{6}}{3}$. よって、①の正射影の面積 S_1 は、
 $S_1 = 2 \times \frac{2\sqrt{6}}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$.

・ 図 6 の②について
 $AE=BC=2$ なので、②の正射影の面積 S_2 は、
 $S_2 = 2 \times 2 \times \frac{1}{2} = 2$.

・ 図 6 の③について
 $CB=2$, $DA=DH=\frac{2\sqrt{6}}{3}$ なので、③の正射影の面積 S_3 は
 $S_3 = 2 \times \frac{2\sqrt{6}}{3} \times \frac{1}{2} \times 2 = \frac{4\sqrt{6}}{3}$.

・ 図 6 の④について
 1 辺の長さが 2 の正三角形なので、④の

正射影の面積 S_4 は、

$$S_4 = 2 \times \sqrt{3} \times \frac{1}{2} = \sqrt{3}.$$

・ 図6の⑤について

$\triangle ADH$ と $\triangle DHC$ に分けて考える。

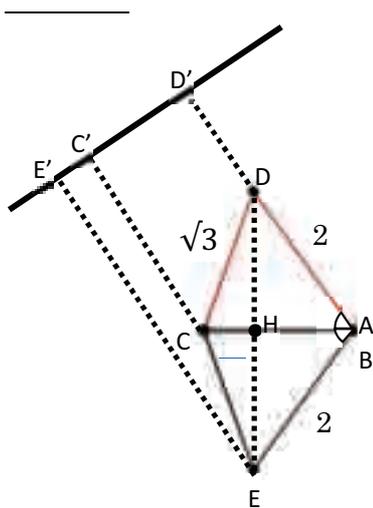


図5

$\triangle ADH$ と $\triangle DHC$ に三平方の定理を用

いて、

$$AH = \sqrt{2^2 - \left(\frac{2\sqrt{6}}{3}\right)^2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$CH = \sqrt{(\sqrt{3})^2 - \left(\frac{2\sqrt{6}}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$AC = AH + CH = \sqrt{3}$$

したがって、⑤の正射影の面積 S_5 は、

$$S_5 = \sqrt{3} \times \frac{2\sqrt{6}}{3} \times \frac{1}{2} \times 2 = 2\sqrt{2}.$$

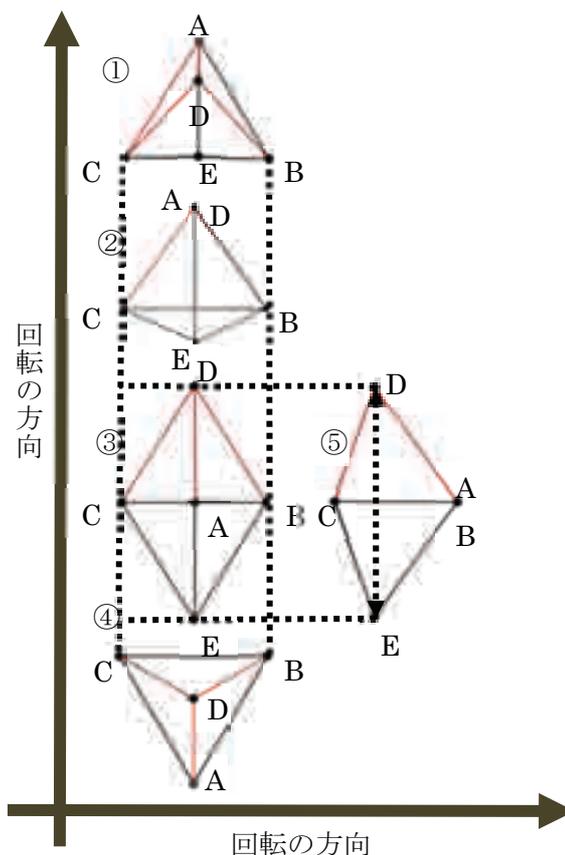


図6

図6

2-3. 正二十面体

1辺の長さを1とする。

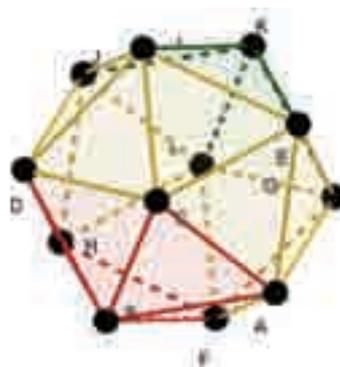


図7

正二十面体については、(*)の正射影の面積について考察する。

図8の正五角形 $ABCDE$ において、2つの相似な三角形である $\triangle ACD$ と $\triangle CDF$ に

注目すると、 $AC : CD = CD : DF$ なので、

$x : 1 = 1 : (1-x)$ から、 $x^2 - x - 1 = 0$.

$x > 0$ なので、 $x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$.

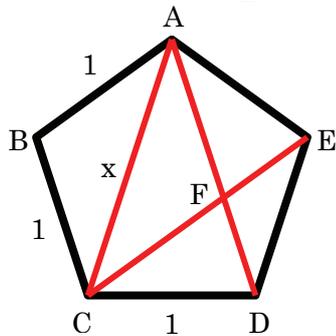


図 8

したがって、図 9 の(*)において、

$$GA = \sqrt{1^2 - \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{4}\right)^2} = \frac{\sqrt{10 - 2\sqrt{5}}}{4}$$

$$EF = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}, \quad AJ = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{なので、求}$$

める正射影の面積 S は、

$$\begin{aligned} S &= \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &\quad + \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \times \frac{\sqrt{10 - 2\sqrt{5}}}{4} \times \frac{1}{2} \times 2 \\ &= \frac{(1 + \sqrt{5})(2\sqrt{3} + \sqrt{10 - 2\sqrt{5}})}{8} \end{aligned}$$

となる。

3. 今後の展望

今回は正二十面体の正射影の面積をすべて求めることができなかったため、今後は図 9 の残り 4 つの図形の面積を求めようと考えている。今後、正多面体の正射影の面積を求める過程の簡素化を進めたい。

回転の方向

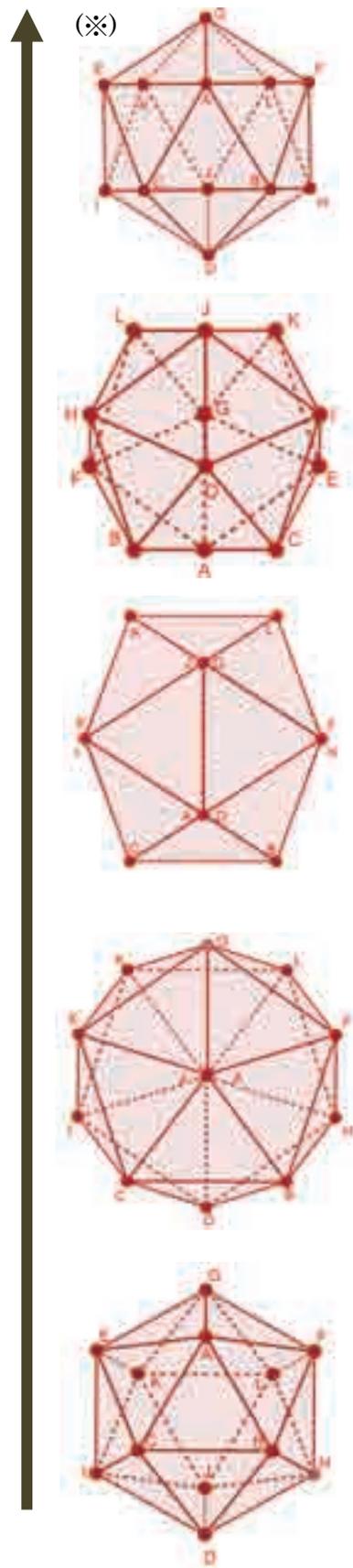


図 9

カオス

6年C組 小椋 晃一

指導教員 川口 慎二

1. 研究の背景と目的

Sakura Science Camp や5年の数学の授業を通してロジスティック写像に興味をもち、その関連であるリー・ヨークの条件を考察することにした。

2. 研究概要

■ロジスティック写像

ロジスティック写像とは漸化式 $x_{n+1} = f(x_n) = ax_n(1-x_n)$ ($0 \leq a \leq 4$) で定義される写像をいう。 n を増やしていったときの x_n の振る舞いが a の値に応じて変化する。特に、 $3.5699456 \dots < a$ のときは、カオスな振る舞い(収束点や周期、周期への漸近がない不規則な挙動)となる。 $3.5699456 \dots$ という値は、カオスの境界を表していて、**ファイゲンバウム点**とよばれている。 $a=4$ のときの様子を、図1, 図2に示す。

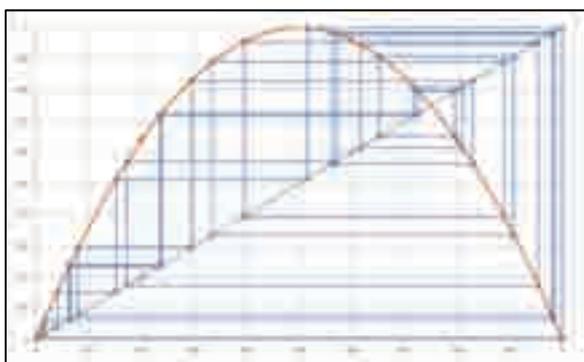


図1

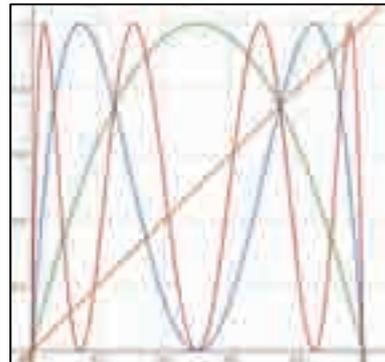


図2

図2において、 $f(x) = 4x(1-x)$ として、橙色の直線が $y = x$, 緑色の曲線が $y = f(x)$, 青色の曲線が $y = f(f(x))$, 赤色の曲線が $y = f(f(f(x)))$ をそれぞれ表している。

■リー・ヨークの定理

アメリカの数学者リー (Li) とヨーク (York) は、いくつかの関数の不規則な挙動を一般化して、次の定理を証明した。

定理 (リー・ヨークの定理)

x_n が区間 I にあり、 $s \leq p < q < r$ で、 $f(p) = q$, $f(q) = r$, $f(r) = s$ をみたす数があるとき、

- (i) 任意の $k \in \mathbb{N}$ について、 k 周期の振る舞いがある。
- (ii) カオスな振る舞いの初期値 x_1 が無限個存在する。

$f(x_1) = y_1$, $f(y_1) = y_2$ とすると、 $f(f(x_1)) = y_2$ であり、 $x_1 = y_2$ のとき $f(f(x_1)) = x_1$ となるため、 x_1 を初期値とすると周期 2 の軌道を描く。そのため、直線 $y = x$ 上の点 (x_1, x_1) と曲線 $y = f(f(x))$ が交点をもてば、 $y_2 = x_1$ となるため、 x_1 を初期値とすると周期 2 の軌道を描くことがわかる。

3. 考察

いくつかの具体的な関数について、挙動を調べ考察した。

① $f(x) = -2x^2 + 11x - 11$ は $f(2) = 3$, $f(3) = 4$, $f(4) = 1$ を満たす。その挙動を図 3 に示す。区間 I が閉じていないため、負の方向へ進んでいった。

② $f(x) = 12.5x^3 - 18.75x^2 + 7.25x$ を考える。その挙動を図 4 に示す。しばらく周期 2 の軌道を描いたが、リー・ヨークの条件: $s \leq p < q < r$ で、 $f(p) = q$, $f(q) = r$, $f(r) = s$ を満たしていないため、周期 2 から外れていった。

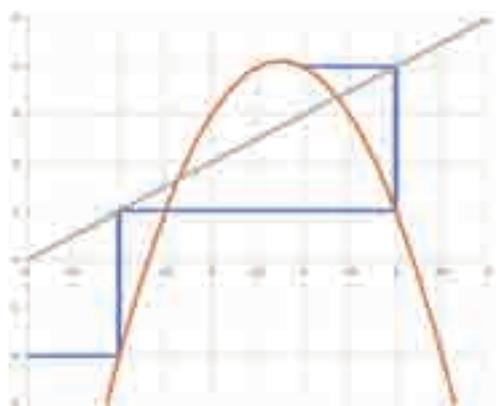


図 3

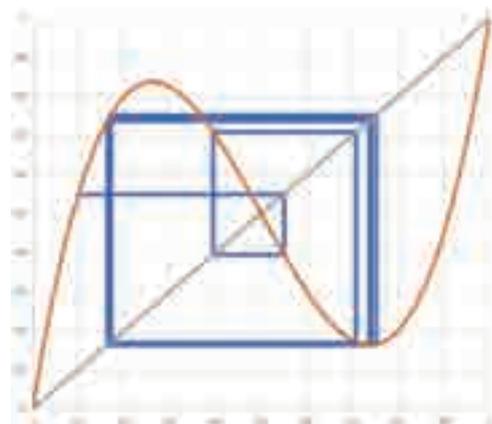


図 4

4. 参考文献

[1] 「ロジスティック写像」

<http://www.qmss.jp/qmss/text/simulation/logistic-map/excel/logistic.htm>

[2] 「カオスとフラクタル—非線形の不思議」、山口昌哉、講談社ブルーバックス

自己回避歩行に関する考察

6年C組 古宮 昌典
指導教員 川口 慎二

1. 研究の背景と目的

私は自己回避歩行について研究を行っている。今回は、自己回避歩行の構成方法を考えた。

2. 研究概要

図1のように、 $n \times n$ のマス目において、同じ辺、点を二度通らずに、スタート (S) からゴール (G) まで行く経路のことを**自己回避歩行**という。自己回避歩行の総数は、表1のように、 n の値が増えるごとに経路の総数は爆発的に増加することが知られている。今回の研究では、自己回避歩行の構成方法を2つのアプローチから検討した。

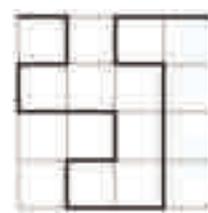


図1

■アプローチ①

マス目を2色に塗り分けることにより、自己回避歩行を構成した。

図2のように、マス目を白黒2色に塗って領域を2つに分割すると、その境界に沿って自己回避歩行が構成できると考えて、自己回避歩行の総数を

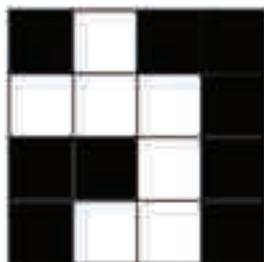


図2

$$P_n \leq 2^{n^2}$$

と見積もった。

しかし、図3のように、2色でマス目を塗り分けても、経路が存在しないパターンが生じてしまう。そこで、経路の存在しないパターンを除外することにより、次のように自己回避歩行の総数の見積もりを修正した。

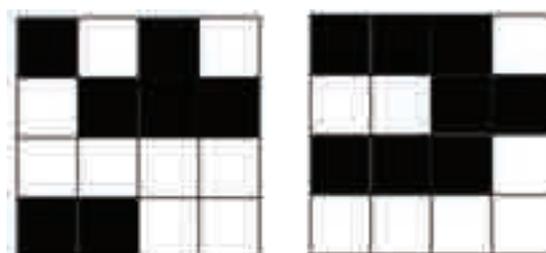


図3

表1

n	経路の総数
1	2
2	12
3	184
4	8521
5	1262816
6	575780564
7	789360053252
8	3266598486981642
9	41044208702632496804

$$P_{n \times k} \leq 14^{\frac{nk}{4}} - 2^{n+k-2} \times 14^{\frac{(n-2)(k-2)}{4}} + 2$$

■アプローチ②

図4のように、横の線分を取り出した図形を考えると、そこから、もとの経路を復元することができる。この事実を利用して、自己回避歩行の総数を $P_n \leq 2^{n^2}$

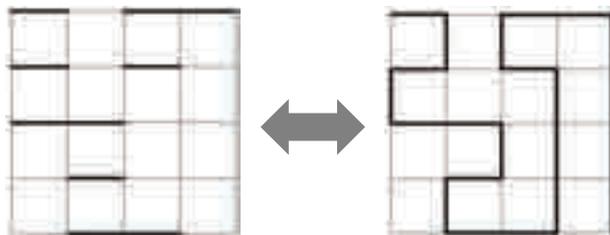


図4

と評価することができた。

上述の2つのアプローチは、図5のように、各列について上から順にその線分より下の部分の色を反転させることにより、本質的に同じ考え方であることがわかる。

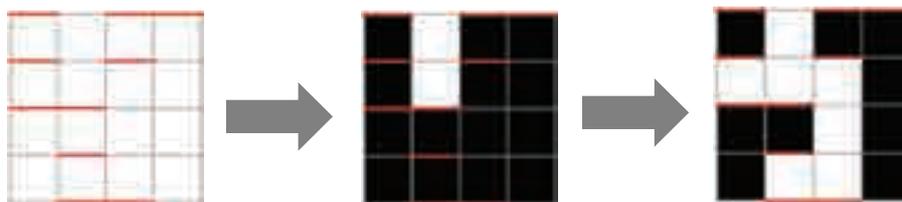


図5

■アプローチ③

一続きの黒領域は、左または下の辺に接していて、一続きの白領域は、右または上の辺に接している。そこで、ある操作をある経路に対して施したときに、その結果も自己回避歩行になっているよ

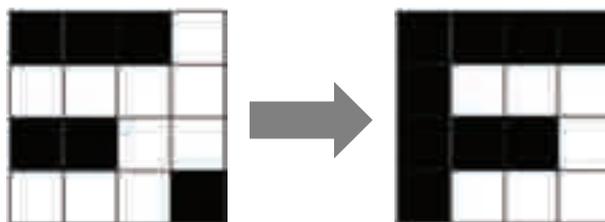


図6

うなもの考える。例えば、対角線で折り返したり、配色を1つ右にずらし、左端のマスをすべて黒にしたりする(図6)操作などが考えられる。

3. 考察、今後の課題

今回、自己回避歩行の構成方法について検討したが、具体的な計算に至らないまま終わってしまい、一般的に成立する方法は困難であることを痛感した。自己回避歩行の総数を求めるために、まずどれくらいのオーダーであるのかを調べていきたい。また、経路同士に演算を加えることで、集合により扱えるようにしたい。

フェルマーの小定理の別証明について

6年C組 山名 大二郎
指導教員 川口 慎二

1. 研究の背景と目的

私は昨年「フェルマーの小定理」に興味をもち、自分で別証明を考えることでその定理に対して考察を深めた。

2. 研究概要

2つの整数 a と b に対して、 a と b を p で割った余りが等しくなるとき、 a と b は p を法として合同であるといい、 $a \equiv b \pmod{p}$ と表す。本稿では、次のフェルマーの小定理に対して、独自に3つのアプローチから別証明の方針を与える。

定理 (フェルマーの小定理)

p を素数、 a は p と互いに素である自然数とすると、 $a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$ が成り立つ。

■一般的に知られている証明

$a, 2a, 3a, \dots, (p-1)a$ について考える。 $sa \equiv ta \pmod{p}$ となる s, t ($1 \leq s-t \leq p-1$, $s \neq t$) が存在すると仮定する。 $(s-t)a \equiv 0 \pmod{p}$ なので、 $1 \leq s-t \leq p-1$ から、 a と p が互いに素であることに矛盾する。ゆえに、 $a, 2a, 3a, \dots, (p-1)a$ を p で割った余りはすべて異なる。したがって、 $a^{p-1}(p-1)! \equiv (p-1)!$ なので、 $a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$. (Q.E.D.)

■別証明に共通するアイデア

はじめに、別証明に共通する考え方を示す。まず、ウィルソンの定理：「 p を素数とするとき、 $(p-1)! \equiv -1 \pmod{p}$ が成り立つ」を用いる。 $a^{p-1} - 1 \equiv 0 \pmod{p}$ を示すために、

$(a+1)(a+2)\cdots(a+p-1) \equiv a^{p-1} - 1 \pmod{p}$ を示せばよい。ここで、

$$(a+1)(a+2)\cdots(a+p-1) = a^{p-1} + S_1 a^{p-2} + S_2 a^{p-3} + \cdots + S_{p-2} a + (p-1)!$$

と表すことができ、ウィルソンの定理： $(p-1)! \equiv -1 \pmod{p}$ により、

$(a+1)(a+2)\cdots(a+p-1) = a^{p-1} + S_1 a^{p-2} + S_2 a^{p-3} + \cdots + S_{p-2} a - 1$ であるため、

$S_1 \equiv S_2 \equiv \dots \equiv S_{p-2} \equiv 0$ を証明すればよい。

■アプローチ①

$p=5, m=3$ の場合を例にアイデアを示す。 $1+2+3+4 \equiv 0 \pmod{5}$ なので、

$$(1+2+3+4)(1 \cdot 2+1 \cdot 3+1 \cdot 4+2 \cdot 3+2 \cdot 4+3 \cdot 4) \equiv 0 \pmod{5}$$

ゆえ、 $1 \cdot 2 \cdot 3+1 \cdot 2 \cdot 4+1 \cdot 3 \cdot 4+2 \cdot 3 \cdot 4 \equiv 0 \pmod{5}$ である。このアイデアを一般の p, m に対しても同様に適用して、証明することができた。

■アプローチ②

S_m を $1, 2, 3, \dots, p-1$ の中から m 個の数を全通りの方法で取り出し、それぞれのグループ内での積を求めたときの各積の総和であると定める。例えば、 $p=5, m=3$ のとき、

$$S_3 = 1 \cdot 2 \cdot 3 + 1 \cdot 2 \cdot 4 + 1 \cdot 3 \cdot 4 + 2 \cdot 3 \cdot 4 \equiv 0 \pmod{5}$$

となる。このように、2組で打ち消しあうことができ、 m が奇数のときは $S_m \equiv 0 \pmod{p}$ である。しかし、 m が偶数のときは一般には成立しない。

■アプローチ③

S_m を p と m の式で表し、数学的帰納法を用いて証明することを目指した。 $S_1 \equiv$

$$S_2 \equiv \dots \equiv S_{m-1} \equiv 0 \text{ と仮定すると、 } S_m = (-1)^{m-1} \sum_{k_{n-1}=1}^{p-m} \left(k_{n-1} \sum_{k_{n-2}=1}^{k_{n-1}} \left(k_{n-2} \cdots \sum_{k_2=1}^{k_3} \left(k_2 \sum_{k_1=1}^{k_2} k_1 \right) \cdots \right) \right)$$

$$S_m = \alpha_{m+1}^{(m)} (p-m) \cdots p + \alpha_{m+2}^{(m)} (p-m-1) \cdots p + \dots + \alpha_{2m}^{(m)} (p-2m+1) \cdots p$$

$$\alpha_{m+1}^{(m)} = \frac{1}{(m+1)!}, \quad \alpha_{2m}^{(m)} = \frac{1}{2^m \cdot m!}, \quad \alpha_{m+t}^m = \frac{1}{m+t} \left(\alpha_{m+t-2}^{(m-1)} + t \alpha_{m+t-1}^{(m-1)} \right)$$

のように漸化式で表せる。

3. 考察

アプローチ②については、まだ証明を改良できる余地があるので、アプローチ①の考え方やアプローチ③で得られた S_m の式を用いるなど、引き続き考えてみたい。また、フェルマーの小定理を一般化したものであるオイラーの定理についても考察しようと思う。

隣接 4 項間漸化式

6 年 C 組 大野 華子

指導教員 川口 慎二

1. 研究の背景と目的

授業で習った隣接 2 項間漸化式、隣接 3 項間漸化式をもとに隣接 4 項間漸化式を解いた。そこで、隣接 4 項間漸化式も同様に特性方程式を用いることで一般項を導出することができるとうわかった。そのうえで昨年度から引き続き、隣接 4 項間漸化式の解法の一般化を目標に研究を行っている。

2. 研究概要

昨年度の研究では次の入試問題を用いて研究を行った。

問題 1

α, β, γ を 3 次方程式 $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ (p, q, r は定数) の 3 つの解とし、 A, B, C を定数とする。このとき、 $x_n = A\alpha^n + B\beta^n + C\gamma^n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) と定めると、関係式

$$x_{n+3} + px_{n+2} + qx_{n+1} + rx_n = 0 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

が成り立つことを証明せよ。

この問題 1 に対して、隣接 4 項間漸化式の特性方程式が重解でない場合については次のように一般化することができた。

$$a_n = \frac{\beta\gamma a_1 - (\beta + \gamma)a_2 + a_3}{\alpha(\alpha - \beta)(\alpha - \gamma)} \alpha^n + \frac{\gamma\alpha a_1 - (\gamma + \alpha)a_2 + a_3}{\beta(\beta - \gamma)(\beta - \alpha)} \beta^n + \frac{\alpha\beta a_1 - (\alpha + \beta)a_2 + a_3}{\gamma(\gamma - \alpha)(\gamma - \beta)} \gamma^n$$

しかし上の一般化は、特性方程式の解が重解である場合や解が 0 になる場合は成り立たない (ただし、解が 0 になる場合は隣接 3 項間漸化式と同じになってしまうので考えなくて良いと判断した)。そのような成り立たない場合の 1 つである「特性方程式が重解になる場合」の一般項を考察した。はじめに、特性方程式が重解をもたない場合と同様の方法で問題 1 を解いたところ、次のような一般項を得た。

$$a_n = \frac{\beta a_1 - a_2}{\alpha(\beta - \alpha)} \alpha^n + \frac{\alpha a_1 - a_2}{\beta(\alpha - \beta)} \beta^n$$

しかし、この一般項は成り立っていないことがわかった。次に問題2を考える。

問題2

$a_1 = 1, a_2 = 2, a_3 = 5$ とする。 $a_{n+3} - 7a_{n+2} + 16a_{n+1} - 12a_n = 0$ により定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

この問題を、特性方程式 $t^3 - 7t^2 + 16t - 12 = 0$ を解くと、 $(t-2)^2(t-3) = 0$ から、 $t = 3, 2$ (重解)となる。一般項を求めると、

$$a_n = 3^{n-1} + (1-n) \cdot 2^{n-2}$$

を得る。

3. 考察

なぜ重解をもつ隣接4項間漸化式の重解の一般化を考えた場合、このような不具合が生じるかについて考察した。

そこで注目した点は、問題1において、 A, B, C を定数としていることである。 A, B, C を定数にしてしまうと、重解の場合の漸化式を解いたときに現れる特徴的な項が現れない。だから、 A, B, C を定数ではなく $(A - kn)$ のように補正すれば、特性方程式が重解である場合の漸化式の一般項ができるのではないかと推測した。

また、隣接4項間漸化式が3次の特性方程式に帰着させて解くことができることがわかったので、隣接 n 項間漸化式も $n-1$ 次の特性方程式を用いれば解けるのではないかと考えられる。加えて、隣接4項間漸化式と同じように隣接 n 項間漸化式も一般化できるのではないかと推測する。

4. 参考文献

- [1] 「高校数学の美しい物語」 <https://mathtrain.jp/>
- [2] 「数学B教科書」、東京書籍
- [3] 「教科書Finder」 <http://text.yarukifinder.com/#>
- [4] 「中高数学研究」 <http://xn--fiq353ajyhontfxcbv4e.com/>

Σ 公式の一般化

6年D組 東井 俊樹

指導教員 川口 慎二

1. 研究の背景と目的

これまで知られているΣに関する公式を、さらに深く探究し新たな公式の導出を行った。また、本研究では順列や組合せに関するものと、三角関数に関するものを重点的に扱った。

2. 研究概要

順列や組合せに関して、以下の3つの公式に証明を与えた。

$$(1) \sum_{k=0}^n {}_n C_k = 2^n \quad (2) \sum_{k=0}^n {}_n H_k = {}_{n+1} H_n \quad (3) \sum_{k=0}^n {}_n P_k = [n!e] \quad (\text{ただし、} n \geq 1)$$

(1)については、二項定理を用いれば容易に証明できる。

(2)については、 ${}_n C_k + {}_n C_{k+1} = {}_{n+1} C_{k+1}$ を利用すれば容易に証明できる。

(3)について、指数関数 $f(x) = e^x$ のマクローリン展開 $e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}$ を用いることにより、

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^n {}_n P_k &= n! \left\{ e - \frac{1}{(n+1)!} - \frac{1}{(n+2)!} - \frac{1}{(n+3)!} - \dots \right\} \\ &= n! e - \left\{ \frac{1}{n+1} + \frac{1}{(n+2)(n+1)} + \frac{1}{(n+3)(n+2)(n+1)} + \dots \right\} \end{aligned}$$

となり、 $\alpha = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{(n+2)(n+1)} + \frac{1}{(n+3)(n+2)(n+1)} + \dots$ とおくと、

$$\alpha < \frac{1}{n+1} + \frac{1}{(n+1)^2} + \frac{1}{(n+1)^3} + \dots = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)^k} = \frac{1}{n}$$

ゆえ、 $\sum_{k=0}^n {}_n P_k = n!e - \alpha$ 、 $0 \leq \alpha < 1$ と評価することにより、公式を証明することができた。

また、三角関数 ($\sin^p k$, $\cos^p k$) の総和に関しては、次の公式を得た。

$$\textcircled{1} \sum_{k=0}^n \sin k = \frac{\sin \frac{n+1}{2} \sin \frac{n}{2}}{\sin \frac{1}{2}} \quad \textcircled{2} \sum_{k=0}^n \cos k = \frac{\sin \frac{n+1}{2} \cos \frac{n}{2}}{\sin \frac{1}{2}}$$

$$\textcircled{3} \sum_{k=0}^n \sin^2 k = \frac{1}{2} \left\{ n - \frac{\sin n \cos(n+1)}{\sin 1} \right\} \quad \textcircled{4} \sum_{k=0}^n \cos^2 k = \frac{1}{2} \left\{ n + \frac{\sin(n+1) \cos n}{\sin 1} \right\}$$

本研究では、さらにこの公式を一般化することができた。まず、 $\cos^p k$ の総和について

は、チェビシエフの多項式： $x = \cos \theta$ として、 $T_m(x) = \cos m\theta$ とすると、

$$T_m(x) = \sum_{p=0}^{\lfloor \frac{m}{2} \rfloor} \frac{(-1)^p}{2(m-p)} \cdot {}_{m-p}C_p (2x)^{m-2p}$$

を用いると、 $a_p = \frac{(-1)^p}{2(m-p)} \cdot {}_{m-p}C_p (2x)^{m-2p}$ としたとき、

$$\cos 2\theta = a_0 \cos^2 \theta + a_1, \quad \cos 3\theta = a_0 \cos^3 \theta + a_1 \cos \theta,$$

$$\cos 4\theta = a_0 \cos^4 \theta + a_1 \cos^2 \theta + a_2, \quad \cos 5\theta = a_0 \cos^5 \theta + a_1 \cos^3 \theta + a_2 \cos \theta, \dots$$

を順次得る。これらを組み合わせていけば、 $\sum_{k=0}^n \cos^p k$ を定式化することができる。

これに対して、 $\sin^p k$ の総和については、以下の定理を証明した。

定理 (1) $\sin 2m\theta = \cos \theta \sum_{p=0}^{m-1} (-1)^{m-p-1} \cdot {}_{2m-p-1}C_p (2 \sin \theta)^{2m-2p-1}$

(2) $\sin(2m+1)\theta = \sum_{p=0}^m \frac{(-1)^{m-p}(2m+1)}{2(2m-p+1)} \cdot {}_{2m-p+1}C_p (2 \sin \theta)^{2m-2p+1}$

この定理により、 $b_p = \frac{(-1)^{m-p}(2m+1)}{2(2m-p+1)} \cdot {}_{2m-p+1}C_p (2 \sin \theta)^{2m-2p+1}$ としたとき、

$$\sin 3\theta = b_1 \sin^3 \theta + b_2 \sin \theta, \quad \sin 5\theta = b_1 \sin^5 \theta + b_2 \sin^3 \theta + b_3 \sin \theta,$$

$$\sin 7\theta = b_1 \sin^7 \theta + b_2 \sin^5 \theta + b_3 \sin^3 \theta + b_4 \sin \theta, \dots$$

を順次得ることができ、 $\cos^p k$ のときと同様に総和の公式を証明することができた。

3. 考察

今回の研究を通して、位相が等差数列になっているような場合、正弦の和は正弦の積で、余弦の和は余弦と正弦の積で表すことができること、および正弦、余弦のべき乗和はいずれも、偶奇での場合分けを生じ、いずれも漸化式のように導出されることがわかった。

4. 参考文献

- [1] 「高校数学の美しい物語」 https://mathtrain.jp/sum_cos
- [2] 「はてなブログ」 <https://wasan.hatenablog.com/entry/2017/05/05/114622>
- [3] 「総和の公式集」 <http://spheresofa.net/sugaku/sigma.pdf>

折り紙と曲線

6年D組 松井 翔吾
指導教員 川口 慎二

1. 研究の背景と目的

折り紙は日本の伝統的な文化である。一枚の紙から折られる平面、立体の美しさになぜ感動させられるのか、それは折り紙に隠されている数学的な美しさが表れているからだと思ひ、折り紙のもつ数学的性質を明らかにして、折り紙を研究することにした。また、折り紙のある点に紙の端が重なるように折っていくと折り目の包絡線として二次曲線が現れる。なぜ二次曲線が現れるのか、それはどのような曲線なのかということに焦点を当て、調べてみることにした。

2. 研究概要

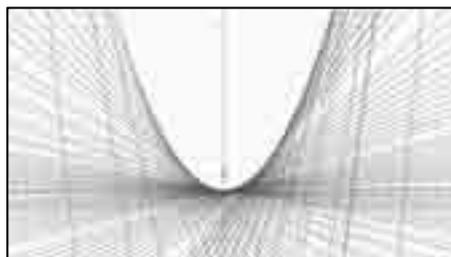
定点に重なるように紙の端を折ると二次曲線が表れる。そこで、これらの曲線を式で表しその包絡線が二次曲線になることを確認した。その後、さらに同じ作業を繰り返すことでどのような曲線を描くことができるのかを調べた。はじめに、以下の問題を設定する。

【問題】紙を折るという作業を通じてどのような曲線が描けるか。ただし初めに円と直線を紙にかくことができるとする。

この問題を考えるにあたり、「紙を折る」とは平面上の定点 A と直線または曲線上の点 P の垂直二等分線を引くこと、また、「直線が描ける」とは、紙を折ることで引かれた垂直二等分線が描かれる直線の包絡線になることであると定義する。

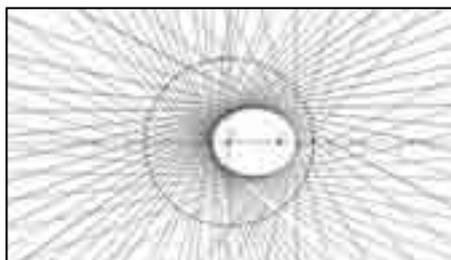
①紙の端が定点に重なるように折る

直線と定点の垂直二等分線になる。定点を $A(0, a)$ とおき、直線 $y = -x$ 上の点 $P(t, -a)$ の垂直二等分線が描く図形は、放物線 $x^2 = 4ay$ となる。



②円形の紙の端が円の内部の定点に重なるように折る

円上の点とその内部にある定点との垂直二等分線となる。定点 $A(a, 0)$ (ただし、 $a < r$) と円 $x^2 + y^2 = r^2$ 上の点 $P(s^2, t^2)$ について、線分 AP の垂直二等分線が描く図形は、楕円

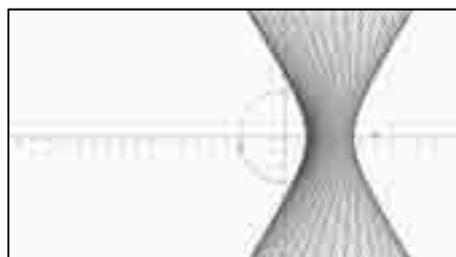


$$\frac{(x-\frac{a}{2})^2}{r^2} + \frac{y^2}{r^2-a^2} = \frac{1}{4} \text{ となる。}$$

③円形の外部の点が円状の点と重なるように折る

円上の点とその外部にある定点との垂直二等分線になる。A(a, 0) (ただし、 $a < r$) と円 $x^2 + y^2 = r^2$ 上の点 P(s, t) について、線分 AP の垂直二等分線

が描く図形は、双曲線 $\frac{(x-\frac{a}{2})^2}{r^2} - \frac{y^2}{a^2-r^2} = \frac{1}{4}$ となる。



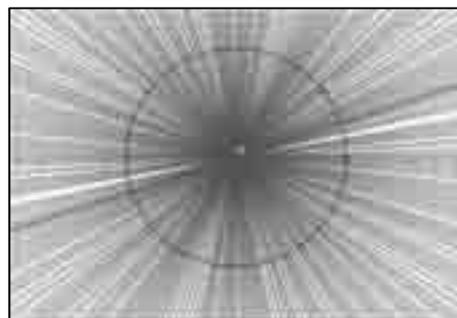
紙の形が円形であることで②は③と異なるように思われるが、この作業は円上にない定点を円上に重なるように折るという作業なので同値である。

ここで、②と③の式を比べてみると全く同じ方程式で表現されていることがわかる。定点が円の内部にあるか外部にあるか、つまり a と r の大小関係によって曲線の形が決定している。また、どちらも二次曲線であることから、 a と r によって離心率がコントロールさ

れているのではないかと考えた。さらに、②, ③のいずれの場合も離心率が $e = \frac{a}{r}$ ($r \neq a$)

となることがわかった。つまり、半径に対する定点の中心からの距離が離心率を表すとわかった。このことによって円の半径に対して P と円の中心の位置関係を調整することで任意の離心率で楕円、双曲線を描くことができるようになった。

ただし、 $r = a$ のとき②, ③の軌跡を描くことができない。実際にやってみると円上の点から円上の点へ引いた線分の垂直二等分線は必ずその円の中心を通るので P を動かすと、円の中心を中心にして回転してしまう。



3. 考察

紙を折るという作業だけで任意の二次曲線が描けることが確認できた。この二次曲線を組み合わせることでさらに次数の高い曲線も描けることが geogebra を使った実験によってわかった。今後はこれらの曲線について詳しく調べていく必要があると思われる。また、これらの曲線を体系化して自由に曲線が描けるようにしていきたい。また、描ける曲線と、描けない曲線についても考察したい。

4. 参考文献

[1] 「数学Ⅲ」、東京書籍

数学の未解決問題 エルデス・シュトラウスの予想

4年A組 左藤 開己

指導教員 川口 慎二

1. 要約

私は数学の未解決問題のひとつであるエルデス・シュトラウスの予想についての研究をしている。今回の研究では予想の解決へのアプローチを目標としている。

予想：2以上のすべての自然数 n に対して

$$\frac{4}{n} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \text{ を満たす自然数 } x, y, z \text{ が必ず存在する。}$$

2. 研究の背景と目的

私は数学の未解決問題に興味をもち、その中でも比較的の研究を進めやすい印象をもったエルデス・シュトラウスの予想をテーマにした。

3. 研究内容

3-1 仮説

エルデス・シュトラウスの予想について、 $2 \leq n \leq 10^6$ に対しては予想が成立することが既に確認されている。 10^6 を超えて突然に反例が見つかることは起こりにくい考えた。よってこの予想は真であると仮説を立て、検証することにした。

3-2 代数的アプローチ

すべての自然数において予想が成立することを示す際にいくつかの代数的アプローチが挙げられる。具体的には**数学的帰納法**、**背理法**や**場合分け**などが挙げられる。今回の研究では数学的帰納法や背理法で証明を試みたものの、証明することができなかつたため、場合分けにより考察することにした。

3-2-1 計算方法

どのようなパターンに場合分けするかを考えるためには n にいくつかの値を代入して調べる必要があると考えた。

[計算方法]

- ①手間を省くため x, y, z の対称性を崩し、 $x \leq y \leq z$ として議論しても一般性を失わない。
- ② x の範囲を絞って場合分け
- ③ y の範囲を絞って場合分け

例1 $n=4$ のとき

$$\frac{4}{4} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \leq \frac{3}{x} \text{ から } x \leq 3$$

よって、 $x=1, 2, 3$.

・ $x=3$ のとき

$$1 = \frac{1}{3} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \text{ から } \frac{2}{3} = \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \leq \frac{2}{y}$$

より、 $2y \leq 6, y \leq 3$ ゆえ、 $y=1, 2, 3$.

$x \leq y$ なので、 $y=3$.

ゆえに、

$$1 = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{z} \text{ から、 } \frac{1}{z} = \frac{1}{3}, z=3.$$

したがって、 $(x, y, z) = (3, 3, 3)$.

・ $x=2$ のとき

$$1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \quad \text{から} \quad \frac{1}{2} = \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \leq \frac{2}{y}$$

より、 $y \leq 4$ ゆえ、 $y=1, 2, 3, 4$.

$x \leq y$ なので、 $y=3, 4$.

$y=3$ のとき、

$$1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{z} \quad \text{から、} \quad \frac{1}{z} = \frac{1}{6}, z=6.$$

したがって、 $(x, y, z) = (2, 3, 6)$.

$y=4$ のとき、

$$1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{z} \quad \text{から、} \quad \frac{1}{z} = \frac{1}{4}, z=4.$$

したがって、 $(x, y, z) = (2, 4, 4)$.

以上から、 $n=4$ のときは、

$$(x, y, z) = (3, 3, 3), (2, 3, 6), (2, 4, 4).$$

このように計算することができる。実際はコンピューターによるプログラミングを利用すると効率よく計算できるが、規則性を発見したり、数式の仕組みをより深く理解したりするため、手作業（電卓使用）で計算した。

3-2-2 計算結果・場合分け

まずは n に 2~10 を代入してみた。その

計算結果、つまり、方程式 $\frac{4}{n} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$ を

満たす自然数の組 (x, y, z) を表 1 に示す。

表 1

$n=2$ のとき (1, 2, 2)

$n=3$ のとき

(2, 2, 3), (1, 6, 6), (1, 4, 12)

$n=4$ のとき

(3, 3, 3), (2, 4, 4), (2, 3, 6)

$n=5$ のとき (2, 5, 10), (2, 4, 20)

$n=6$ のとき (4, 4, 6), (3, 6, 6),

(3, 4, 12), (2, 12, 12), (2, 10, 15),

(2, 9, 18), (2, 8, 24)

$n=7$ のとき (4, 4, 14), (3, 6, 14),

(2, 28, 28), (2, 21, 42), (2, 18, 53),

(2, 16, 112), (2, 15, 210)

$n=8$ のとき

(6, 6, 6), (5, 5, 10), (4, 8, 8),

(4, 6, 12), (4, 5, 20), (3, 12, 12),

(3, 10, 15), (3, 9, 18), (3, 8, 24)

$n=9$ のとき

(6, 6, 9), (4, 9, 12), (4, 6, 36),

(3, 18, 18), (3, 12, 36), (3, 10, 90)

$n=10$ のとき (5, 10, 10), (5, 6, 30),

(4, 12, 15), (4, 10, 20), (4, 8, 40),

(3, 30, 30), (3, 24, 40), (3, 20, 60),

(3, 18, 90), (3, 16, 240)

表 1 より n, x, y, z の間にいくつかの比の関係があることがわかった。これらの比を、正の整数 k を用いて一般的に表した。

・ $n=2k$ のとき

$$\frac{4}{2k} = \frac{1}{k} + \frac{1}{2k} + \frac{1}{2k} \quad \text{より、解}(k, 2k, 2k)$$

が存在する。

・ $n=3k$ のとき

$$\frac{4}{3k} = \frac{1}{2k} + \frac{1}{2k} + \frac{1}{3k} \quad \text{より、}$$

解 $(2k, 2k, 3k)$ が存在する。

・ $n=5k$ のとき

$$\frac{4}{5k} = \frac{1}{2k} + \frac{1}{5k} + \frac{1}{10k} \quad \text{より、}$$

解 $(2k, 5k, 10k)$ が存在する。

・ $n=7k$ のとき

$$\frac{4}{7k} = \frac{1}{4k} + \frac{1}{4k} + \frac{1}{14k} \text{ より、}$$

解 $(4k, 4k, 14k)$ が存在する。

これらの式以外でも同様に解の存在を確認できる式が見つかった。例えば、 $n = 5k$ のとき、上述の解 $(2k, 5k, 10k)$ 以外に、

$$\frac{4}{5k} = \frac{1}{2k} + \frac{1}{4k} + \frac{1}{20k} \text{ ゆえ、}(2k, 4k, 20k)$$

という解が存在する。

$n = 2k, 3k, 5k, 7k$ のときに解の存在を確認でき、これには素数が関係しているのではないかと考えた。

$n = p$ (p は素数) のとき、

$$\frac{4}{p} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$$

の解 (x, y, z) が存在すれば、

$$\begin{aligned} \frac{4}{pk} &= \frac{4}{p} \times \frac{1}{k} = \frac{1}{k} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) \\ &= \frac{1}{kx} + \frac{1}{ky} + \frac{1}{kz} \end{aligned}$$

より、 $n = pk$ のときも解 (kx, ky, kz) が存在する。

このように $n = p$ (p は素数) のときのみを調べれば、 $n = pk$ (合成数) のときも確かめたこととなり、結果的にすべての自然数のときを確かめたことになる。

そこで次に、 n に 11 以上の素数をいくつか代入してみた。その計算結果、つまり、

方程式 $\frac{4}{n} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$ を満たす自然数の組

(x, y, z) を表 2 に示す。

表 2

$n = 11$ のとき $(6, 6, 33), (4, 9, 396),$
 $(4, 12, 33), (4, 11, 44), (3, 66, 66),$

$(3, 44, 132), (3, 42, 154),$

$(3, 36, 396), (3, 34, 1122)$

$n = 13$ のとき $(5, 10, 130), (4, 26, 52),$

$(4, 20, 130), (4, 18, 468)$

$n = 17$ のとき $(6, 17, 102), (6, 15, 510),$

$(5, 34, 170), (5, 30, 510)$

$n = 19$ のとき $(6, 38, 57), (6, 30, 95),$

$(6, 24, 456), (6, 23, 2622),$

$(5, 190, 190), (5, 120, 456),$

$(5, 114, 570), (5, 100, 1900),$

$(5, 96, 9120)$

$n = 23$ のとき

$(12, 12, 138), (10, 15, 138),$

$(9, 18, 138), (9, 16, 3312),$

$(8, 24, 138), (8, 23, 184)$

$(7, 42, 138), (6, 276, 276),$

$(6, 230, 345), (6, 207, 414),$

$(6, 184, 552), (6, 174, 667),$

$(6, 161, 966), (6, 156, 1196),$

$(6, 150, 1725), (6, 147, 2254),$

$(6, 144, 3312), (6, 142, 4899),$

$(6, 141, 6486), (6, 140, 9660),$

$(6, 139, 19182)$

表 2 から、素数は前のように ak という表し方をすることができず、 $ak + b$ という形で表すことにした。

今回は $6k + 1, 6k + 5$ で場合分けした。 $6k + m$ ($m = 0, 1, 2, 3, 4, 5$) で場合分けした理由を説明する。

すべての自然数は

$6k, 6k + 1, 6k + 2, 6k + 3, 6k + 4, 6k + 5$ の 6 パターンで場合分けすることができ、その中で、2, 3, 4 は 6 に互いに素でないため、 $6k, 6k + 2, 6k + 3, 6k + 4$ は素数ではない。よって、 $6k + 1, 6k + 5$ の 2 パターンだ

けを調べればよい。

また、 $n = 4k + m$ のときも 2 パターンに分けることができるが、 $n = 6k + m$ のほうがより多くの数を調べることができ効率が良いと考えた。

・ $n = 6k + 5$ のとき

$$\frac{4}{6k+5} = \frac{1}{2(k+1)} + \frac{1}{6k+5} + \frac{1}{2(k+1)(6k+5)}$$

よって、解

$$(2(k+1), 6k+5, 2(k+1)(6k+5))$$

が存在する。

・ $n = 6k + 1$ のときは等式をうまく見つけることができなかった。

そこで、 $n = 6k + 1$ の場合についてさらに調べた。 $n = 6k + 1$ であるとき、 k の偶奇により場合分けした。ただし、 $k = 2m$ のとき、 $n = 12m + 1$ となるが、文字の種類を増やさないうえ、 $n = 12k + 1$ と表記して考察を進めることとする。

・ $n = 12k + 7$ のとき

$$\frac{4}{12k+7} = \frac{1}{3k+2} + \frac{1}{2(3k+2)(12k+7)} + \frac{1}{2(3k+2)(12k+7)}$$

よって、解 $((3k+2), 2(3k+2)(12k+7), 2(3k+2)(12k+7))$ が存在する。

・ $n = 12k + 1$ のときは等式をうまく見つけることができなかった。

同様の作業を行って、

・ $n = 24k + 13$ のとき

$$\frac{4}{24k+13} = \frac{1}{9k+5} + \frac{1}{2(9k+5)} + \frac{1}{2(9k+5)(24k+13)}$$

よって、解 $((3k+2), 2(3k+2)(12k+7), 2(3k+2)(12k+7))$ が存在する。

・ $n = 24k + 1$ のときは等式をうまく見つけることができなかった。

その後も上の考え方と同様にして、 $n = 24k + 1$ を $n = 48k + 1$ と $n = 48k + 25$ に場合分けしたが両方のパターンで等式を発見することができなかった。

3-2-3 結果

これまでの議論について樹形図を用いて整理すると、図 1 のようになる。

$n = 48k + 1, 48k + 25$ の両方の場合においては命題を証明できなかった。したがって、 $n = 24k + 1$ でかつ素数のとき以外について予想は成立している。

3-3 解析的アプローチ

方程式を空間座標や平面座標において図形として捉えて考えた。

n の値を変えて、方程式 $\frac{4}{n} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$ の表す曲面を xyz 空間内に図示し、 $1 \leq x \leq 10, 1 \leq y \leq 10$ の範囲でグラフを作成した。このグラフの格子点 (x, y, z の各座標がすべて自然数の点) を考える必要があるが、空間座標で考えるとたいへん複雑なので平面座標で考えることにした。

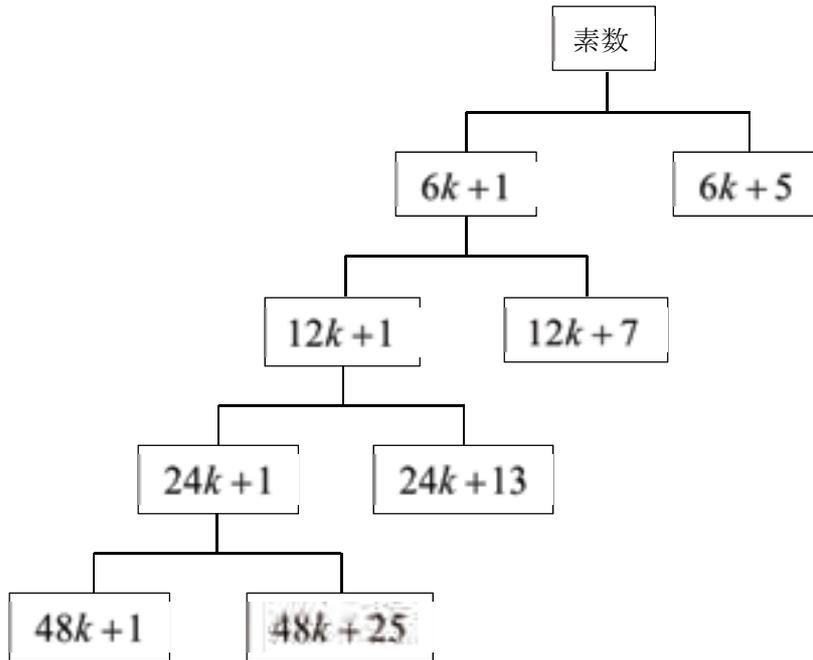


図1

3-3-1 空間座標における解析

・ $n=2$ のとき

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 2 \quad \text{が表す曲面のうち、}$$

$1 \leq x \leq 10, 1 \leq y \leq 10$ の範囲の整数に対する値の変化を図2に示す。

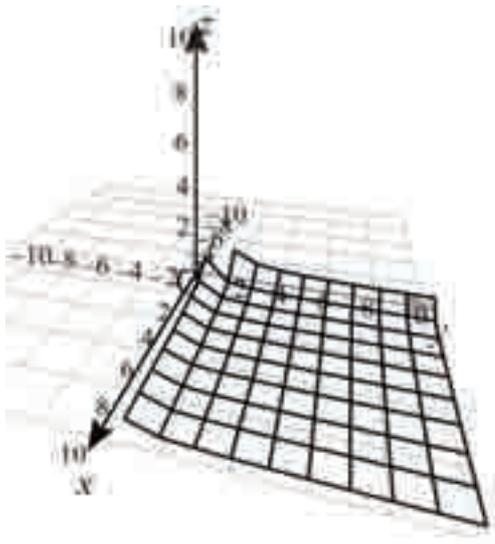


図2

・ $n=3$ のとき

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{4}{3} \quad \text{が表す曲面のうち、}$$

$1 \leq x \leq 10, 1 \leq y \leq 10$ の範囲の整数に対する値の変化を図3に示す。

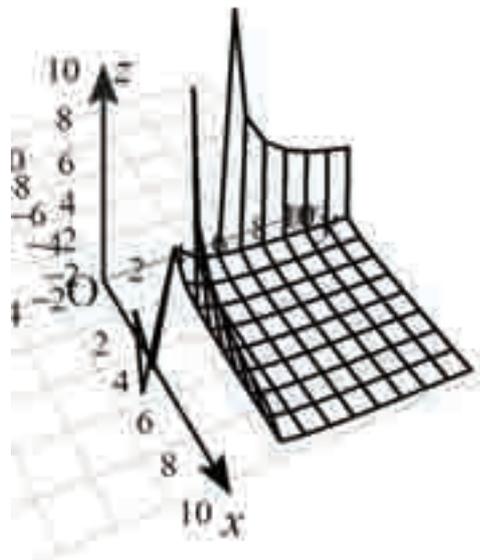


図3

・ $n = 4$ のとき

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1 \quad \text{が表す曲面のうち、}$$

$1 \leq x \leq 10, 1 \leq y \leq 10$ の範囲の整数に対する値の変化を図4に示す。

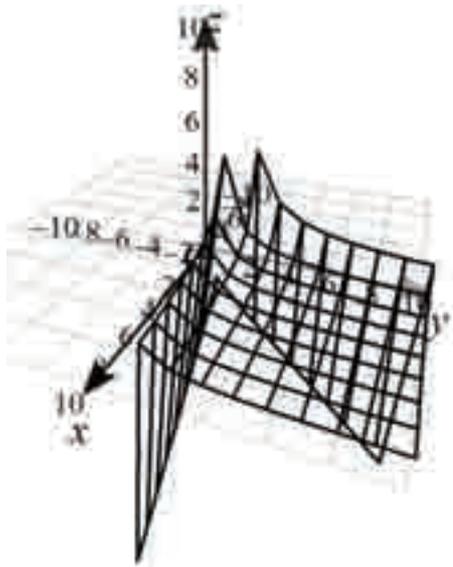


図4

3-3-2 平面座標における解析

ここでは、平面座標において考察するために、 $\frac{4}{n} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ の場合について解析した。

例として、 $n = 8$ のときを考える。方程式 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2}$ が表す曲線は図5のようになる。 $x \neq 2, y \neq 2$ のとき、この曲線は分数関数 $y = \frac{2x}{x-2}$ のグラフである。

平面座標の場合、整数（自然数）解の有無を確認するには、格子点について調べる必要がある。しかし、対称性を利用することにより、すべての格子点について考える必要はなく、ある程度範囲を絞ることが可能であると考へた。

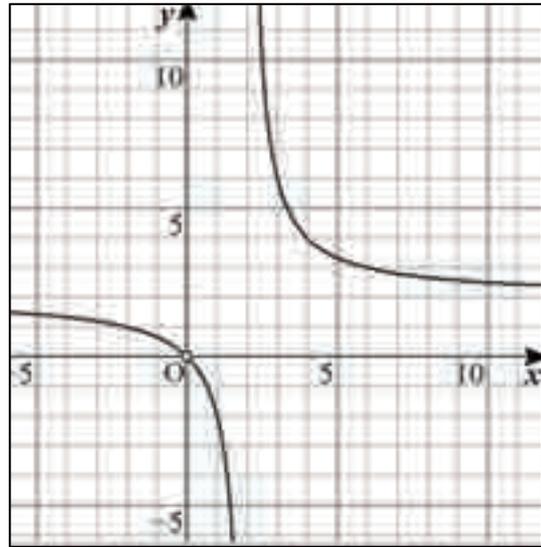


図5

まず、この曲線が直線 $y = x$ に関して対象であるから、 $x \geq y$ とすると図6の斜線部の領域のみを考えればよいことになる。

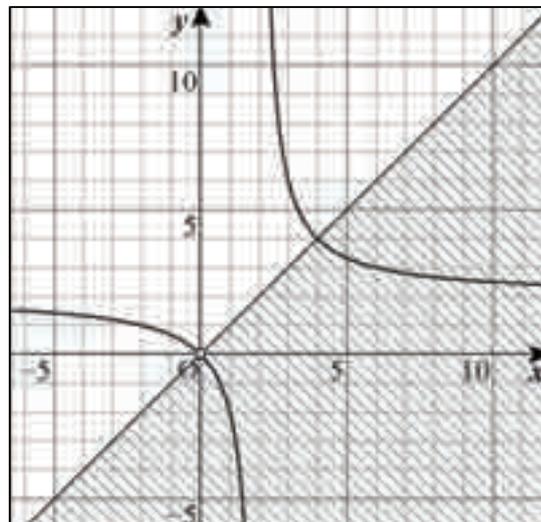


図6

また、分数関数 $y = \frac{2x}{x-2}$ の漸近線は、

$$y = \frac{2x}{x-2} = 2 + \frac{4}{x-2}$$

から、2直線 $x = 2$ と $y = 2$ である。よつ

て、図7の $x \geq 3$, $y \geq 3$ の領域のみを調べればよい。

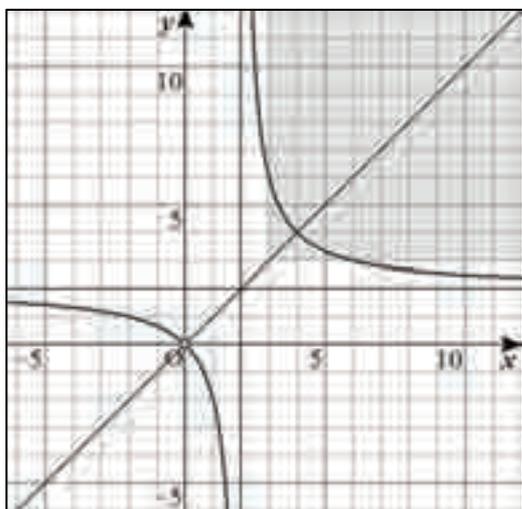


図7

以上を整理すると、図8のように網掛けの部分とグラフが重なる部分だけ調べて格子点を探せば、解 $(x, y) = (4, 4), (6, 3)$ を得ることができる。

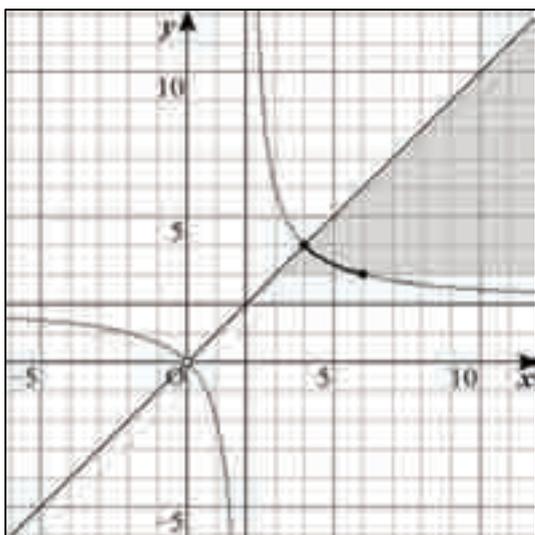


図8

そこで、 $n=k$ の場合に一般化して、調べ

る対象とする領域について考える。

求める領域の左端と下端は、直線 $x = y$

と曲線 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{4}{k}$ の交点なので、 $x = \frac{k}{2}$

となる。 x は自然数であるので、 $\lceil a \rceil$ を a 以上

の最小な整数として、 $\left\lceil \frac{k}{2} \right\rceil \leq x$ と表記できる。

きる。

次に、求める領域の右端について考える。

曲線 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{4}{k}$ は $x \neq \frac{k}{4}$ のとき、式変形

をして、 $y = \frac{kx}{4x-k}$ とできる。このとき、

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{kx}{4x-k} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{k}{4 - \frac{k}{x}} = \frac{k}{4}$$

から、漸近線は $y = \frac{k}{4}$ となる。自然数解を

考えるので、これより大きく最も近い格子

線は、 $\lfloor b \rfloor$ を b 以下の最大な整数として、

$y = \left\lfloor \frac{k}{4} + 1 \right\rfloor$ と表わすことができる。

そこで、 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{4}{k}$ と $y = \left\lfloor \frac{k}{4} + 1 \right\rfloor$ の交点を考えると、

$$x = \frac{\left\lfloor \frac{k}{4} + 1 \right\rfloor k}{4 \left\lfloor \frac{k}{4} + 1 \right\rfloor - k}$$

となることから、領域の右端は

$$x = \left\lfloor \frac{\left\lfloor \frac{k}{4} + 1 \right\rfloor k}{4 \left\lfloor \frac{k}{4} + 1 \right\rfloor - k} \right\rfloor$$

となる。

したがって、

$$\left\lceil \frac{k}{2} \right\rceil \leq x \leq \left\lfloor \frac{\left\lfloor \frac{k}{4} + 1 \right\rfloor k}{4 \left\lfloor \frac{k}{4} + 1 \right\rfloor - k} \right\rfloor$$

の領域に含まれる $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{4}{k}$ 上の格子点を調べればよいことになる。

3-3-3 結果

空間座標では複雑なので、平面座標で考えたところ、不等式

$$\left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil \leq x \leq \left\lfloor \frac{\left\lfloor \frac{n}{4} + 1 \right\rfloor n}{4 \left\lfloor \frac{n}{4} + 1 \right\rfloor - n} \right\rfloor$$

が表す領域に格子点が存在すれば、その格子点が方程式 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{4}{n}$ の自然数解を与えるので、解が存在することがわかった。

しかし、この方法でもすべての自然数 n について等式の自然数解（つまり、領域内の格子点）が存在することを証明することはできなかった。

4. 今後の課題

今回は代数的アプローチと解析的アプローチで研究を進めた。代数的アプローチでは $\frac{4}{n}$ ではなく $\frac{5}{n}$ のとき（シェルピンスキー

の予想) について考えると、 $\frac{4}{n}$ の場合のピ

ントが得られるかもしれないのでその方向でも研究を進めていきたい。解析的アプローチではピックの定理（格子点の個数から面積を求める公式）などの幾何特有の理論を使って研究を進めていきたい。

5. 参考文献

[1] 「高校数学の美しい物語」

<http://mathtrain.jp>

6. 謝辞

今回の研究にあたり、ご指導下さいました顧問の川口先生ありがとうございました。

地平線までの距離

1年C組 井上 友裕
指導教員 川口 慎二

1. 要約

地平線は自分からどれくらい離れているのかについて、2つの測り方で調べてみることにした。また、地面から目線までの高さや半径などの条件を変えたときの地平線までの距離の変化の特徴を調べた。そして、半径が大きくなったり、地面から目線までの高さが高くなったりすると地平線までの距離は長くなることがわかった。

キーワード 地平線、自分の視線の高さ、半径、関数

2. 研究の背景と目的

海で見る水平線や平原で見る地平線は、自分からどれくらい離れているのかという疑問をもった。そこで、具体的な数値を使って、調べてみることにした。

① (線分 AB の長さ)
= (目から地平線までの距離)

② (弧 BD の長さ)
= (立っている場所から
地平線までの距離)

を求める。

3. 研究内容

3-1. 地平線までの距離の求め方

線分 $AB=c$, 線分 $AC=b$ とする。

- ・点 C を地球の中心
- ・AD (= d) を自分の視線の高さ
- ・BC=CD (= a) を地球の半径

とする。

(1) 線分 AB の長さ

AB は地球 (円) の接線であるので $\angle ABC = 90^\circ$ である。よって、AB の長さは三平方の定理

$$a^2 + c^2 = b^2, b = a + d$$

を使って求められる。

【地平線までの距離の求め方①】

$$c = \sqrt{2ad + d^2}$$

逆三角関数を使うと、別の方法で求めることができる。図2のように、 $\angle ACB = X$ とすると、

$$X = \cos^{-1}\left(\frac{a}{a+d}\right), c = a \tan X$$

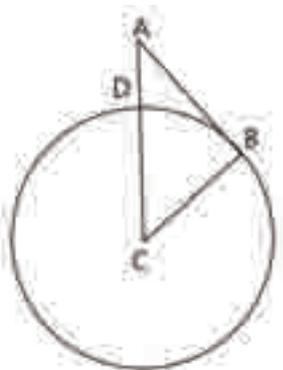


図1

このとき、

なので、次の方法②を得る。

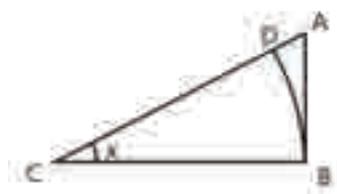


図 2

【地平線までの距離の求め方②】

$$c = a \tan \left(\cos^{-1} \left(\frac{a}{a+d} \right) \right)$$

地球で身長 1.5 m のときは、

$$\sqrt{2 \times 6731 \times 0.0015 + 0.0015^2} \doteq 4.37$$

より、約 4.37 km である。

(2) 弧BDの長さ

弧BDの長さを求めるには $\angle BCD$ の大きさを求める必要がある。角度を求めるには逆三角関数を使えばよい。

$$\text{図 2 より、} \cos X = \frac{a}{a+d}$$

【地平線までの距離の求め方③】

$$(\text{弧BD}) = \frac{\cos^{-1} \left(\frac{a}{a+d} \right)}{180} \pi a$$

地球上で身長 1.5 m のときは、

$$\frac{\cos^{-1} \left(\frac{a}{a+d} \right)}{180} \pi a \doteq 4.33$$

より約 4.33 km である。

3. 2 ささまざまな高さや半径の場合の地平線までの距離

地平線までの距離とは、線分ABの長さを指すこととする。

表 1 高さ h (m) と

地平線までの距離 d (km)

場所	h (m)	d (km)
マンション	10	11.28
生駒山	642	90.44
富士山	3776	219.38
エベレスト	8848	335.88
国際線の飛行機	10000	357.09

高さが大きくなると、地平線までの距離は長くなることがわかる。

表 2 半径 r (km) と

地平線までの距離 d (km)

星の名前	r (km)	d (km)
太陽	695508	45.67
木星	69911	14.48
土星	58232	13.21
天王星	25362	8.72
海王星	24622	8.59
地球	6371	4.37
金星	6052	4.26
火星	3390	3.18
水星	2440	2.70
月	1737	2.28

半径が大きくなると、地平線までの距離は長くなることがわかる。

3. 3 地平線の性質

地平線までの距離や中心角、半径には関係があると考えた。

命題1 地平線までの距離 AB は必ず視線の高さ AD より長い。

(証明)

図3において、二等辺三角形の底角は等しいので、 $\angle BDC = \angle CBD$ である。

$\angle ABC = 90^\circ$, $\angle ADB + \angle BDC = 180^\circ$ なので、 $\angle ADB > \angle ABD$ である。

対辺と対角の大小関係より、 $AB > AD$ である。

(Q. E. D.)

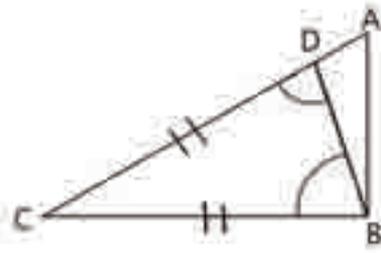


図3

【地平線の性質】

地平線までの距離は標高より長い。

命題2 視線の高さが高くなれば中心角は大きくなる。

(証明)

図4において、 $AD < AC$ である。 AD が大きくなると、 AC はそれより大きくなるので、対辺と対角の大小関係より、 $\angle ABC$ は大きくなる。

(Q. E. D.)

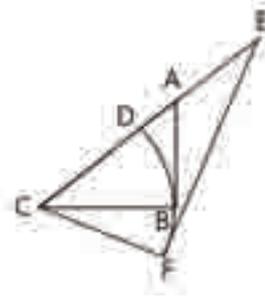


図4

3. 4 半径と地平線までの距離の関係

目線の高さは 1.5 m としてグラフを描いた。横軸が半径、縦軸が地平線までの距離を表す。

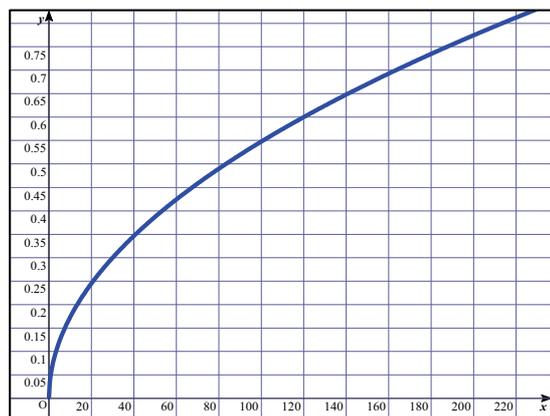


図5

図5のグラフを見ると、半径が大きくなるにつれて、グラフの傾きは小さくなっていく。そこで、グラフの傾きの変化を具体的に調べるために、微分して導関数を求めてみた。

$$f(x) = \sqrt{\frac{9}{4000000} + \frac{3x}{1000}}$$

$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$= \frac{\sqrt{\frac{9}{4000000} + \frac{3x+3h}{1000}} - \sqrt{\frac{9}{4000000} + \frac{3x}{1000}}}{h}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\frac{3x+3h}{1000} - \frac{3x}{1000}}{h \left(\sqrt{\frac{9}{4000000} + \frac{3x+3h}{1000}} + \sqrt{\frac{9}{4000000} + \frac{3x}{1000}} \right)} \\
&= \frac{\frac{3h}{1000}}{h \left(\sqrt{\frac{9}{4000000} + \frac{3x+3h}{1000}} + \sqrt{\frac{9}{4000000} + \frac{3x}{1000}} \right)} \\
&= \frac{3}{1000 \left(\sqrt{\frac{9}{4000000} + \frac{3x+3h}{1000}} + \sqrt{\frac{9}{4000000} + \frac{3x}{1000}} \right)}
\end{aligned}$$

なので、

$$\begin{aligned}
&\lim_{h \rightarrow 0} \left\{ \frac{3}{1000 \left(\sqrt{\frac{9}{4000000} + \frac{3x+3h}{1000}} + \sqrt{\frac{9}{4000000} + \frac{3x}{1000}} \right)} \right\} \\
&= \frac{3}{2000 \sqrt{\frac{9+12000x}{4000000}}}
\end{aligned}$$

この導関数の x に実数を代入して、微分係数を求めた結果を図6のグラフに示す。

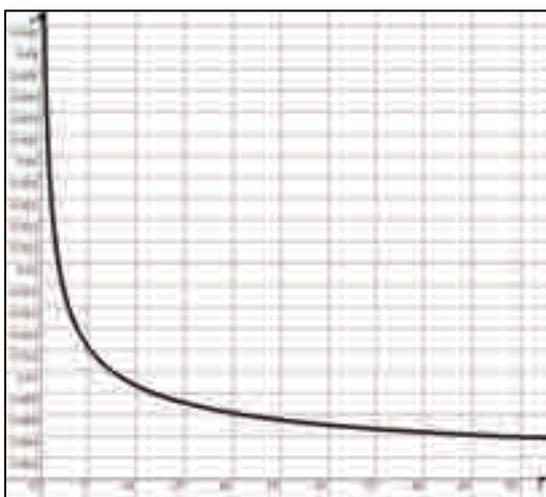


図6

図6のグラフから、 x が1から5まで変化するの間で微分係数の変化が激しく、 x の値が大きくなるにつれ、微分係数の値の減り方は小さくなる。

4. 今後の課題

今回は幾何の定理について別証明を行ったが、他の分野の定理についても別証明を考えていきたい。また、別証明から新しい定理を導出することも考えたい。

5. 参考文献

- [1] 「高校数学の美しい物語」
<https://mathtrain.jp>
- [2] 「サルでも分かる！ 微分法とは何か」
https://www.sekkachi.com/entry/what_is_bibun
- [3] 「微分積分の概念を小学生でもわかりやすく捉えるには」
<https://math-jp.net/2018/05/04/bibun-sekibun-wakariyasuku/>
- [4] 「アタリマエ！ 対数とは何なのかとその公式・メリットについて。対数をとるとはどういう意味か？」
<https://atarimae.biz/archives/12581>

6. 謝辞

今回の研究にあたり、ご指導くださいました顧問の川口先生ありがとうございました。

眠気の数値化

6年C組 熊谷 充弘

指導教員 藤野 智美

1. 要約

私は日常生活の中で生じる眠気を制御したいと考え、眠気に関連する脈拍や血中酸素濃度の観測を行うことで「眠気の度合いを数値化する」ことを目指した。そこで、赤色 LED とフォトトランジスタを利用した電子回路を組み込み、ヘモグロビンによる光の散乱・吸収を観測することから脈拍を算出する装置を自作した。

キーワード LED、フォトトランジスタ、高速フーリエ変換、吸光度、血中酸素濃度

2. 研究の背景と目的

私は学校生活において、ある特定の授業で眠くなってしまいう経験があり、自身の眠気メカニズムとその制御方法について興味を抱くようになった。

そこで、「特定の環境」で眠くなるということに注目し、眠気に関連する体内作用についての文献調査を行なった。文献調査を生かし、「メラトニンなどの睡眠ホルモンの分泌によって眠くなっているのではなく、メラトニンや気温などの外的要因によって変化する体内環境(血圧や血中酸素濃度)が変化する事によって眠くなるのではないか」という仮説を立てた。この仮説を自らの技術力で確かめ、IoT と連動した「眠気数値化装置」を開発し、眠気指数が上昇した際にカーテンやエアコンを自動制御して「眠気を感じない学習環境作り」を目指した。

3. 研究内容

3.1 眠気の評価方法の考案

眠気というのは、個人の感覚であり、客観的な評価を行う方法は未だ確立されていない。

そこで私は、睡眠ホルモンとしてよく知られている「メラトニン」が、副作用として「血圧」を低下させる事に注目し、観測する体内環境として血圧を選んだ。

一般的に販売されている血圧計は圧迫することで測定を行うため、被験者に刺激を与え眠気を阻害してしまう。しかし、正確な眠気のモニタリングを行うためには、圧迫することなく測定が可能である血圧計が必要であると考えた。そこで私は参考文献[1]より、平均血圧の算出式(1)と、平均血圧の算出に必要な心拍出量の算出式(2)を得た。

$$\begin{aligned} \text{平均血圧} &= \text{心拍出量} \times \text{全抹消血管抵抗} \quad (1) \\ \text{心拍出量} &= \text{一回拍出量} \times \text{心拍数} \quad (2) \end{aligned}$$

このことから、平均血圧を測定するためにまずは「心拍数」を測定する装置を自作することにした。

自作を選んだ理由として、一般的に販売されている心拍数測定装置には連続的に測定する機能がなかったり、測定データを出力する機能が付いていなかったりと、思い通りの測定機能が無かったことがあげられる。

3.2 具体的な心拍数の測定方法

心拍数とは、心臓が周期的に血液を送り出すことによって発生する拍動が1分間に何回発生するのかを表した数値である。その測定には、血液中に含まれるヘモグロビンの存在と、ヘモグロビンによる光の吸収・散乱の傾向が大きく影響する。図1のように、物体に光が入射した際、それらの光は反射・屈折・吸収・散乱し、どの波長の光がどの程度吸収・散乱されやすいかは物体によって固有である。



図1 物体に光を入射させた際の経路

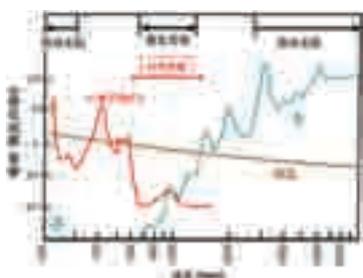


図2 水とヘモグロビンの光の吸収・散乱の強さ

(参考文献[2]より引用)

図2より、皮膚の主成分である水とヘモグロビンについて次の特徴が読み取れる。

- ヘモグロビンと水は、600 nm~900 nmの波長の光に対する吸収が小さいため、これらの波長の光を皮膚の上から照射すると、皮膚内部にまで光が透過することができる。
- 波長660 nm(赤色)の光を皮膚に照射すると、水はほとんど吸収・散乱を起こさないが、ヘモグロビンでは若干吸収・散乱される。

そこで私は、660 nm 付近の波長の光を皮膚に照射し、光の散乱・吸収の量の変化を観測することによって、ヘモグロビン量の増減を捉えることができると考えた。

照射した光のうちヘモグロビンによって散乱された光の光量を測定する手法として、光エネルギーを電流値に換算する電子部品である「フォトトランジスタ」で受信し、そのわずかな変化を「オペアンプ」で増幅する方法を用いた。センサーには、LED とフォトトランジスタ一体型の「NJL5501R」(新日本無線株式会社販売)を用いた。

また、オペアンプから出力される電圧の周期的な増減を、高速フーリエ変換(FFT)を用いて解析し、最も多く含まれている周波数を心拍の周期とした。さらに、参考文献[3]より、一般的な心拍は0.7 Hz~3.0 Hzであることがわかったため、FFTで得られるパワースペクトルのうち、0.7 Hz~3.0 Hzの部分のピークを調べることで、ノイズを抑える工夫を行った。

これらの解析および記録は、FFT や SD カード関係のライブラリが豊富であるという理由から、「Arduino pro mini (5v)」を使用した。以下が自作した心拍測定装置である(図3)。

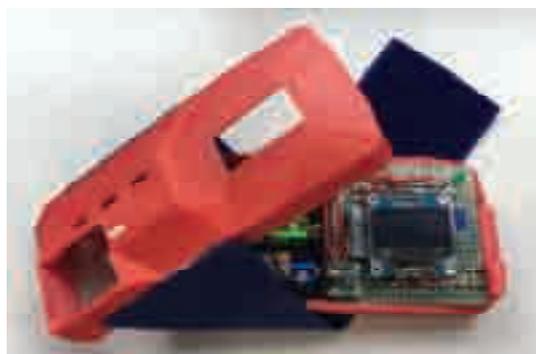


図3 自作した心拍数測定装置

3.3 市販品との比較実験

次に、自作した心拍数測定装置(以下、「自作品」)が精度よく心拍数を測定できているか比較する実験を行った。具体的な比較実験の方法としては、Panasonic の血圧計 EW-BW33(以下、「市販品」)と自作品の装置を両腕にそれぞれ装着し、測定された心拍数を比較した。その結果のグラフを図4に示す。なお、グラフの横軸は測定値を取得した時間である。

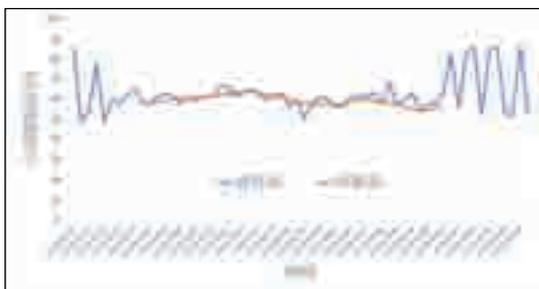


図4 市販品と自作品との比較実験

図4より、装置の着脱時であるグラフの最初と最後の部分では心拍数が正しく測定できていないが、腕を机に固定した範囲での自作品の平均値は54.3回/分、市販品の平均値は59.2回/分であった。この結果から、十分な精度で心拍数を測定できていることがわかった。

3.4 血液回転装置を用いた検証実験

3.3では、心拍数を精度よく測定できている事が確認されたが、自作品が実際に正しくヘモグロビン量の変化を捉えられているのかの検証実験を試みることにした。実際の生体で行うのは困難であるため、鳥肉と牛レバーの血を用いて生体のモデルを自作して検証実験を行った。ヘモグロビン量が周期的に変化する様子を再現するために製作した血液回転装置の詳細を次に示す。

モーターの回転する強さをプログラムする事ができるLEGO MINDSTORMSのモーターにCDを固定し、その上に1cm四方の製氷皿を図5のように取り付けた。製氷皿に滴下する牛レバーの血液の滴数を1~20滴で変化させ、モーターを回転させることでセンサーを通過する血液量が周期的に増減するように工夫した(図5)。



図5 血液回転装置の外観

また、皮膚のモデルとして約6mmの厚さに切った鶏肉をセンサーの上に固定して実験を行った(図6)。



図6 皮膚のモデルとして使った鶏肉

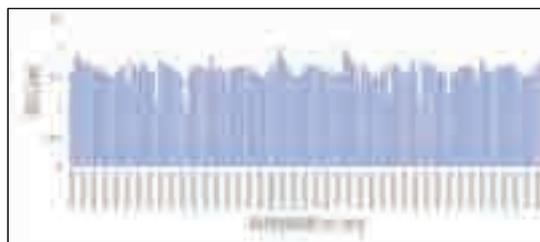


図7 血液回転装置での測定データ

実験結果(図7)から、わずかに周期的な反射光量の変化を確認できた。しかし、この実験では血液量と反射光量的相关関係が不明であり、滴下数の変化によるセンサーと血液面との距離の変化が問題点であると判断し、実験方法を変更した。

3.5 血液量と反射光量の相関

3.4 で示した検証実験の問題点を解決するため、内径 1 cm のアルミパイプの底面に透明なプラスチック板を貼り付けた自作容器の下にセンサーを置くことでセンサーと液面の距離を一定にした(図 8)。この容器に牛レバーの血液を 1 滴ずつ滴下していき、血液の量、つまりヘモグロビンの量の変化と反射光量の変化を測定することにした。



図 8 新しく自作した血液容器

この検証実験に対して、「ヘモグロビン量が増えるに応じて反射光量が増えるだろう」という仮説を立てた。

しかし、実際の測定データのグラフ(図 9)を確認したところ、予想に反して血液量の増加に伴い、反射光量に相当する電圧値が下がり、一定値に収束することがわかった。

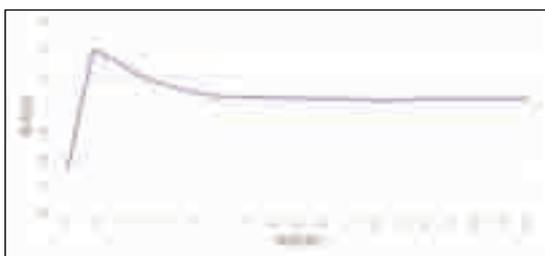


図 9 ヘモグロビン量と反射光量の関係

このことから、「ヘモグロビンは赤色光も若干吸収する」という事がわかった。また、途中から反射光量が一定値になった理由として、照射した光がほぼ全て吸収され、それ以上ヘモグロビンを滴下しても影響しなくなったからだと考察している。

3.6 血中酸素濃度の測定

ヘモグロビンについての調査を行う中で、2 種類の波長の光の吸収された割合を測定する事で、ヘモグロビンの酸化度合いである血中酸素濃度を観測する、「パルスオキシメーター」と呼ばれる技術がある事を知った。また、使用していた「NJL5501R」には 660 nm と 940 nm の 2 種類の LED があつたため、「血中酸素濃度」を測定する装置を自作し、眠気との相関を測定しようと考えた。

パルスオキシメーターの原理として、肺で酸素と結合したオキシヘモグロビン(oxyHb)と、デオキシヘモグロビン(deoxyHb)の 2 種類がよく吸収する波長の違いを利用し、吸収される波長の割合を調べることで 2 種類のヘモグロビンの含有量を算出する方法である。この方法を応用しようと考え、2 種類のヘモグロビンの吸光スペクトル(図 10)を調べたところ、940 nm における 2 種の吸光度の変化が小さく、先の研究での考察と同様、現時点での設備や私の知識では体動によるノイズの中で血中酸素濃度を測定する事は非常に困難であると考えたため、測定には至らなかった。



図 10 ヘモグロビン量と反射光量の関係

(参考文献[4]より引用)

4. 結論

本研究では次の 2 点の成果が得られた。

- ①ヘモグロビン量の変化を観測する際には、反射光よりも吸収された光を観測する方が有効であることがわかった。
- ②ヘモグロビン量の変化を観測し、FFTで周波数の解析を行う事で、測定部位を固定すれば高い精度で心拍数を測定可能な装置を自作できた。

5. 考察

眠気の数値化をより科学的な方法で研究するならば、すでに眠気との相関があるとされている「脳波」との比較実験が必要であるが、脳波を測定する実験設備がなく、同時に医学的な見地からのアプローチも必要である。これらの理由から、眠気の数値化に関する研究は、大学進学後に専門的な研究設備を有する研究所と連携して、医学分野の専門知識をもつ人と協力して研究を進めたいと考える。

6. 今後の展望

心拍数測定の際、光が血管まで到達できできるように、本研究では赤色の光を使用した。しかし、ノイズによる影響を抑えるためには、輝度が高く、変化が大きく現れることを期待するならば、ヘモグロビンでの吸収が強い緑色の波長のLEDやレーザーの使用が有効であると考えている。

加えて、血中酸素濃度の測定を試みた際に学習した「2波長の吸光度を観測する事で試料の酸化度合いを観測する」技術を何か他の分野に応用できないかという検討を行っている。

7. 参考文献

- [1] 「脈圧測定の臨床」,小澤利男, (2015

年),<http://www.arterial->

[stiffness.com/pdf/no08/009_015.pdf](http://www.arterial-stiffness.com/pdf/no08/009_015.pdf)

- [2] 文部科学省「第3章 健康なくらしに寄与する光 3光を用いた非侵襲生体診断」,山田幸生

- [3] ROHM「ウェアラブル脈波センサーの研究開発」

<https://www.rohm.co.jp/news->

[detail?news-title=ウェアラブル脈波セ](https://www.rohm.co.jp/news-detail?news-title=ウェアラブル脈波センサーの研究開発)

[ンサーの研究開発](https://www.rohm.co.jp/news-detail?news-title=ウェアラブル脈波センサーの研究開発)

- [4] 佐藤英雄,特許第 5948836 号, 2016

8. 謝辞

本研究活動において、眠気についての質問をさせていただいた筑波大学国際統合睡眠医科学研究機構の雀部正毅准教授や顧問の藤野先生に多大なるご協力やアドバイスをいただきました。この場をお借りして、深く感謝申し上げます。

食品鮮度の数値化～吸光度変化を測定する装置の開発～

6年C組 熊谷 充弘

指導教員 藤野 智美

1. 要約

魚肉などの鮮度低下に伴う変色は、その内部に含まれるミオグロビン(Mb)の酸化に伴うメトミオグロビン(metMb)の生成が原因である。本研究では、二種類の波長のLEDとフォトダイオード、トランジスタを用いて吸光度測定装置を自作し、Mbの酸化に伴う吸光度の変化を測定することでmetMbの生成率を算出し、鮮度の一つの指標である酸化度合いの数値化を目指した。

キーワード ミオグロビン(Mb),metMb,フォトトランジスタ,吸光度比,メト化率

2. 研究の背景と目的

本研究は、以前に行っていた「眠気の数値化」の研究で知った「2種類の波長の光の吸光度比を用いた血中酸素濃度の測定技術」の応用として、酸化と相関のある食品鮮度が測定できるのではないかと考え、研究を開始した。今日の日本では賞味期限が切れた食品の多くは廃棄され、食中毒などの問題が表面化することは少ないが、その代償として年間646万トンもの食品ロスが発生している。この表裏一体の問題を解決するためには研究者だけでなく消費者が各自で鮮度を正しく評価し、適切な廃棄期限を知る必要があると考えた。そのため小型かつ簡易に測定ができる装置の開発を目指した。

3. 研究内容

3.1 魚肉や畜肉の鮮度低下による色の変化のメカニズム

魚肉や畜肉の赤身には、ミオグロビン(Mb)と呼ばれる赤色のタンパク質が豊富に含まれている。Mbには、還元され、酸素と

結合していない状態であるデオキシミオグロビン(deoxyMb)、酸化された状態のオキシミオグロビン(oxyMb)、さらに酸化された状態であるメトミオグロビン(metMb)の3種類が存在する。魚や家畜が生きている状態では、体内の還元酵素によりmetMbがdeoxyMbに還元される。しかし死後は還元酵素が働かなくなるため、metMbの割合(メト化率)が時間経過とともに増加する。その結果、切り身がmetMb自体の暗褐色に近づいていくことが一般的に知られている。

3.2 吸光度とMbの酸化度合いの関係

吸光度とは、ある物体を光が通過した際にその強度がどの程度弱まるかを示す無次元量である。吸光度は次式の「ランバート・ベル」の法則により定義され、入射光量と透過光量の測定により算出が可能である。

$$A_{\lambda} = \log_{10} \left(\frac{I_0}{I} \right) = \varepsilon \cdot c \cdot d \quad (1)$$

I_0 : 入射光量 I : 透過光量 c : モル濃度[mol/L]
 ε : モル吸光係数[L/(mol·cm)] d [cm]: 試料の厚み

I_0 にはLEDとフォトトランジスタの間に何も入れていない時の電圧値、 I にはLEDとフォトトランジスタの間にマグロなどの試料を挟んだときの電圧値を用いた。

先行研究の調査により、魚肉や畜肉中のMbが酸化することによって、各波長での吸光度が変化することがわかった(図1)。

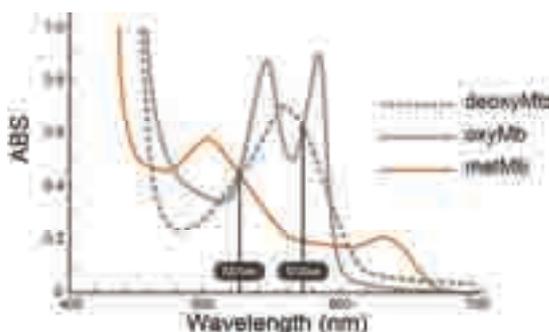


図1 ヤギ肉の3種類のMbの吸光度(参考文献[1]より)

図1より波長527 nmと572 nmでのMbの吸光度に特徴があることがわかった。次にその特徴を示す。

(1)波長527 nmでの吸光度

図1より、3種類のMbが等しい吸光度を示しているため、吸光度はMbの酸化度合いに依存せず、溶液の濃度変化によってのみ変化することがわかる。

(2)波長572 nmでの吸光度

図1より、metMbのみが低い吸光度を示すため、この波長における吸光度は、溶液の濃度及びメト化率によって変化することがわかる。

(1)、(2)より、527 nmにおける吸光度を基準とした572 nmにおける吸光度の比を算出することで、あらゆる溶液濃度に対応したメト化率の算出式を求めることが可能である。

3.3 吸光度測定装置の製作

式(1)より、吸光度の測定には入射光量と

透過光量の情報が必要となるため、光源として2種類の波長(527 nm、572 nm)のチップ型LEDから光を照射し、光量の測定にはフォトダイオードとトランジスタを用いて電流値として光量を観測した。この際、出力される電流値の変化は非常に小さいため、オペアンプを用いて電流-電圧変換と反転増幅を行い(図2)、Arduino pro miniでデータの記録と解析を行った(図3)。

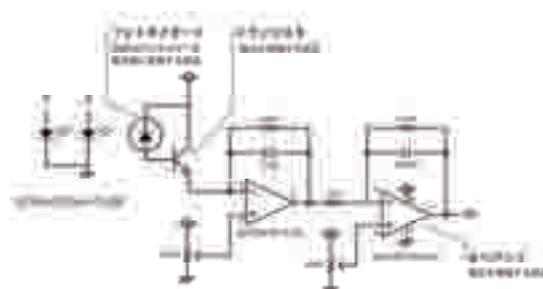


図2 自作した装置の外観とセンサー部分の回路図

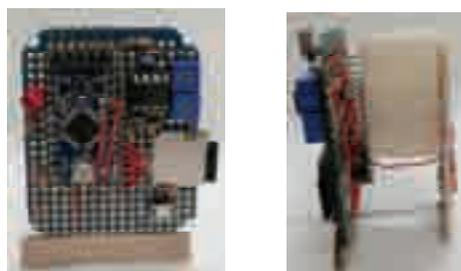


図3 自作した液体の吸光度測定装置

自作した装置(以下「自作品」)による測定精度を検証するために、市販されている分光光度計UVmini-1240(島津製作所、以下「市販品」)による測定結果との比較実験を2種類行なった。

3.4 比較実験1(濃度変化の測定)

実験1においては、ランバート・ベルの法則より吸光度が濃度に比例することがわかっているため、metMb溶液の濃度を薄めた際の吸光度の変化を測定した。

[実験方法]

- (1)市販の Mb 粉末を購入し、0.9%生理食塩水 5.00 mL に溶かして 0.15%metMb 溶液を調製する。(なお、学校で可能な保存温度の関係で、購入した Mb 粉末は酸化が進んだ metMb の粉末となった)
- (2)調製した溶液に生理食塩水を 0.50 mL ずつ加えることで metMb 濃度を徐々に薄めていき、ランバート・ベルの法則を用いて 527 nm 及び 572 nm の波長の光に対する溶液の吸光度を自作品と市販品で測定を行い、吸光度を比較した。

[仮説]

ランバート・ベルの法則より、濃度を薄めるごとに吸光度は低下する。

[結果]

527 nm の波長による測定結果、572 nm の波長による測定結果を図 4、図 5 に示す。

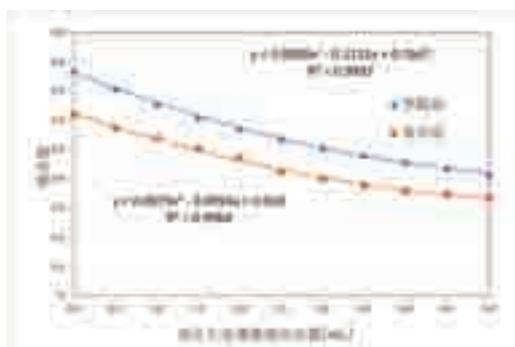


図 4 metMb の濃度変化による吸光度の変化(527 nm)

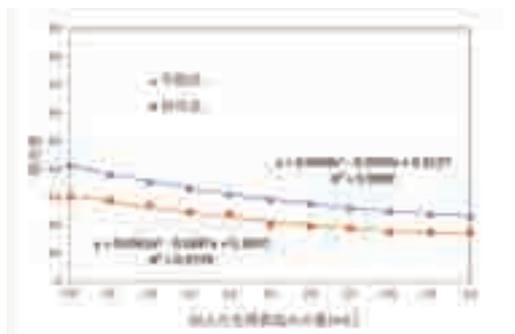


図 5 metMb の濃度変化による吸光度の変化(572 nm)

実験結果より、市販品と自作品での測定値には一定の差があるものの、近似曲線は

類似しており、仮説どおりに濃度が薄まるにつれて、市販品と同じような吸光度低下を測定することができた。

なお、市販品と自作品との間で吸光度の差が生じてしまった原因として、2つの原因が考えられる。

- (1)市販品では光線を絞り込むためにレンズでの集光を行い、散乱光を受け取らないようにフォトレンジスタを離れたところに配置しているが、自作品ではその仕組みがないため散乱光も感知している。
- (2)市販品では回折格子を用いて高い精度で特定波長の照射が可能だが、自作品で使用した LED は発光する波長領域に幅があるため、誤差が生じている。

しかしこの吸光度の差は、酸化の度合いを算出する際に吸光度の比を用いるため、酸化の度合いの算出には影響が少ないと考えた。

3.5 比較実験 2 (Mb の酸化の測定)

実験 2 においては、図 1 より Mb は酸化するに従って 572 nm での吸光度のみが低下することがわかっているため、deoxyMb 溶液の酸化による吸光度の変化を測定した。以下に実験結果を示す。

[実験方法]

- (1)実験 1 と同様の方法で調製した metMb 溶液に、還元剤である「ヒドロサルファイトナトリウム($\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_4$)」を 0.04%添加し、deoxyMb 溶液を調製する。
- (2)その溶液を 20 秒ずつ手で攪拌し、徐々に酸化させ、1 回ごとに 527 nm 及び 572 nm の波長の光での溶液の吸光度変化を自作品と市販品で測定し、比較した。

[仮説]

図 1 より、527 nm では酸化によらず吸光度は一定となり、572nm では酸化が進むにつれて吸光度が徐々に低下していく。

[結果]

527 nm での吸光度の変化のグラフを図 6、572 nm でのグラフを図 7 に示す。

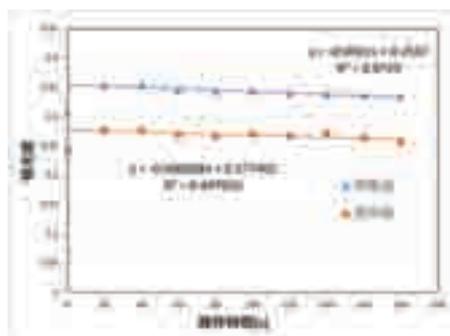


図 6 deoxyMb の酸化による吸光度の変化(527 nm)

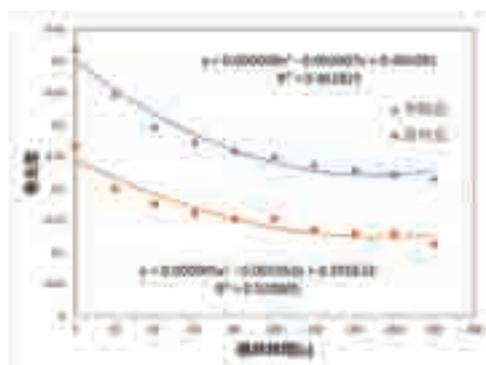


図 7 deoxyMb の酸化による吸光度の変化(572 nm)

実験結果より、比較実験 1 同様、自作品の測定値は一定の割合で低いものの、予想どおりに 527 nm では攪拌前の値(0 秒での値)を除き吸光度はほぼ一定であり、572 nm では酸化に伴って吸光度の低下を測定することができた。

なお、527 nm の攪拌前の異常値については、セルへの不純物の付着によるものと考えられる。

3.6 メト化率算出式の決定と測定

3.4 及び 3.5 の実験結果から、自作品が高い精度で吸光度の変化を捉えられているこ

とが確かめられたため、最終的に測定したいと考えていたメト化率の算出を行なった。算出式の決定方法については、尾藤氏による先行研究において確立された吸光度比を用いる方法を採用し(図 8)、3.5 でのデータを用いて次の算出式を得た(式 2)、(式 3)。



図 8 メト化率算出式のイメージ

$$metMb(\%) = -101 \times \text{吸光度比} + 133 \quad (2)$$

$$metMb(\%) = -162 \times \text{吸光度比} + 200 \quad (3)$$

式(2)と式(3)を用いて、3.5 における実験の測定データからメト化率の変化を算出し、市販品と自作品との測定値の比較を行った。その結果のグラフを図 9 に示す。

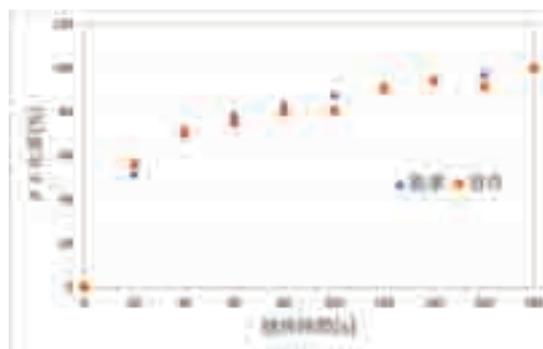


図 9 deoxyMb の攪拌によるメト化率の変化

実験結果より、メト化率を算出する際に吸光度比を用いる為、吸光度の差に影響されず、ほぼ同様のメト化率を算出することができた。よって、メト化率の算出は、レンズや回折格子などを用いない、簡易な仕組みをもつ小型かつ安価な装置で測定できると考えた。

3.7 キハダマグロの鮮度の測定

自作装置が高い精度で吸光度の変化およびメト化率を測定できることがわかったため、目標としていた食品鮮度の測定を行なう装置を開発し、キハダマグロの切り身を用いて実証実験を行った。以下に実験方法を示す。



図 10 自作したマグロの鮮度測定装置

[実験方法]

- (1)センサーに試料を挟めるようなケースを Blender で設計し、印刷した。(図 10)
- (2)装置に 1 cm 角に切ったキハダマグロの赤身を入れ、常温で 3 時間放置しながらメト化率の推移を測定した。

[仮説]

キハダマグロは空気中の酸素と触れることで時間経過と共に酸化していき、メト化率が上昇していく。

[結果]

測定結果(図 11)より、仮説どおり時間経過と共にメト化率の上昇を測定することができた。つまり、自作品による測定データからキハダマグロのメト化率の算出が可能であり、鮮度の数値化の可能性が見られた。

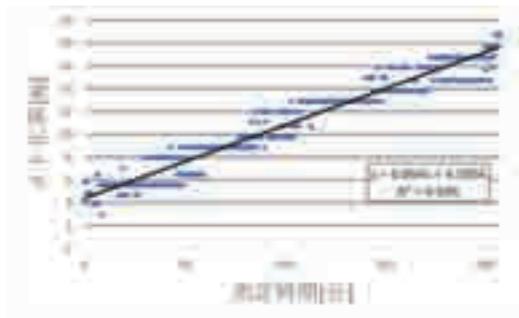


図 11 マグロの時間経過によるメト化率の変化

4. 今後の課題

現段階では、「キハダマグロ」のみでの検証実験しか行っていないため、違う種類のマグロや畜肉でのメト化率の変化を捉えられるのかの実験が必要である。

現在はランバート・ベルの法則を用いるために透過光を使用したが、この方法では鮮度測定の際に「マグロを切る」という手順が必要である。その手間を省くために独自に反射光量と吸光度の相関を実験によって調べ、バーコードリーダーのように、試料にかざすだけで鮮度測定ができる装置を開発したいと考えている。

吸光度測定の際に必要な増幅率の調整が難しいため、最適な増幅率を自動調節するプログラムを実装したい。

食品鮮度の指標である「K 値」の測定が可能である装置との比較実験を行いたい。

5. 参考文献

- [1] 帯広畜産大学学術研究報告,vol11(3) 「ミオグロビンの自動酸化速度の測定法について」三浦弘之・泉本勝利・塩見雅志(1979年)
- [2] 日本水産学会誌,vol81(3)「魚類筋肉ミオグロビンのメト化率測定法の検討」井ノ原康太・尾上由季乃・木村郁夫(2015年)

6. 謝辞

本研究活動において、本校の松浦先生、奈良女子大学の小倉先生には化学や生物の質問をさせていただきました。また、顧問の藤野先生には多大なるご協力とアドバイスをいただきました。この場をお借りして、深く感謝申し上げます。

星雲の色から光の起源を探る

6年C組 伊藤 愛結

指導教員 藤野 智美

1. 要約

2018年3月に行われた「銀河学校」に参加したことをきっかけに、星雲の輝きについて興味を抱くようになった。そこで、自らが持つエネルギーを使って夜空で光っている恒星に対して星雲が輝くメカニズムについて、星と星雲、星雲同士の測光結果を比較することで解決しようと思い、研究を行った。

キーワード 星雲, 二色図, 恒星サイクル

2. 研究の背景と目的

銀河学校は、東京大学木曾観測所で毎年開催されている高校生を対象とした天文学実習である。2018年度の銀河学校には全国の高校生24名が参加し、日本最大の大きさを誇る木曾105cmシュミット望遠鏡を用いた本格的な観測や天文学の研究を行った。私たちは2つの班に分かれ、「A. 星雲の色から光の起源を探る」、「B. 銀河に咲く赤い光—星が生み出される現場—」という研究テーマに挑戦した。

3. 研究内容

3.1 画像処理について

望遠鏡を用いて撮影した写真(生データ)には補正を加え、天体の明るさを正しく反映した画像にする作業が必要である。そのため、一次処理として、バイアスの差し引きとフラット処理を行う。

バイアスとは、シャッターを閉じていても常に映り込む模様のことである。これは星の画像とは別にシャッターを閉じた画像

を撮り、前者から後者を差し引くことで解決する。

CMOSを搭載した天体観測用カメラのピクセルは厳密には同じ性質ではなく、フラット補正という、フラットフレームと呼ばれる何も写っていない画像を用いて、投影画像に生じた周辺減光を補正する処理を施す。

次に、二次処理として、中心座標の調整を行う。複数の画像を重ね合わせてカウント値を大きくしてから測光する。そのために中心をそろえる作業が必要である。これを二次処理といい、SWarpというソフトを用いる。

3.2 測光について

測光とは、星の光をカウントとして定量化し、その総量を計測することで、開口測光と矩形測光がある。測光にはマカリというソフトを用いる。開口測光では恒星を、矩形測光では恒星の間の星間物質の部分で測光する。このとき留意すべきは、星から

の光は複数のピクセルに落ちているため、複数のピクセルの合計を計算しなくてはならないということと、空はカウントゼロではないので、空からのカウントは差し引く必要があるということである。

3. 3 馬頭星雲、NGC2068 (M78)について

図 1 に示す NGC2068、馬頭星雲はオリオン座にある星雲である。この 2 つの星雲については、 $H\alpha, r, g$ の 3 つのバンドで観測した。天体は様々な波長の光を出しているが、ある特定のバンドで計測することで特定の波長の光のみを集めることができる。

<各バンドで捉えられる波長>

g バンド...400~550nm くらいの波長で青っぽい

r バンド...550~700nm くらいの波長で赤っぽい

$H\alpha$ バンド...656.3nm の波長で電離水素の輝線スペクトル。水素の量が概算できる。

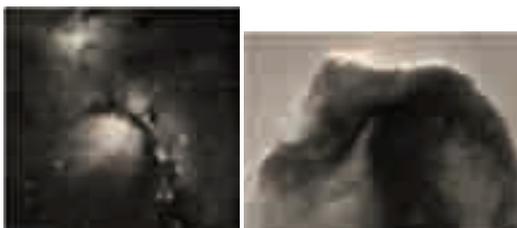


図 1 NGC2068(左)と馬頭星雲(右)

これらのバンドで計測したもののカウント値の比をとり二色図を作ることによって明るさに考慮されることなく、色の構成比のみを見ることができる。



図 2 NGC2068,NGC2023(馬頭星雲)の二色図

図 2 より、馬頭星雲は $H\alpha/r$ の値が大きいことや、NGC2068 の $H\alpha/r$ はその場にある恒星とほぼ同じであることが分かる。また、星雲の r/g の値の幅は狭いのに対して、恒星の幅は広い。これは恒星が持つ表面温度などの個性に $H\alpha/r$ の構成比が左右されているのに対し、星雲が恒星の影響を得て特定の反応を示していることを示している。

<考察>

馬頭星雲に関して、r バンドに対する $H\alpha$ 線が多いことから、馬頭星雲を形作っているガスや塵の近くなど温度の低い場所で生まれた星が発する紫外線が周りの H II 領域に届いている。H II 領域では水素は電離しているが、ここで受け取る紫外線によって合体し、ここで $H\alpha$ を出す。これによってガスや塵が陰のようになって馬の頭のような形をした暗黒星雲を観測できるようになったと考えられる。

一方、NGC2068 は恒星と同じ成分の光を多く持っていることが分かる。また、r バンドに対する $H\alpha$ の量が少ないことから、エネルギーが少なく、電離水素も少ないことが分かるので、低温の NGC2068 は自ら発光せず、恒星の光を反射している散光星雲で

あると考えられる。

3. 4 三裂星雲について

次に、別のサンプルとして、三裂星雲について調査した。

三裂星雲はいて座にあり、同じ星雲内に赤色の部分と青色の



図3 三裂星雲

部分という異なる性質の星雲をもつ特殊な天体である。2種類の異なる性質の星雲を100%同じ時刻、同じ空の条件で撮影できていることから比較しやすいと考えたので、この天体を選んだ。三裂星雲については、Vバンド、Bバンド、Rcバンドで観測されたデータを用いた。(提供：東京学芸大学)

<各バンドで捉えられる波長>

Vバンド...550nm くらいの波長(緑～黄色)
電離酸素の禁制線

Bバンド...440nm くらいの波長(青色) バルマー系列の $H\beta$ の輝線

Rcバンド...660nm くらいの波長(赤色)
 $H\alpha$ の輝線(656nm)を含む

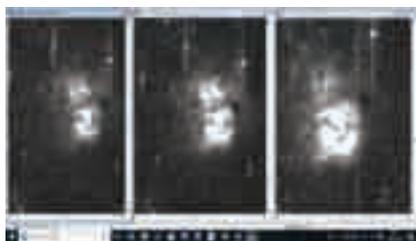


図4 左からVバンド、Bバンド、Rcバンドで測光された三裂星雲



図5 三裂星雲の二色図

<考察>

3.3と同様に、二色図を作成した。矩形測光では場所ごとに色の構成要素の違いが見られる。それに対して開口測光では B/V の値は1、 V/Rc の値も0.5から1に収まっているので、これはそれぞれの恒星の表面温度や直径の違いといった個性と考えて良い。

赤色が強い部分は、Rcバンドが $H\alpha$ バンドを含んでいることから水素の励起が激しく起きている HII 領域であると考えられる。青色が強いところでは $H\alpha > H\beta$ は明らかなので、波長が短い青色などの光が散乱したと考える方が妥当である。よって恒星の光を反射する反射星雲であると考えられる。

4. 考察と今後の展望

馬頭星雲に関して、左上には馬頭星雲のガスの要素、下部分には馬頭星雲の星の要素と NGC2068 の要素が並んでいることが分かる。これは、星間ガス(ex. 馬頭星雲のガス)→若く高温の星(馬頭星雲の星)→中年の黄色い星(NGC2068の星)→年老いた

赤い星→超新星爆発→星間ガス…という風に、グラフ上に星の一生が輪のように現れ

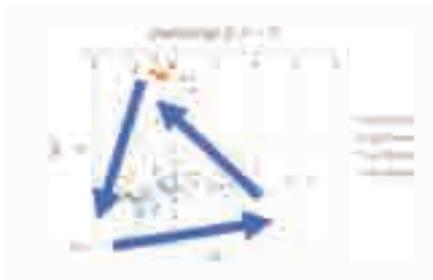


図6 NGC2018,馬頭星雲の二色図

るのではないかという仮説を立てた。

三裂星雲の赤色の部分が円形になりつつあることから、惑星状星雲のように星から星間ガスが離れていく過程であるか近づくことで星が生成される手前であるかのどちらかである。しかし惑星状星雲であれば外部との境界がはっきりしている星を中心にガスの構成物質の質量が軽い順に離れていくことが観測されるので、三裂星雲は新しい恒星を作るためにガスが集まってきているところで、H II 領域があることからエネルギーの供給源があり恒星が誕生しやすい環境にあることが分かる。また、反射星雲は恒星の光を反射できるほど密度が薄いことから、恒星は作られにくい環境、暗黒星雲は光を遮ることができることから密度が濃く恒星が誕生しやすい環境であることが分かる。以上より、星雲の現状を分析することで今後星雲がどのような変化を遂げるかが推測できるようになるが、以前の状態を推測するにはデータが不十分であることが分かる。

しかし、物質をリサイクルして天体が生

まれたり死んだりしているのは明らかであるので、何らかの関係があるかもしれない。このことを今後の課題としたい。

5. 謝辞

銀河学校でお世話になった木曾観測所の職員の皆様、データの提供と研究への助言を下された東京学芸大学の西浦慎悟先生、研究手法の助言を下された中尾勝博先生、指導教員の藤野智美先生に深くお礼申し上げます。

超音波を用いた非破壊検査へのアプローチ

6年C組 清水 凱
指導教員 藤野 智美

1. 研究の背景と目的

超音波はその特性から、様々な探査に用いられている。その中から非破壊検査に注目し、物性の特性を探索する方法を模索しようと考えた。

2. 研究概要

<実験 1> 反射波を用いた媒質の特定

方法：水面に超音波を当て(図 1)、その反射波の波形をオシロスコープで測定する。

結果：受信機で正弦波が観測され、水面を揺らすと正弦波の振幅が変化した。超音波が距離センサーとして使われている理由がよく理解できた。



図 1

<実験 2> 共振を利用した物体の特定

方法：①送・受信機を金属に接触させ、並列した形で配置する(図 2)。

②500kHz などの高い振動数を送信機から出力し、受信された波形を観測する。



図 2

結果：送・受信機で異なる波形の振動数が得られた。

この事実が本当ならば、金属内の伝搬中に振動数が変調していることになるが、一方で観測しやすいように振幅を増加させた際に、波形に歪みが生じている可能性が予想された。そこで、送・受信機で振動数が一致するように設定し、その際の波形を観測した。

<実験 3> 金属を伝搬する波形の観測 (送・受信機の振動数を一致させた場合)

方法：送・受信機の振動数が一致する値を探し、送・受信機の波形をオシロスコープで観測する。特に、振幅を増加させたときに、波形の歪みが生じるかを観測する(図 3)。

結果：振幅が増大するとともに、媒質によって波形にわずかな違いが見られた。



図 3

3. 考察

- ・実験 2 の結果について、送信機の振動数に様々な振動数が含まれている場合、その中の伝搬しやすい振動数のみ(媒質の固有振動数に一致した振動数のみ)を受信している可能性がある。

→上記のことを検証するために、振動数が高くなっても、安定した正弦波を送信できているのかを常に観測し、確実に正弦波を送りながら受信機の波形を観測する追実験が必要である。また、受信機で得られた波形の振動数を解析する必要がある(フーリエ解析)。

- ・実験 3 の結果について、予想通り送・受信波ともに波形が歪んでいることが確認された。そのため、まずは波形を見ながら確実に正弦波を送信する必要がある。加えて、共振している場合、受信機を物体上のどこに置いても同じ振動数を観測できるはずである。そのため、受信機の位置を少しずつずらしながら振動数の変化を観測する追実験が必要。

参考文献：

[1] SSH ブックレット「物理のとびら」、奈良女子大学附属中等教育学校 米田 隆恒

[2] 「横波超音波共振法による農業用水管路の探勝の有効性」、茨田 匠

https://www.suncoh.co.jp/tech_topics/technology/info2/001.pdf

フーリエ級数を用いた電子音の作成

6年C組 中谷 真奈
指導教員 藤野 智美

研究の背景と目的

音声障害を持つ人がよりクリアな声を使えるようにするために、電子音を自作することに興味を持った。研究の初期段階として、フーリエ級数を用いた電子音の作成を行った。

1. 研究概要

<研究方法>

以下の手順に従って音叉(440Hz)の波形をオシロスコープで解析する。

- ① オシロスコープで観測した音叉のグラフの変位を手作業で測定し、エクセル上で時刻と変位のデータを得る(図 1)。

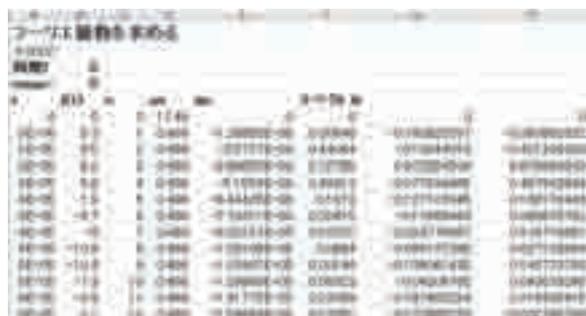


図 1

- ② フーリエ級数を実行させるマクロ(図 2 上図)を組み、パワースペクトルと係数を算出する(図 2 下図)。

```
Sub Nakatani()
'Keyboard Shortcut: Ctrl+s
t0 = Cells(4, 2) '周期
w = 2 * 3.14159 / t0 '角振動数 ω
nmax = Cells(4, 2)
Cells(2, 1) = nmax
For n = 0 To nmax
    an = 0
    bn = 0
    For t = 0 To t0
        I = Cells(6 + 2, 2) 'B 列から
        m = n * w * t
        an = an + 2 / t0 * I * Cos(m)
        bn = bn + 2 / t0 * I * Sin(m)
    Next
    Cells(6 + n, 4) = an 'E 列に代入
    Cells(6 + n, 5) = bn 'F 列に代入
Next
End Sub
```

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T I(t) \cos(n\omega t) dt$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T I(t) \sin(n\omega t) dt$$

$$\text{スペクトル} = \sqrt{a^2 + b^2}$$

フーリエ級数

$$f(x) = \frac{1}{2} a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t))$$

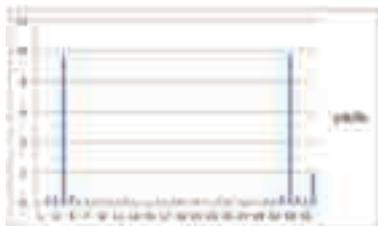


図 2

- ③ ②で算出した a_n と b_n を下記の式に代入し、GRAPESを用いて波形を再現する(図 3)。

$$0.1(0.5 \cdot \text{Cells}(1,1) + \text{Sum}(k,1,n, \text{Cells}(k,1) \cdot \cos(2 \cdot \text{Pi} \cdot (k-1) \cdot 220x) + \text{Cells}(k,2) \cdot \sin(2 \cdot \text{Pi} \cdot (k-1) \cdot 220x)))$$

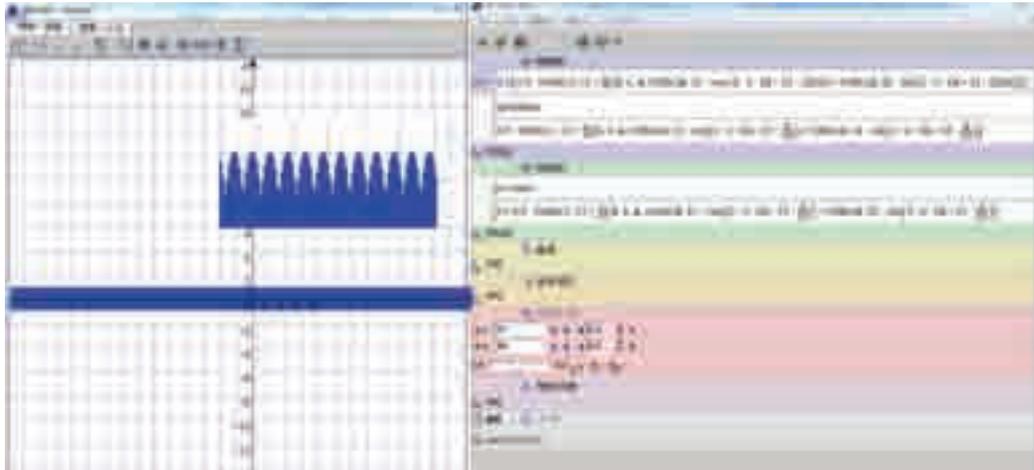


図 3

<結果>

図 3 からわかるように、Grapes で再現した波形は 440Hz の波形と同様の外観を得たが、再現した音は E₄ のようにも聞こえる。この波形を拡大すると、きれいな正弦波ではなく、波形ががたがたしていることがわかった。これは、手作業で読み取った誤差の影響や、データ数の不足による、フーリエ級数の係数決定の精度が依存していると考えられる。

2. 考察

取得した音波の信号データをもとにして電子音を作成する原理が理解できたが、簡易な波形だったにも関わらず期待していた結果を得ることができなかった。誤差の要因を改善するとともに、普及している人工咽頭など実際の医療器具について詳しく調べ、応用法を考えていきたい。

また、トロンボーンの波形の解析が未完了であるため、複数の波形の合成であることをパワースペクトルから確かめ、音を再現したい。さらに、様々な正弦波を組み合わせ、特定の音を作りたい。音楽や生物の分野と融合させ、より学びを深めていきたいと思う。

参考文献：SSH ブックレット「物理のとびら 3」、奈良女子大学附属中等教育学校 米田 隆恒

人の使い方に沿ったキーボードの UI について考える

6年D組 荒木 潤正

指導教員 藤野 智美

1. 研究の背景と目的

約 10 年間、私はさまざまな作業において JIS キーボードを搭載したパソコンを使用してきた。その経験の中で、ソフトによって異なるショートカットキーが作業効率を下げ、かつ使用者への負荷を与えると感じるようになった。本研究では、使用者が自身の使い方に合わせたキーボードを準備することを目指した。

2. 研究概要

2.1 目標

本研究の第一目標として、2 つの機能を持った 3 種類のショートカットキーと、それぞれの機能切り替えを行うボタンを有するキーボードの製作を目指した。具体的には 1 つのキーで `ctrl + C`(コピー)と `ctrl + X`(カット)などの複数の機能の使い分けが可能なキーボードの製作を目指した。

2.2 製作

キーボードの製作には、Cherry MX の青軸スイッチと Arduino UNO(図 1)を使用し、Arduino IDE を用いてプログラミングを行なった。具体的にはショートカットのコードの配列を作成し、切り替えボタンが押された際に配列の添字を加算することで機能の切り替えを行った。



図 1 使用した Arduino UNO

なお、ショートカットのコードは Microsoft 社のホームページに記載されている `SendKeys` メソッドに従って記述した。さらに抵抗を使用しないことで基盤の面積を縮小し、配線を容易にするために `INPUT_PULLUP` 構文を使用した。



図 2 自作したキーボード

Arduino で入力した信号は USB ケーブルを通してパソコンへとシリアル通信で送られるため、パソコン側でその信号を監視するためのアプリケーションを Visual Studio を用いて製作した。

しかし、試験的にプログラムを実行した際に、一度のキー操作で複数回の処理がされる問題が発生した。この問題は、人間のキー操作時間に対する Arduino のプログラム実行速度が速いためであると考えた。そこでこの問題を解決するために `while` 文を使用した。具体的にはスイッチが押された

事で LOW の信号が続く間、while 文を使い処理を待機させ、スイッチが離された後に処理を実行するプログラムに変更した。

しかし、誤作動が続いたため、チャタリングと呼ばれる現象によって予期せぬ動作を起こしている可能性を考えた。この問題を解決するために、スイッチが押されてから一定時間プログラムの実行を待つ delay 文を追加した。上記2つの対策によって、自作装置の誤作動を解消することができた。

3. 結果と考察

今回の研究では、ユーザーの望む機能を配列を用いて切り替えることが可能となるキーボードを自作できた。また、人間と Arduino とのタイムラグの問題やチャタリングなど、ハード的な問題を while 文などのプログラミングを用いることで解決することができた。しかし、現段階ではプログラムを直接書き換えなければキー機能の配列を変更することができないため、今後視覚的に理解できる画面を導入したアプリケーションでの変更を行えるようにする必要がある。

さらに、今回書いたプログラムでは、コマンドの実行時に強制的に改行が行われてしまうため、Arduino から送信されてきたプログラムから特定の文字列のみを消去するコードを Visual Studio 側で記述する必要がある。

4. 今後の展望

今回は筐体の作成に薄いアルミ板を用いたが、作業に非常に時間がかかる上に切り取りの精度に問題があるため、3DCAD ソフトを用いてモデリングなどを行い、3D プリンターで印刷することが望ましい。

現行のコンピューターにおいても、キーボード上段に配置されているファンクションキーに機能を割り当てることで、今回製作したデバイスと同じように使用することが可能であるため、タブレットコンピューターなどの物理的にキーボードを搭載していないコンピューターや、障害のある方向への入力デバイスとして今後発展させていきたいと考えている。

5. 参考文献

- [1] 「Arduino で物理ボタンを作る」
<https://qiita.com/ie4/items/7c6764469f3d41c93a19>
- [2] 「SendKeys メソッド」
<https://msdn.microsoft.com/jajp/library/cc364423.aspx>

光てこの原理による部材のたわみ率測定

6年D組 河田 力丸

指導教員 藤野 智美

(共同実験者：6年D組 松本 大輝)

1. 研究の背景と目的

水平な棒の中央に荷重をかけた時に生じる棒のたわみの量から、部材の種類によって異なるたわみ量を測定する実験を行なった。測定装置として、光てこの原理を用いた「ユースの装置」を自作した(図1)。

2. 研究概要 (実験手法、結果など)

図1のように、たわみ量を測定したい部材の上に鏡を置き、反射したレーザー光の変位を測定した。この方法は、光てこの原理と呼ばれ、微小なたわみ量を観測可能な変位にまで拡大することができる。なお、測定する素材には木材と鉄を用いた。



図1

<実験手法>

- ① 荷重の質量を 100g から順に増加させて、反射光の変位を測定する。
- ② 以下のヤング率の式に測定値を代入し、素材によって異なるたわみ量を計測する。

$$\text{ヤング率 } E = \frac{l^3}{4bd^3} \cdot \frac{mg}{e}$$

(b : 試験棒の幅, d : 試験棒の厚み, l : 試験棒視点間の距離, e : 荷重をかけた時の変位)

<結果>

どちらも荷重を増やすことで反射光の変位が比例して増加し、先行研究と同傾向を示した。



図2

3. 考察

固体の弾性の傾向は先行研究の結果とほぼ一致していた。一方、ヤング率の算出を行なったところ、規定値と比べて誤差が生じた。原因として、入手のしやすさから測定には鉄製の定規を用いたため、荷重が均等にかからなかったことが考えられる。また、木材については、MDF材(ファイバーボード)を使用していたことがわかったため、純粋なヒノキなどの素材のヤング率とは異なった値となったことが予想される。

参考文献：「固体の弾性」, 慶應義塾大学 www.sci.keio.ac.jp/gp/87B7D75A/4043CFE5/59145F87.pdf

光てこの原理による部材のたわみ率測定

6年D組 松本 大輝

指導教員 藤野 智美

(共同実験者：6年D組 河田 力丸)

1. 研究の背景と目的

建築に用いられる部材のたわみに興味をもち、光てこの原理を用いて荷重によって生じる部材のわずかなたわみ量(中点降下量)を可視化する研究を行った。たわみの定量化の方法として、固体の弾性傾向のグラフ化とヤング率の算出を目指した。

2. 研究概要

<実験手法>

- ① 先行研究を参考にして、部材のたわみ率を測定する「ユースの装置」(図1)を自作する。
- ② たわみ量を測定する部材と試験棒の上に3つの支点で支えた鏡をのせる。
- ③ 鏡にレーザー光を当てながら、部材に荷重を加えていき、部材をたわませ、反射光の変位を観測する。
- ④ 荷重の質量に対する反射光の変位の変化をグラフ化し、先行研究との比較を行う。
- ⑤ 以下の式に測定値を代入し、ヤング率を算出する。



図1

$$\text{ヤング率 } E = \frac{\ell^3}{4bd^3} \cdot \frac{mg}{e}$$

(b : 試験棒の幅, d : 試験棒の厚み, ℓ : 試験棒視点間の距離, e : 荷重をかけた時の変位)

<結果>

今回は、鉄と木材を用いて実験を行った。両材料とも荷重を増やすことで反射光の変位が比例して増加し、先行研究と一致した。

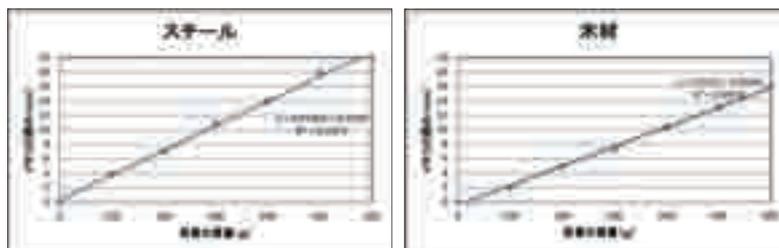


図2

3. 考察

実験により得られた数値をヤング率の式に代入したところ、木材の数値が実際の値に対して10倍の誤差が生じた。この原因として、使用した木材がMDF材(合成木材)であったことや、反射光の変位のみ取りの誤差が考えられる。

参考文献:「固体の弾性」, 慶應義塾大学, www.sci.keio.ac.jp/gp/87B7D75A/4043CFE5/59145F87.pdf

台車上の振り子の運動

4年A組 柴田 凌輔

4年C組 鶴崎 桐梧

指導教員 藤野 智美

1. 要約

私たちはある条件下で振動する振り子の挙動について興味を持った。台車に設置した振り子をつり合いの位置から離して振り子を揺らすと、台車が振り子の初速と逆向きに進み始め、振動しながら少しずつ前進することが分かり、考察を行なった。

キーワード 振り子, 台車, 運動量, 重心の運動

2. 研究の背景と目的

振動する振り子を設置した台車の運動に興味を持ち、挙動の分析と理論による考察を行うことを目的とした。

車と振り子の挙動について観測、撮影した。

<実験結果>

撮影した動画の一部を合成したところ、以下の図のように振り子の振動とともに、台車が右に向かって前進した(図2)。

3. 研究内容

3. 1 実験 台車と振り子の振動

以下の方法により、台車上に振り子を設置し、実験装置を作成した。

<実験装置>

- ① ミニ四駆の台車部分に竹串を三本固定し、振り子の支柱とした。
- ② 長さを調節した紐と 50g のおもりをつけ、台車上に振り子を設置した(図1)。

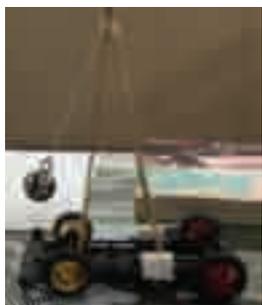


図1

<実験方法>

前述した実験装置において、おもりを任意の位置から離して振り子を振動させ、台



図2

<考察>

実験1の結果より、振り子の振動に伴い、台車も振動しながら少しずつ車体が前進することが分かった。車体が移動した原因として、実験器具を動かす際、おもりと台車を両方手で持ち同時に離していたため誤差が生じたと予想した。そこで、そのような要因に左右されない状態での台車の挙動を確認するために、運動量の概念を用いて台車の挙動を理論的に考察した。

3. 2 運動量を用いた挙動の予想

台車の模式図を図 3 のように書き換える。車体を前進させる要因として、振り子の張力と重力を合わせた合力の反作用により台車が動いているという仮説を立てた(図 3)。



図 3

重力加速度を g 、振り子のおもりの質量を m 、台車の質量を M 、時刻を t とする。おもりにはたらく重力 mg と張力 T を合成した力を F とおくと、 F は復元力となるため、振り子は振動する。この F の反作用が台車にはたらくため、この反作用も復元力となり、台車も振動する。振り子と台車の速度を v, V とすると、運動量保存則より、

$$0 = mv + MV \quad \dots \textcircled{1}$$

①式より、台車の振動方向は振り子の振動方向と逆になることがわかる。

次に、振り子と台車の重心の運動について考える。振り子の重心の座標を $(x_m, 0)$ 、台車の重心の座標を $(x_M, 0)$ 、振り子と台車の重心の座標を (X_G, Y_G) とすると、重心の座標は次のように表される。

$$X_G = \frac{mx_m + Mx_M}{m+M}, \quad Y_G = 0 \quad \dots \textcircled{2}$$

②の X_G について、その速度を求めるために、②の時間変化を考えると、

$$v_G = \frac{X_G}{t} = \frac{m \frac{x_m}{t} + M \frac{x_M}{t}}{m+M} = \frac{mv + MV}{m+M} \quad \dots \textcircled{3}$$

②, ③より、③の右辺の分子が 0 となるため、 $v_G = 0$ となる。従って、振り子と台車の重心は静止していることがわかる。

4. 考察

3.2 の結果より、理論上は台車は前進せず、その場で振動すると予想され、図 2 で示した前進は誤差の影響である可能性が高い。原因として、振り子と台車から手を離すタイミングが同時ではないことが考えられる。また、振り子を支えている支柱が歪んでいる問題点も考えられ、図 3 のような装置が適していると考えられる。

5. 考察

上記の問題について検証するため、図 3 のような実験装置による追加実験を行うとともに、振り子が最下点になったタイミングで台車を動かし始めるなど、条件を変化させた場合についても考察したい。

6. 参考文献

[1] 「【Python 実践】微分方程式を scipy で解く！二重振り子の実践付き」

<https://www.sejuku.net/blog/74879>

[2] 「KIT 物理ナビゲーション 単振り子：運動方程式」 <http://w3e.kanazawa-it.ac.jp/math>

/physics/category/mechanics/masspoint_mechanics/simple_pendulum/henkan-tex.cgi?target=/math/physics/category/mechanics/masspoint_mechanics/simple_pendulum/sp_equation_of_motion.html

7. 謝辞

今回の研究を行うにあたり、指導教員の藤野先生には多大なご指導を賜りました。深くお礼申し上げます。

位置情報に基づく音像の作成

4年A組 中盛 楓也

指導教員 藤野 智美

1. 要約

直感的かつ便利な道案内システムを目指し、音による拡張現実を活用した観光ナビゲーションシステムを開発した。目的地までの相対的な位置関係を音の強弱や左右の音量バランスで表現し、実在しない音像(虚音像)を錯覚させる「立体音響」の作成を目指した。

キーワード 拡張現実、虚音像、立体音響

2. 研究の背景と目的

観光地で目的地を探す際、地図アプリやガイドブックを開くために、歩きスマホや、道で立ち止まる必要がある。この問題を解決するために、目的地と現在地の位置情報をスマートフォンで取得し、距離や方角を音響の差として表現した「立体音響」を作成し、観光スポットから流れているかのように錯覚させることで、より直感的かつ便利なシステムが開発できるのではないかと考えた。(なお、「虚音像」とは、「音源の位置を、実際の音源位置とは違って錯覚してしまう音像」と定義した。)

<緯度差から南北間の距離を求める>

地球の円周を 40054782(m)とすると、現在地と虚音像との緯度の差は1度あたり $40054782 \div 360 = 111263.283(m)$ となる。

<経度差から東西間の距離の算出>

経度1度あたりの距離は図1より

$$\frac{\cos\theta \times 63756150 \times 2\pi}{360}$$

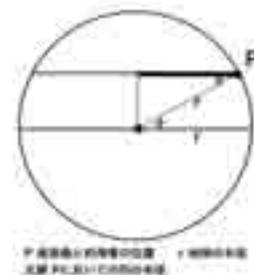


図1 経度1度あたりの距離の図

3. 研究内容

3. 1 GPSによる相対位置関係の測定

使用ソフト(Unity)の機能を用いて、利用者のGPSデータから現在地の緯度と経度を1秒毎に取得する。得られたデータをもとに、以下の手順により設定した虚音像を出現させる位置(観光スポットの位置)と利用者の直線距離を求めた。

3. 2 利用者の向いている方向

デバイスの磁気センサのデータから方角の情報を得る。利用者はデバイスをポケットやカバンに入れて持ち運ぶ可能性があり、利用者に対して水平とならない場合がある。その状況を想定し、以下のアルゴリズムによってデバイスの角度を補正する。

- ① デバイスを水平かつ利用者に対して真正面になるように持った状態で、水平時の地理方向を登録する。
- ② デバイスをポケット等に入れ、①の10秒後に地理方向を測定する。
- ③ ①と②で得たデータの差を求め、以後リアルタイムで得た地理方向データに、この差を加えて、修正を行う。

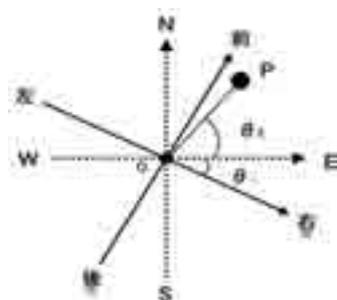


図2 虚音像の位置と利用者の位置関係

3. 3 立体音響の作成

再生する音源の音量と左右のバランス差により、立体音響を表現した。

- ① 3.1 で求めた緯度・経度差から現在地と虚音像の距離 $k(\text{m})$ を得る。
- ② 20m 以内で虚音像に近づくほど音を大きくするために、最大音量を1とし、音量を $(20 - k)/20$ とする。
- ③ 3.1 で得たデータより、方角を基準とした座標(図2点線)に虚音像Pをとる。
- ④ 3.2 で得たデータより、利用者の向いている方向(図2実線)を座標上にとる。
- ⑤ 利用者の向いている方角 θ_1 と利用者の位置に対する虚音像の地理的方向 θ_2 をとり、 $\theta_3 = \theta_1 + \theta_2$ とする。
- ⑥ 左右の音量バランスを $\pi - \theta_3 : \theta_3$ とする。 $\theta_3 > \pi$ (虚音像が利用者の後ろ側にあ

る)である場合、音量を半分にする。

4. 考察と今後の展望

前述したデバイスの位置情報と方位情報から立体音響を作成し、虚音像を錯覚させることができた。しかし、GPSの更新速度が遅いため歩行しながらの利用に違和感を感じた。また、イヤホンからの音量の左右差だけで立体音響を表現したため、前後の差を聞き分けることができなかった。

今後の展望として、GPSの更新速度のラグの問題を解決するために、ジャイロを使った補正を実装したい。人間がどのようにして前後差を聞き分けているかを調べ、システムに応用したい。

5. 参考文献

- [1]Unity × GPS × GoogleMapsAPI で日常生活にミニマップを
<http://hro.hatenablog.jp/entry/2015/08/08/005930>
- [2] NEC、ヒアラブルデバイスを活用し、顔の向きに関係なく音源を任意の位置で固定する世界初の音響AR技術を開発
https://jpn.nec.com/press/201709/20170925_05.html

6. 謝辞

今回の研究を行うにあたり、顧問の藤野先生には多大なご指導をいただきました。この場を借りて、深く御礼申し上げます。

超音波を用いた非接触型感覚入力モジュールの開発

4年C組 望月 草馬

指導教員 藤野 智美

1. 要約

本研究では、超音波フェーズドアレイシステムの構築による超音波振動子(以下、振動子)の制御に取り組んだ。この研究では、単一の振動子による微小な音響放射圧を空間上に焦点化することで、何も無い空間に触覚を作り出す「非接触型感覚入力モジュール」を作ることを目指す。多数の振動子の位相を制御かつ出力するために、集積回路 FPGA(Field Programmable Gate Array)を活用し、クロック周波数 50MHz を振動子の周波数 40KHz に適用するシステムの開発、および振動子の位置に応じた位相差の算出結果を 72 個の振動子に適用したところ、音響放射圧を特定の場所で焦点化することに成功した。

キーワード 超音波、フェーズドアレイ、音響放射圧、FPGA

2. 研究の背景と目的

私は、以前から VR や AR、MR に興味を持ち、画像認識システムやアプリケーションの開発に取り組んできた。しかし、これらのシステムは基本的に視覚情報しか伝えることができない。そこで、それらのデバイスに表示される仮想物体に触覚を持たせることでさらに利便性を高めることができるのではないかと考え、研究を開始した。医療で結石などを破碎する手法として超音波が用いられていることから、これを利用し、触覚を刺激しようと考えた。加えて、MR や AR 技術と組み合わせることや障害者の方々の補助インターフェースの開発を目指している。

3. 研究内容

3. 1 音響放射圧

超音波の進行を物体が遮ると、その物体表面の超音波の進行方向に音響放射圧という力が働き、その利用により、触覚を刺激することができる。音響放射圧は以下の式から求めることができる。

$$P = aE = a \frac{I}{v} = a \frac{p^2}{\rho v^2} \quad (1)$$

P [Pa]: 音響放射圧 a : 物体によって決定する係数
 E [J/m³]: 音響エネルギー密度
 I [W/m²]: 音響インテンシティ v [m/s]: 音速
 ρ [kg/m³]: 媒質の密度 p [Pa]: 超音波の音圧

(1)式より音響放射圧は超音波の音圧によって変化することがわかる。

3. 2 フェーズドアレイ

3.1 で述べたように、音響放射圧は超音波の音圧によって変化する。しかし単一の

振動子からの音圧は非常に小さいため、音響放射圧も非常に微弱なものとなってしまふ。そこで、より大きな力を得るために多数の振動子の位相を制御することによって空中に焦点(音響放射圧の集中する点)を作る(図1)。



(図の●の点で強め合う)

図1

この手法により接触状態で任意の場所に音響放射圧を発生させることができる。各振動子の位相は、式(2)で示される波数を算出し、その差を用いて位相差を実現した。

$$w_i = \frac{D_i}{\lambda_i} = \frac{D_i}{vT} = \frac{D_i f}{v} \quad (2)$$

w : 波数 i : 振動子番号
 $D[m]$: 振動子から焦点までの距離
 $\lambda[m]$: 波長 $v[m/s]$: 音速
 $T[s]$: 周期 $f[Hz]$: 周波数

(2)式を活用して位相を制御する。

3. 3 振動子制御

3. 3. 1 超音波の発振

まず、超音波の発振システムを開発した。安価な理由から、振動子は周波数が40kHzのUT1007-Z325Rを用いた。

(1) Arduino Uno の利用

最初に Arduino で、40kHz の矩形波の発振を行い、振動子制御が可能かどうかを調べた。

<方法>

Tone 関数を用いることで周波数 40kHz を指定し、オシロスコープで 40kHz の矩形波が出力されているかを確認した。

<結果>

波形は図2のようになった。ややノイズがあることや、立ち上がりが遅いことがわかる。なお、複数端子での発振も試みたが、系統的に不可能であり、出力端子数が足りないということが課題となった。

<考察>

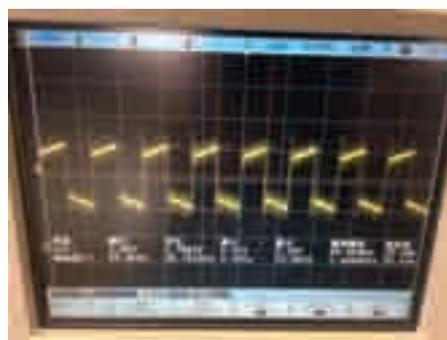


図2

Arduino は超音波の発振時、単一の振動子のみを用いる場合には問題がないが、多数の振動子1つ1つを同時に制御する用途には向かないことがわかった。

(2) FPGA の利用

端子数の不足を補うため、FPGA(Field Programmable Gate Array)に注目した。FPGA には2つの利点がある。1つ目は並列処理が得意な点である。Arduino 等のマイコンのように、既存の回路で処理を行うのではなく、回路自体を使用者が選択できるため、多くの処理を同時に処理するような回路も実現可能となる。2つ目は、種類が豊富かつ出力端子数が100以上のものも存在する点である。以上の利点から、

FPGA での超音波の発振を試みた。

<方法>

今回私が用いた FPGA(DE10-NANO)のクロック周波数は 50MHz であるため、振動子の対応周波数である 40KHz に分周させる必要がある。そこで、以下の処理を行い、50MHz を 40KHz に変換した。

- ① FPGA のクロックが立ち上がる度にカウンタ変数を加算していく。
- ② FPGA のクロック周波数(50MHz)の一周期は 20ns、40KHz の一周期は 25000ns。つまりカウンタ変数の値を $\frac{25000}{20} = 1250$ カウントしたときが 40KHz の一周期となるため、以下のような処理を行う。図 3 はイメージ図である。

カウンタ変数の値 ≤ 625 → 出力 off
625 < カウンタ変数の値 → 出力 on
カウンタ変数の値 > 1250 → 初期化

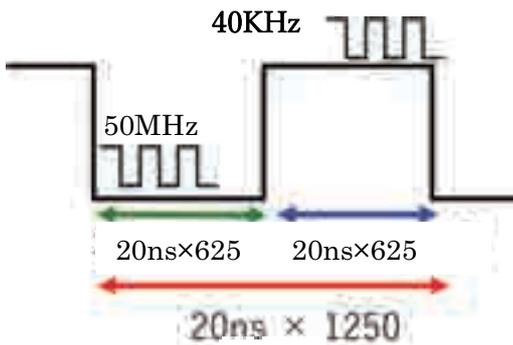


図 3

<結果>

図 4 は FPGA からの出力をオシロスコープで測定したものである。結果から安定して 40KHz 矩形波を出力できていること

がわかる。

<考察>

今回用いた出力端子は一つだが、同様の処理をほかの端子にも同時に行うことができるため、これで、多数の振動子に 40KHz の同位相の矩形波を発振すること



図 4

は達成された。

3.3.2 位相制御

次に、40KHz の位相を制御し、FPGA で出力するシステムを考えた。前述したように、今回の研究ではフェーズドアレイを利用する。各出力端子の位相制御をしない場合、図 5 のように振動を弱め合う場合が生じ得るため、集束地点で強め合うように制御する必要がある。

振動子 A

振動子 B

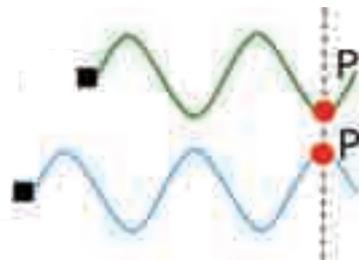


図 5

<方法>

周波数を 40KHz に固定しなければならぬため、発振のタイミングをずらすことによって位相を制御した。以下は振動子 A

と B を発振時に逆位相にする場合の処理方法である。

- ① 40KHz の半周期は $\frac{25000(ns)}{2}$ 、つまり、12500(ns) である。FPGA のクロック数では、 $\frac{12500(ns)}{20(ns)} = 625$ (クロック) となるため、このクロック数だけ振動子 A の出力に対して振動子 B の出力を遅らせる。
- ② 振動子 B の出力のクロックカウンタ変数を A=0 の場合 B=625 というように代入する。

以上のような処理を行うことで任意の位相差をつけてパルス波を出力することができる。(図 6)

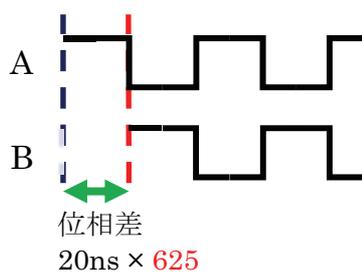


図 6

<結果>

上記の手法を用いて FPGA での位相制御をした結果は以下ようになった(図 7、図 8)。図 7 の波形 a、b はそれぞれ図 6 の出力 A、B の実測値を表しており、位相を逆位相に変換して出力したものである。図 8 の波形 c、d はそれぞれ図 6 の出力 A、B の位相を 1/4 周期ずらしたものに交換し、出力したものを表している。結果より、図 7 はそれぞれが逆位相、図 8 は 1/4 周期ずれて出力されており、位相制御が正確になされていることがわかる。



図 7



図 8

<考察>

実験で用いた出力端子数は二つだけだが、これをほかの端子にも適用することで多数の振動子の位相制御が可能となる。

3. 4 振動子と FPGA の接続

実際に FPGA と振動子を配線した。その後、各振動子の位相差を計算するシミュレータを作成した。そして、FPGA の発振回路に各振動子の遅延時間(クロック数)を適用し、超音波の集束点を作ることができるかを検証した。

3. 4. 1 振動子の配線

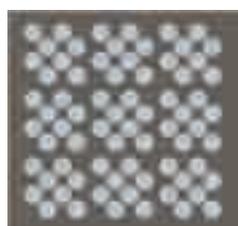
ブレッドボードに 72 個の振動子の配線を行った。この 72 という数字は、今回用いた FPGA の DE10-Nano のユーザー I/O 端子 80 端子(40 端子 × 2)から 3V 電源、5V 電源および GND の端子を除いた数である。実際に配線した様子が図 9 であり、上面から見たものが図 10 である。ブレッ

ドボードはホールの位置が決まっている。そのため、各振動子を少しずつずらし、9つのコロニーを形成させることで配線可能な空間の確保と各振動子の実装密度を高め、図 10 のような配置となった。



72 個の振動子をブレッドボードで配線した様子

図 9



72 個の振動子をシミュレータ上に配置したものを上面から見たもの

図 10

3. 4. 2 各振動子の位相差計算

今回使用した振動子は合わせて 72 個ある。今後研究を進めていくうえで振動子の数はより多くなり、全ての振動子の超音波の位相差を求めていくのはより困難である。そこで、ゲーム開発エンジンである Unity を用いて各振動子の位相差を計算し、それを FPGA のクロック数に換算するシミュレータを作成した(図 10)。

<計算フロー>

- ① あらかじめ 3D 空間に配置しておいた集束点座標と全ての振動子の座標を取得。同時に気温の値を考慮し、波長を計算する。
- ② 集束点と各振動子の距離を計算する。
- ③ ②より得られた距離から位相を計算する(3.3.2.を参照)。
- ④ ③より得られた位相から各振動子の遅

延を FPGA のクロック数に換算する。

3. 4. 3 FPGA の実装

次に、FPGA の回路設計をした。これまでの実験では最大でも 3 つまでしか出力を同時に行っていなかったため、40KHz の発振および位相制御を行う回路を 72 端子全てに適用した。

<出力フロー>

- ① あらかじめ入力しておいた各振動子の遅延時間を各振動子の発振回路のカウンタ変数へ代入する。
- ② 各端子から 40KHz のパルス波を出力する。

<結果>



図 11 位相制御前

図 12 位相制御

図 11 は全ての振動子が同位相で超音波を出力した時の様子で、図 12 は位相を制御し、超音波マイクロフォンセンサ(以下、センサ)部に超音波の集束点を発生させた際の様子である。オシロスコープはセンサと直列に接続した。オシロスコープの画面から分かるように、センサが同じ位置にあるにも関わらず、同位相での発振と位相調整後の発振では、得られる波形が異なることがわかる。図 11 では位相が異なる波が乱雑に重なり合い、振幅も小さい。そ

れに対して図 12 では波がそろっており、振幅も大きい。

4. 考察

FPGA による多数の振動子への 40KHz の発振回路の構築に成功した。また、位相制御(フェーズドアレイ)による音響放射圧の増幅を実現した。

5. 今後の展望

① 各振動子の発振遅延時間計算の自動化

今回は、自作したシミュレータで計算した値を直接回路に書き込んでいるため、任意の座標へ瞬時に音響放射圧を集中させることができていなかった。実現には外部からの座標を取得し、内部で全てを処理するシステムの構築が必要である。

② 音響放射圧の強化

今回の実験では FPGA の発振出力電圧が低すぎるため触覚などを感じる事ができなかった。今後、より高い電圧を振動子にかけることによってさらに大きな音響放射圧を得る必要がある。

③ 振動子を実装する専用基盤の作成

今回の研究ではブレッドボードを用いたため、振動子の配置が制限され、配線も複雑した。よって、専用基盤をデザインする必要があると考えている。

6. 参考文献

- [1] 三浦 登, 「改訂 物理基礎」,
- [2] 星 貴之(2014), 「接触作用力を発生する小型超音波集束装置の開発」

(計測自動制御学会論文集 Vol.50, No.7, 543/552(2014)),

http://star.web.nitech.ac.jp/pdf/2014SICE_paper.pdf

[3] 小林 優, 「FPGA ボードで学ぶ 組み込みシステム開発入門 [Intel FPGA 編]」, 技術評論社

[4] 芹井 滋喜, 「超入門! FPGA スタート・キット DE0 で始める Verilog HDL」, CQ 出版

[5] すすたわり, 「回路図で学べる FPGA 入門 回路図は読める人のための HDL ガイド」, 秀和システム

7. 謝辞

今回の研究を行うにあたり、顧問の藤野先生には多大なご指導を賜りました。また、同研究会の先輩方に多くの助言をいただきました。この場を借りて深く御礼申し上げます。

災害用ペットボトルロケットの開発

3年A組 安藤 陽史 3年B組 中野 光貴
3年C組 大塚 雄大 3年C組 坂本 一眞
指導教員 藤野 智美

1. 要約

私たちは地震などの災害時(特に夜間)において、通信網に障害が起きた時の物理的通信手段として、光源を高く打ち上げて通信する方法に興味を持った。そこで、火を扱わずに操作が簡単かつ安価な災害用ペットボトルロケット(以下、災害用 PBR)の開発を目指した。

キーワード PBR(ペットボトルロケット)、災害時通信、光源

2. 研究の背景と目的

近年インターネットなどの無線通信が広く普及し、災害用の通信手段も無線通信に置き換わりつつある。しかし、これらの無線通信は通信設備に大きく影響され、東日本大震災において発生したように、使用不可になるという可能性が存在する。そこで私たちは通信手段の多様化を図り、通信が出来なくなるリスクを押さえる新たな通信手段として災害用 PBR の開発に取り組んだ。最終的に開発を目指すのは、ロケットの先端につけた光源を夜間に離れたところから目視で確認できる通信手段である。

①噴射口

ペットボトルキャップに穴を開け、水道コネクタ(オス)を半分に切断したものに接着する(図 1)。

②発射台

水道コネクタ(メス)と自転車バルブを空気漏れがないよう接着し、コネクタの側面に結束バンドで自転車ブレーキ用ワイヤの可動部と非可動部の 2 点を固定する。これを木製の台に固定する(図 2)。

<材料>

- ・水道用コネクタ(オスメス)
- ・自転車バルブ
- ・ペットボトル(1 L) 組立

3. 研究内容

3. 1 実験目的と方法

<目的>

PBR を打ち上げた時に光が見える範囲を推定する。

<方法>

以下の方法で PBR を作成した。なお、本体には炭酸水用の円柱状のペットボトルを用いた。



図 1



図 2

3. 2 実験手順

PBR のノーズ部に小型カメラを積載し、

下記の①～③に従ってロケットを打ち上げ、得られた映像から見える範囲を推定する。

- ① 噴射口を取り付けた PBR に水を入れ、発射台に取り付ける。
- ② 自転車用空気入れに発射台を接続し、約 30 回(約 5～7 気圧) ポンピングする。
- ③ 発射台から離れ、自転車ブレーキ用ワイヤを引き、発射させる。

3. 3 実験結果

- ① ロケットの光源部は高度約 20 m に到達した。
- ② カメラには最深部の建物と考えられる A が写り、打ち上げ地点間との距離は地図上で約 1.2 km 離れていた(赤丸部)。

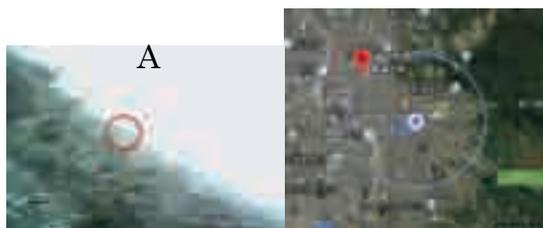


図 3

図 4

今回製作した PBR は地図上で半径約 1.2km の範囲の建物に光源の光を届けることができるかと推定される。

4. 考察

実験結果①と②より、製作した PBR は地上から約 20 m の高度に達し、届けることができる光のおおよその範囲は約 1.2 km ということが分かった。このことから、光源が肉眼で確認できる光量を届けなければならない距離は、次のように求めることができる。

h : ロケット最高到達高度(20 m)

r : 打ち上げ地点と建物 A 間の距離
(1200 m)

三平方の定理より、光源の最高到達点と建物 A 間の距離は以下ようになる。

$$\sqrt{h^2 + r^2}$$

ここに各数値を代入すると結果は 1200.1 m となる。よって、光源が肉眼で確認できる光量を届けなければならない距離は約 1200 m とすることができる。

5. 今後の展望

今後は実際に光源を載せてペットボトルロケットを打ち上げ、実際に推定範囲まで届く光の強さを調べて行きたい。

6. 参考文献

[1] 「学校間総合ネット」

<http://www.gifu-net.ed.jp/kyoka/rika/risutebiki/32/5pettobotoru.pdf>

[2] 「ペットボトルロケット発射台製作キット非公式説明書」

<http://www.naganorc.co.jp/yahooauctions/rocket/>

[3] 「【完全自作】ペットボトルロケットの発射口と発射台の作り方」

<http://teppodone.hatenadiary.jp/entry/20130809/1376040428>

7. 謝辞

今回の研究を行うにあたり、多大なご指導を賜った顧問の藤野先生、研究のアドバイスをくださったサイエンス研究会の先輩方にこの場を借りて深く感謝申し上げます。

ハイドロキシアパタイトの合成と色素吸着実験

6年D組 山口 華佳

指導教員 松浦 紀之

1. 概要

生活廃液中の不純物の除去には、多孔質性の吸着を利用した活性炭が用いられている。活性炭以外にも水の浄化に有効な物質がないかと考え、人工骨、人工歯、歯磨き粉などに利用されているハイドロキシアパタイト(HAp)に着目し、水の浄化作用に関する研究を行った。

2. 研究背景

ハイドロキシアパタイト(HAp)は、 $\text{Ca}_{10}(\text{PO}_4)_6(\text{OH})_2$ で表されるカルシウムの化合物である。吸着性が高く、生体分子の分離のためクロマトグラフィー、脂質等の吸着、除去のため化粧品などに利用されている¹⁾。また、骨や歯と同じ化学組成を持ち、生体親和性が高く、人工骨、人工歯などに利用されている。天然ではフッ素燐灰石として大量に採掘されている。

生活廃液中の不純物の除去には、多孔質性の吸着を利用した活性炭が用いられている。そこで、活性炭に代わる水の浄化に有効な物質としてHApに注目し、水の浄化作用に関する研究を行った。

3. ハイドロキシアパタイトの合成

文献を参考に、2通りの方法でHApを合成した。

(1)方法1²⁾

64.1 mmol のリン酸水溶液 300 mL を、HAp の化学量論組成 (Ca/P=1.67) に相当する 0.106 モルを溶かした 120 mL の水酸化カルシウム水溶液に一滴ずつ滴下した。48 時間室温で攪拌を行い、その後静

置した。得られた沈殿をろ過し、自然乾燥させた。水分が蒸発したら、900°Cで3時間焼成を行った。このとき、結晶中のイオンや結晶形状を制御することで、有機物の選択的吸着機能を持たせられると考え、CaとPの比を、HApの化学量論組成であるCa/P=1.67に対して変化させ、化学量論組成型、Ca欠損型、Ca過剰型の3種類を合成を試みた。

(2)方法2³⁾

ポリエチレン製の1L容器に純水1.0Lを入れ、水酸化カルシウム0.020molを溶かし、24時間攪拌した。これにリン酸水溶液をCa/Pの比に応じて滴下し、100°Cの恒温乾燥機内で48時間熟成させた。得られた白色沈殿は、遠心分離器によって分離し、その後回収し、40°Cで乾燥させた。量論組成型、Ca欠損型、Ca過剰型の3種類を作り、Ca/Pの比はそれぞれ1.67、1.60、1.89とした。

4. 結果と考察

方法1、2のいずれも、白色の粉末が得られた。方法1では、白色粉末の収量は少なかった。この方法では、同じように合成しても、形状が異なるものが生成

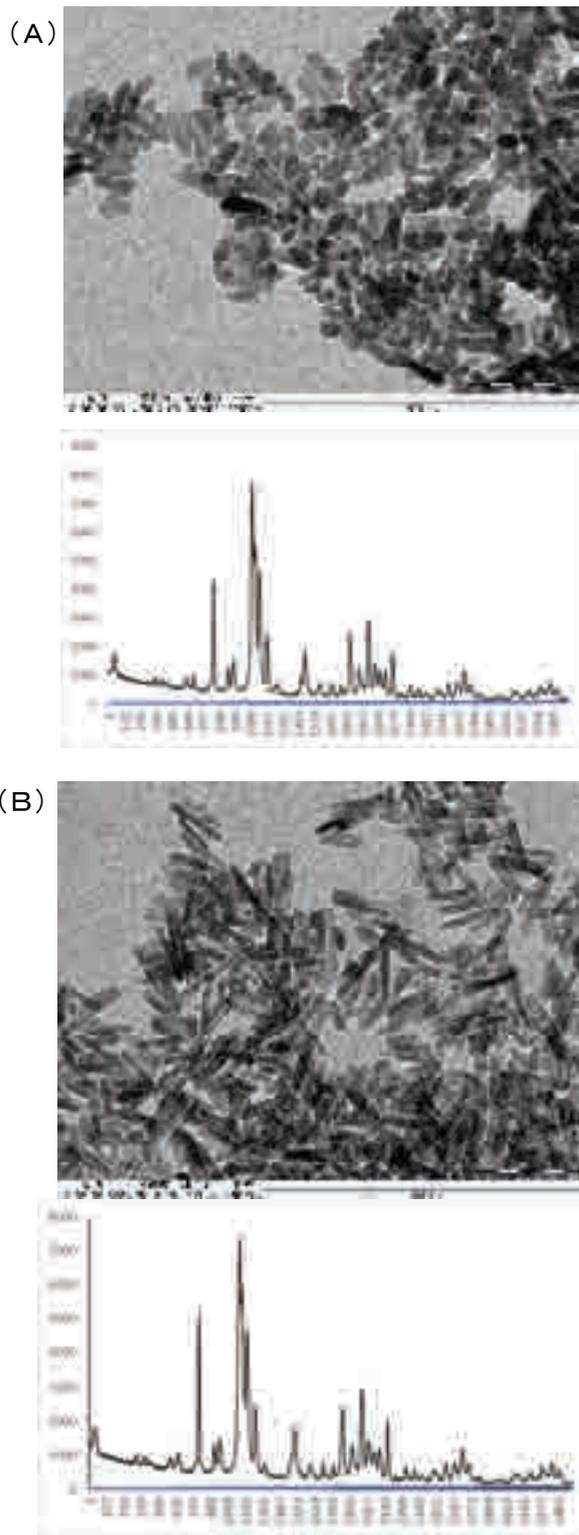


図 1. 透過型電子顕微鏡(写真)と粉末 X 線回折の測定結果。A (上), B (下)のいずれも方法 2 (Ca/P=1.67)で合成しており、同じ実験条件でも生成した HAp の結晶性は異なった。

したため、うまく合成することができなかったと判断した。

方法 2 によって得られた白色粉末は、透過型電子顕微鏡 (SEM) と粉末 X 線回折 (XRD) で測定し、評価を行った (図 1)。SEM, XRD 測定の結果, HAp の標準サンプル⁴⁾の HAp とグラフのピークがほとんど同じだったことから, HAp が生成していることがわかった。

同じ合成条件でも, ロットによって生成した HAp の結晶性は異なった。また, Ca と P の組成も異なると考えられる。XRD の結果より, 合成した HAp は, 神鳥研合成のものより, グラフのピークがより鋭いことから, 結晶性が良いと判断できた。

5. 色素吸着実験

合成した HAp を用いて, HAp が有機物の吸着への利用が可能かを調べるために, 色素を用いた吸着実験を行った。比較対象には HAp, セライト, 水酸化カルシウム, 炭酸カルシウム, 活性炭素, 色素にはオレンジII, メチレンブルーを用いた。オレンジIIは水溶液中で負に帯電する酸性染料, メチレンブルーは正に帯電する塩基性染料であるので, 吸着する粒子の電荷による, 吸着具合の違いがないか調べることをねらいとした。

(1) 実験

オレンジII, メチレンブルーの $1.0 \times 10^{-5} \text{ mol/L}$ 水溶液を調整した。色素水溶液 10mL に HAp, セライト, 水酸化カルシウム, 炭酸カルシウムを 0.10 g, 活性炭素を 0.010 g ずつ加え, 1 分間超音波洗浄機で粒子を撈拌したのち, スターラ

一で10分間攪拌を行い、沈殿と(ろ液?)に分かれるまで静置した。ろ液をろ過し、分光光度計で吸光度を測定した。

(2) 結果

オレンジIIの波長 445nm, メチレンブルーの波長 664nm における吸光度は以下のようになった (表 1)。

表 1. 色素の吸着実験

	オレンジII	メチレンブルー
溶液のみ	0.486	0.888
HAp	0.222	0.210
セライト	0.690	(注釈 1)
Ca(OH) ₂	0.026	0.516
CaCO ₃	0.211	0.279
活性炭	0.288	0.015

(注釈 1) 粒子がとりきれなかったが、溶液の色は無色に近かった。

(3) 色素吸着実験の考察

HAp はどちらもある程度は吸着したが、完全に色素粒子を取り除くことはできなかった。水酸化カルシウムは、色素は液性によって構造が変化し、正負の帯電具合が変わるので、オレンジIIとメチレンブルーで大きく吸着量が変わったと考えられる。炭酸カルシウムは、水酸化カルシウムほど吸着量に差はなかった。活性炭は粒子の質量が他の 10 分の 1 であるのにもかかわらず、最もよく吸着した(図 2)。

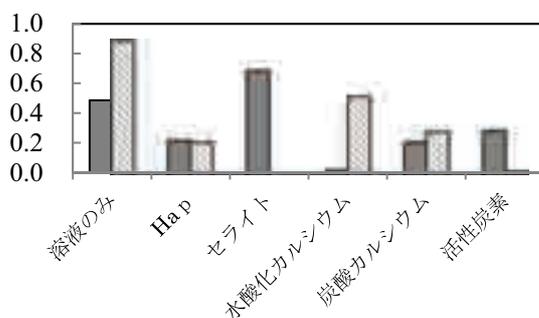


図 2. 吸着実験の結果

6. まとめと今後の課題

透過型電子顕微および粉末 X 線回折の結果、水酸化カルシウムとリン酸から結晶性が極めて高い HAp を合成することができた。

水溶液中の色素の吸着実験の結果、合成した HAp よりも市販の活性炭の方が吸着量(質量あたりの吸着)が大きかった。このことから、HAp が水溶液中の有機物除去に有用であるとは言いきれない。

HAp の電荷による吸着という特性を生かすため、溶液中の pH を変えることで、色素に電荷をもたせ、帯電状態の粒子に対する吸着の程度を調べたい。有機物の種類による選択的な吸着をめざす。HAp は有機溶媒に浸すことで、吸着した有機物を脱離するという性質があるので、脱離作用についても詳しく研究したい。

謝辞

HAp 合成方法、電子顕微鏡および粉末 X 線測定に際し、大阪教育大学の神鳥和彦先生にお世話になりました。

参考文献等

- 1) 例えば、河本邦仁、無機機能材料、東京化学同人、2009.
- 2) 諏訪佳子、阪野英夫、水野峰男、齋藤肇、*Journal of the Society of Japan*, **101**, 659-664, 1993.
- 3) Z. H. Cheng, A. Yasukawa, K. Kandri, T. Ishikawa. *J. Chem. Soc., Faraday Trans.*, **94**, 1501-1505, 1998; K.Kandri, *Phosphorus Letter*, **1996**, 27, 12-16.
- 4) 大阪教育大学の神鳥和彦先生が合成したものの(同定済)と比較した。

食物繊維による合成着色料の吸収阻害

4年C組 竹内 華保
指導教員 松浦 紀之

1. 要約

食物繊維が物質を吸着する力を利用することで、合成着色料の体内への吸収阻害が可能かどうかを確認するモデル実験を行った。代表的な合成着色料である赤色102号、青色1号、黄色4号の水溶液に多織交織布を浸し、染色性の違いを確認した。次に、合成着色料の水溶液に体内に吸収されにくいと考えられる食物繊維と羊毛を共存させて着色実験を行い、添加した食物繊維による着色料の吸収阻害の影響を調べた。用いた合成着色料はいずれも、羊毛や絹に対して高い染色性があった。食物繊維のうち、セルロースおよびキチンが存在しているとき、合成着色料は毛糸に染着しにくいことが分かった。

キーワード 合成着色料 吸着 食物繊維

2. はじめに

食品添加物は、食品の風味や見た目を良くし、保存のために食品に添加される物質である。食品添加物にとって大切なことは、ヒトの健康を損なうことがないことであり、その安全性について興味を持った。色付けする用途の食品添加物には着色料があり、着色された食品を摂取すると、体内に着色料が吸着されるらしい。人体に有害な物質である着色料もあり、法律や規則で使用できなかつたり、摂取量が制限されたりしている¹⁾。

本研究では、タンパク質からできた繊維（羊毛や絹）を消化器内壁とみたくて、着色料がどの程度繊維に吸着されるかのモデル実験を行った。次に、体内に吸収されにくい食物繊維と羊毛や絹とを共存させて着色実験を行い、添加した食物繊維による着色料の吸収阻害の影響を調べた。着色料を吸着した食物繊維は、体内に吸

収されにくいため、ヒトへの影響は少ないと考えた。

3. 実験

3. 1 試薬, 装置

実験で用いた薬品は、購入したものをそのまま用いた。水溶液のpH測定は、pHメーター(HORIBAB-211)を用いた。溶液の吸光度測定は、分光光度計(島津UVmini 1240)を用いた。

3. 2 実験操作

実文献の方法²⁾を参考に実験を行った。薬品は市販のものをそのまま用いた。

(1) 合成着色料による多織交織布の染色

タンパク質からできた繊維（羊毛や絹）を含む様々な繊維の合成着色料の染着の程度を調べた。代表的な合成着色料である赤色102号、青色1号、黄色4号の水溶液(pH4.7リン酸緩衝液、色素の濃度が0.001%になるようにした)に多織交織布

(横糸にポリエステル, 縦糸に綿, ナイロン, アセテート, 羊毛, レーヨン, アクリル, 絹, ポリエステルを織り込まれたもの)を6枚入れ, 40°Cの水浴で加熱しながら5分ごとに1枚ずつ取り出し, 水で軽く洗い流し自然乾燥させた。

(2) 食物繊維存在下での合成着色料による毛糸(羊毛)の染色

消化器内壁にみたてた毛糸(羊毛)に食物繊維を共存させて, 染色実験を行った。添加した食物繊維による合成着色料の吸収阻害の効果を調べた。

塩酸でpH 1.7に調整した赤色102号, 青色1号, 黄色4号の各水溶液を5つ準備し, 長さ3cmの毛糸を6本入れた。さらに, 食物繊維(セルロースパウダー(染色実験用), CMセルロース(クロマトグラフ用充填剤), キチン, キトサン, アルギン酸ナトリウム)を0.50gずつ加え, 残り1つのビーカーには何も加えなかった。40°Cの水浴で加熱しながら5分ごとに毛糸を1本ずつ取り出し, 水で洗い流し自然乾燥させた。すべての毛糸を取り出したあと, ろ過し, 合成着色料の食物繊維に対する吸着の程度を観察した。

4. 結果と考察

(1) 合成着色料による多織交織布の染色

いずれの合成着色料で染色しても, 羊毛, 絹, ナイロンが染色され, 他の繊維はほとんど色が付いていなかった(図2)。これらの着色料の分子中には, スルホ基のナトリウム塩($-\text{SO}_3\text{Na}$)が含まれてお

り, pH 4.7の水溶液中では, $-\text{SO}_3^-$ となっている。一方, 羊毛や絹はタンパク質からなる天然繊維で, 分子中にアンモニオ基($-\text{NH}_3^+$)が存在し, これらの静電的な引力により, 染色されたと考えた³⁾。

(2) 合成着色料の強酸性溶液中(胃酸を想定した), 毛糸と食物繊維を共存させて染色の比較実験を行った結果, 着色料をよく染着する食物繊維は, キチン>セルロースパウダー>CMセルロースの順であった(図3, 表1)。キトサンとアルギン酸ナトリウムは, 水溶性の繊維のため, 実験には適さなかった。

5. まとめ

実験で用いた食物繊維では, キチンが着色料のタンパク質(羊毛)への吸収阻害の効果が最も大きかった。現在, 実験(2)で毛糸に吸着された着色料を塩基性条件下で抽出し, 比色計を用いて吸着量を定量化する実験を行っている。また, 食品中に含まれる食物繊維の含有量から, 着色料の影響を抑えることができる食品の摂取量を見積もってみたい。

6. 参考文献

- 1) 食品衛生法第10条
- 2) 井上正之, 現代化学 2008, 48. (2018年12月号)
- 3) 矢部章彦, 林雅子, 新版染色概説, 光生館, 1979, pp.135-142.

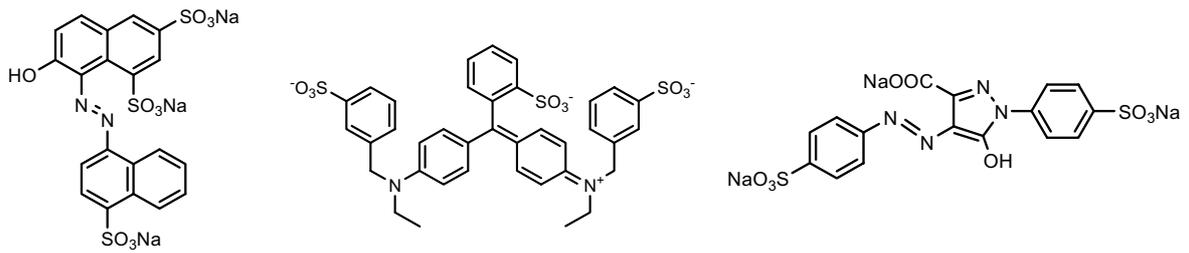


図1. 実験で用いた合成着色料。左から赤色102号(ニューコクシン), 青色1号(プリリアントブルーFCF), 黄色4号(タートラジン)



図2. 赤色102号, 青色1号, 黄色4号による多織交織布の染色

表1. 食物繊維存在下での合成着色料による毛糸(羊毛)の染色



図3. 毛糸と食物繊維を共存させて染色の比較実験を行った結果

加えた食物繊維	どちらに吸着するか	赤	青1	黄4
CMセルロース	毛糸	○	○	○
	セルロース	×	×	×
セルロースパウダー	毛糸	○	○	○
	セルロース	△	△	△
キチン	毛糸	×	△	×
	キチン	○	○	○
キトサン	毛糸	×	△	×
	キトサン	※	※	※

○: 吸着した, △: 少し吸着した, ×: 吸着しなかった
 ※: キトサンは溶液に溶けてしまった(ろ過できなかった)。

大気中の化学汚染物質測定法の開発

6年D組 山口 華佳

6年D組 大野 華子

指導教員 松浦 紀之

1. 要約

高校生が大気や水質の調査を行うときは、パックテストや気体検知管などを用いることが多い。これらは誰にでも簡単に取り扱いができるが、測定精度は高くはない。一方、イオンクロマトグラフのような高価な装置を用いると、高精度の測定が可能であるが、このような設置している高校はほとんどない。本研究では、高校で学習する「酸化・還元反応」や「有機化合物」を利用して、精度よく大気成分の検出・測定を行った。

キーワード 大気汚染物質 窒素酸化物 光化学オキシダント オゾン

2. はじめに

大気汚染について、日本国内では対策が進んでいるため話題になることは少ないが、世界に目を向けると、大気汚染は深刻な問題として取り上げられている。

高校生が大気や水質の調査を行うときは、パックテストや気体検知管などを用いることが多い。これらは誰にでも簡単に取り扱いができ、測定自体が短時間で終了するといったメリットがあるが、測定の精度は高くはない。一方、イオンクロマトグラフのような高価な装置を用いると、高精度の測定が可能であるが、このような設置している高校はほとんどない。

本研究では、高校で学習する「酸化・還元反応」や「有機化合物」を利用して、精度よく大気成分の検出・測定装置の製作や測定方法を開発することを目的とする。

3. 実験と結果

はじめに、大気中に含まれる汚染物質の一つである窒素酸化物について、生成実験

と検出実験を行った。

(1) 二酸化窒素および一酸化窒素の生成実験

実験室で窒素酸化物 (NO_2 , NO) を生成させる方法を検討した。一酸化窒素 NO の生成では、教科書に記載されている方法(銅と希硝酸との反応、窒素雰囲気下)では、水に溶けにくい無色の気体 (NO) の他に、少量の赤褐色の水に溶ける気体(二酸化窒素 NO_2) も発生することが分かった。

(2) ザルツマン法による大気中の二酸化窒素の定量測定

自動車の排気ガスなどに含まれる二酸化窒素は、ザルツマン法¹⁾と呼ばれる比較的簡単な方法により、高校生でも手軽に測定できる。この方法はザルツマン試薬とトリエタノールアミンを利用した方法である。トリエタノールアミンと大気中の二酸化窒素の反応からトリエタノールアミンの亜硝酸塩を生成させ、ザルツマン試薬のスルファニル酸や *N*-1-ナフチルエチレンジアミンと反応させた。このときに生じる赤色のア

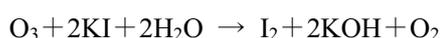
ゾ色素より、二酸化窒素の存在を確認することができた。

次に、光化学オキシダントの主成分であるオゾンに注目した。

(3) オゾンの生成実験

オゾン O_3 は酸素 O_2 の同位体で毒性が強い。実験室では、オゾンが無声放電によって発生させることができるが、今回は、簡易放電装置を用いて発生させた。

簡易放電装置は、文献の方法²⁾を参考にして製作した(図1)。試験管内に空気(または酸素)を充填してから、安全ピン2本とプラスチック注射器(60 mL)の針を差したシリコンゴムで栓をした。2本の安全ピンは、高圧電源装置(高圧電源装置:東京コネクト SWH-6028(DC 9V, 出力 DC 5kV, 50 μ A))に接続した。注射器のピストンを引いて試験管内を減圧することで、2本の安全ピンの間で放電させた。放電後の試験管の口にヨウ化カリウムデンプン紙を近づけると青色になったことから、オゾンの生成が確認できた。



生じたオゾンと様々な色素(メチルオレンジ(橙)、インジゴカルミン(青)、ブリリアントグリーン(緑)、チモールブルー(青))の0.5%水溶液とを反応させると、これらの色素は脱色した。

(4) 模擬大気実験装置の製作と中性 KI 法およびインジゴ法によるオゾンの半定量実験

大気中のオゾン濃度測定を行うために、オゾンを含む模擬大気をつくり、この大気中のオゾンの定量測定を行うことにした。まず、模擬大気実験装置を製作した(図2)。

塩ビパイプで45 cm × 45 cm × 135 cmの直方体にポリエチレンシートをかぶせたチャンバーを用意した。気体乾燥塔の内部に設置したオゾンランプ(セン特殊光源(株)、低圧水銀ランプ SL5DH, 3 W)を点灯して、オゾンを発生させた。このオゾンを含む空気を観賞魚用のエアープンプで送り込み、このチャンバー内の小型扇風機で気体を攪拌して濃度を均一にしてから、気体取り出し口に付けたチューブからオゾンを含む模擬大気を吸引した。気体の吸引は、観賞魚用のエアープンプを改造(排出ポンプを吸引ポンプにした)したものを用いた。オゾンの発生はオゾンランプをアルミホイルで覆うことで調整した。

吸引したオゾンを含む模擬大気は、緩衝液を含むヨウ化カリウム水溶液に通じた(中性 KI 法³⁾)。ヨウ化カリウムとオゾンとの酸化還元反応によって生じたヨウ素は、分光光度計(352 nm)により比色定量した。また、ヨウ化カリウム水溶液をインジゴの水溶液に代えて同様の実験を行った(インジゴ法)。青色のインジゴがオゾンによって分解して退色するため、退色の程度は分光光度計(600 nm)を用いて測定した。公定法である中性 KI 法と色素の退色反応を利用したインジゴ法には相関があったことから、色素を利用した方法がオゾン濃度の検出に使えることが確認できた。

4. 考察とまとめ

(1) 窒素酸化物の生成と検出

一酸化窒素 NO の生成では、教科書に記載されている方法(銅と希硝酸との反応)を用いると、微量の二酸化窒素も同時に発生することが分かった。ザルツマン法によ

り、二酸化窒素が検出できることを実験により確認した。

(2) オゾンの生成と検出

簡易放電装置を自作し、オゾンを発生させた。生じたオゾンと様々な色素とを反応させると、色素がオゾンにより酸化(分解)されて、脱色することが分かった。模擬大気実験装置を製作した。オゾンを含む模擬大気中のオゾンの定量を行うために、中性KI法(公定法)とインジゴ法(青色色素がオゾンにより酸化されて退色する反応を利用)を行った。これら2つの方法は相関があり、インジゴを利用したオゾン濃度測定が可能であることが分かった(図3, 4)。

参考文献

- 1) 化学実験テキスト研究会, 環境化学, 産業図書, 1993.
- 2) 西田哲也, 東レ理科教育賞受賞作品集, 2013, 25.
- 3) 宗宮功, オゾンハンドブック, サンヨー書房, 2004.

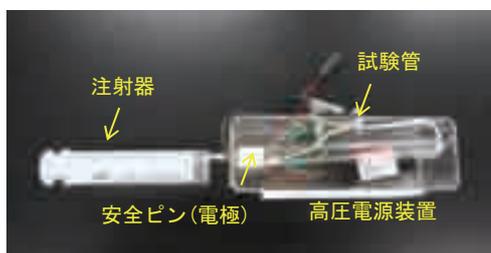


図1. 作成した簡易放電装置

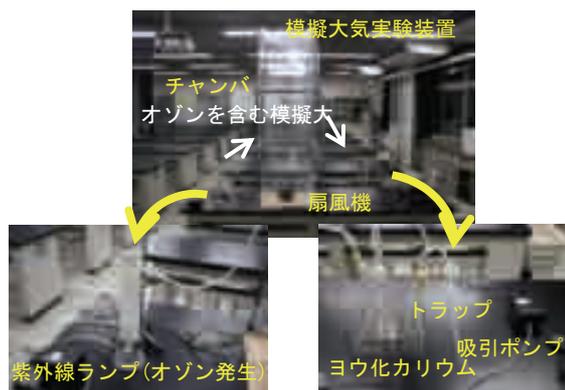


図2. 模擬大気実験装置(紫外線ランプで発生させたオゾンをチャンバー内に導入した。チャンバー内の扇風機で攪拌した大気をポンプで吸引し、KI水溶液に通じた。生成したI₂は分光光度計で定量した。)

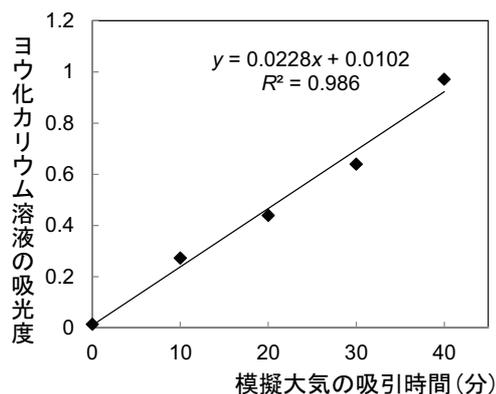


図3. 中性KI法(352 nmの吸光度と模擬大気吸引時間の関係)

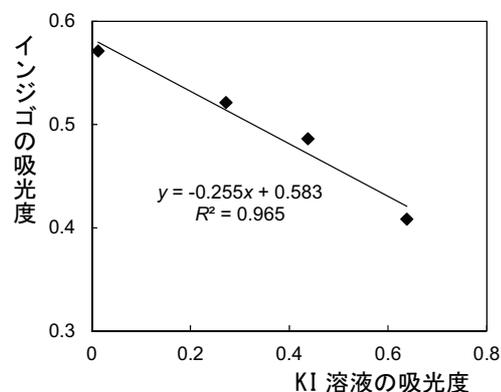


図4. 中性KI法(352 nmの吸光度)とインジゴ法(600 nmの吸光度)の関係

一酸化窒素と酸素の反応に関する考察

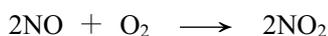
4年A組 丹下 雄登

4年B組 田處 悠真

指導教員 松浦 紀之

1. 要約

銅に希硝酸を加えると、無色の気体である一酸化窒素が生成する。一酸化窒素は酸素と速やかに反応し、褐色の二酸化窒素になる。



水上置換法でメスシリンダーに捕集した一酸化窒素に、直接、実験用酸素ボンベから酸素を送り込んだ。一酸化窒素と酸素の体積比が2:1のとき、すべて二酸化窒素になり水に溶解すると予想したが、実験を行うと、メスシリンダー内に水に溶けない気体が残った。疑問に思い、実験により反応を検討した。

キーワード 銅 硝酸 一酸化窒素 二酸化窒素 化学平衡

2. はじめに

銅に希硝酸を加えると、水に溶けにくい無色気体の一酸化窒素NOが生成する。NOは酸素O₂と速やかに反応し、水に溶けやすい赤褐色気体の二酸化窒素NO₂になる。水上置換法でメスシリンダー内に捕集したNOに、体積比がNO:O₂=2:1となるようにO₂を加え、さらに水に触れさせると、メスシリンダー内には気体が残った。この現象について疑問に思い、詳細に検討することにした。

3. 実験

3. 1 薬品・装置

一酸化窒素NOは、銅片に6.0 mol/Lの硝酸を反応させて、水上置換法により捕集したものをを用いた。酸素O₂は、実験用酸素ボンベをそのまま用いた。注射器は

100 mLのガラス製(ルアーガラス先)を用いた。注射器の連結には、プラスチック製の三方コックを用いた。

3. 2 実験操作

実験は文献の方法を参考に行った¹⁾。

実験1: 注射器内でのNOとO₂の反応

100 mLのNOが入った注射器Aと100 mLのO₂が入った注射器Bをつないだ(図1)。注射器Aに注射器BからO₂を10 mLずつ注入し、その都度注射器Aの目盛りを記録した。

実験2: NOにO₂を加えたあと、水に溶かしたときの体積

50 mLのNOが入った注射器Cに、注射器DからO₂を10 mLを加え、注射器Cの体積が一定になったあと注射器の目盛りを記録した。次に、注射器Dをはずして、

別の注射器を用いて注射器Cに20 mLの純水を入れ、よく振ってから注射器Cの目盛りを記録した。注射器D内のO₂を、15, 20, 25 mLに変えて、同様の操作を行った。

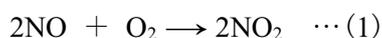
実験3：水中でO₂にNOを加えたときの体積

100 mLのメスシリンダーにO₂を40 mL入れ、これに注射器を用いてNOを10 mL入れた(図2)。メスシリンダーを揺らして水槽の水(22.0°C)を気体に触れさせたあと、メスシリンダー内の気体の体積を測定した。NOを10 mLずつ加え、同様の操作を行った。

4. 結果と考察

実験1：注射器内でのNOとO₂の反応

NOはO₂と反応し、赤褐色気体のNO₂になる。



また、NO₂は無色気体のN₂O₄と平衡状態にある。



実験結果より、グラフは2つの直線からなっていた(図3)。グラフの交点から、O₂を46.0 mL加えたときにNOが過不足なく反応することが分かった。理論値の50 mLからのずれは、注射器A内の不純物(おそらく空気中の窒素)と考えた。また、過不足なく反応したとき、注射器Aの体積が60.5 mLと求められことより、NO₂のうち80%がN₂O₄になっていたことが分かった(22.0°C)。この値は、文献値と一致した²⁾。

実験2：NOにO₂を加えたあと、水に溶かしたときの体積

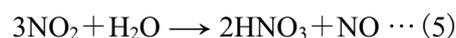
酸素を25 mL加える前までは、NOが過剰であるので、加えたO₂は必ず消費されNO₂になる(図4●)。一方、先ほどの気体に水を加えたときのグラフは、図4中の曲線のグラフになった。仮に、一酸化窒素に酸素を加えて生じた二酸化窒素が水に溶けたとすると、直線・破線のグラフになると考えられる。しかし、実験結果は、それぞれの測定地点で直線・破線のグラフよりも体積が少なくなっていることが分かった。これは、生成した二酸化窒素の体積以上に、気体が水に溶解したと考えられる。式(1)より、O₂の2倍の体積のNOが反応しNO₂が生成し、生成したNO₂は式(3)のようにH₂Oと反応し、硝酸HNO₃と亜硝酸HNO₂を生じる³⁾。



式(3)で生じたHNO₂は温度が高いととても不安定で、分解する⁴⁾。



式(3)、(4)をまとめると、



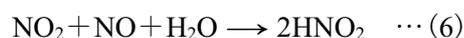
となるが、実験2では式(5)の反応が主には起こっていないことが分かった。

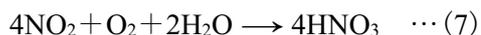
実験3：水中でO₂にNOを加えたときの体積

実験結果より、グラフより2つの直線が見られた。グラフの交点から、NOとO₂の反応は、62:40≒3:2(体積比)であった(図5)。これより、式(1)~(5)以外の反応が関与していることが考えられる。

5. まとめ

実験の結果から、NO₂とH₂Oの反応は、式(5)だけではなく





のように、NO や未反応の O₂ も関与していると考えられる。この反応は、大気中の酸性雨の生成にも関連している⁵⁾。

今後、水中で不安定な亜硝酸の生成量を求める実験を行い、一酸化窒素 NO と酸素 O₂ との反応や生成物が水に溶けるときの割合について調べたい。

6. 参考文献

- 1) 西川友成, 化学と教育 1990, 38, 574.
- 2) 鈴木仁美, 窒素酸化物の事典, 丸善, 2008, p.109.
- 3) J. D. Lee, 浜口博訳, 基礎無機化学, 改訂版, 東京化学同人, 1979, pp.123-127.
- 4) 守永健一, 酸化と還元, 裳華房, 1972, pp.135-140.
- 5) 堀善夫, 鈴木伸, 大気環境学会誌 1984, 19, 93.

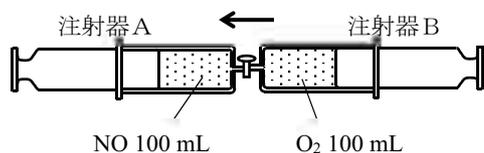


図1. 注射器内での NO と O₂ の反応

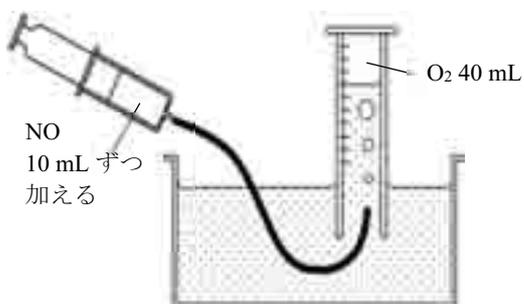


図2. 水中で O₂ に NO を加えたときの体積

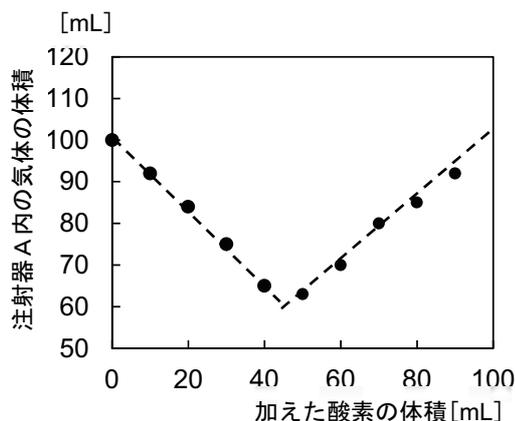


図3. 注射器内での NO と O₂ の反応

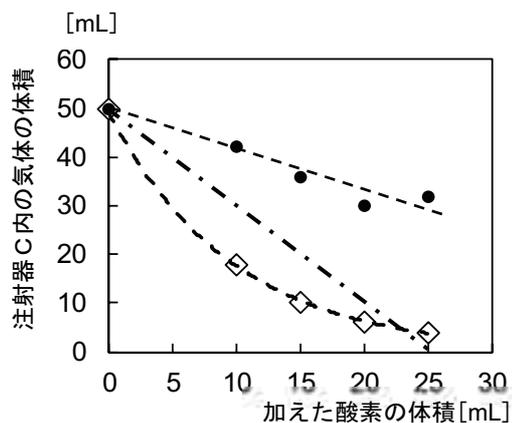


図4. NO に O₂ を加えた (●) あと、水に溶かしたとき (◇) の体積

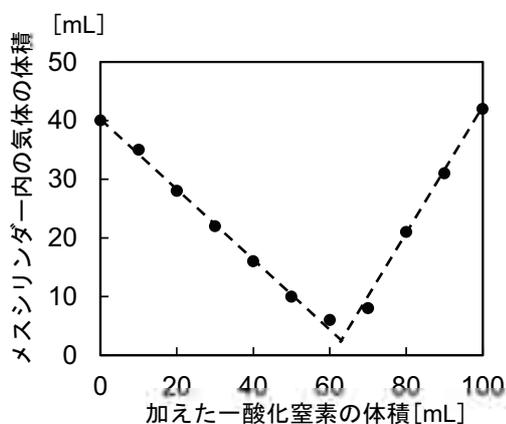


図5. 水中で O₂ に NO を加えたときの体積

酵母の培養条件

6年C組 立岩 彩楓

指導教員 松原 俊二

1. 研究の背景と目的

以前からドライイーストをエサとしてショウジョウバエの飼育を行ってきたが、今回はフルーツ酵母をエサとしてショウジョウバエの継代を試みた。また、長期間飼育を重ねることで、エサの違いによる形質の変化が確認できるのかを調べることにした。しかし、その途中段階であるコーングリッツ培地での酵母培養で問題が発生したため、その原因について考察した。

2. 研究概要（仮説と検証）

コーングリッツ培地内で酵母が増殖しなかった原因について、①温度条件、②成分の不足、③水分活性値の低下 の3つの仮説を立て、それぞれについて検証を試みた。

【仮説① 培地を保存する際の温度】

コーングリッツ培地は普段酵母の培養をしているインキュベーター内で保存しているため、温度が原因で酵母が増殖しないというのは考えにくい

【仮説② 酵母の増殖に必要な成分の不足】

フルーツ酵母の培養にはブドウ糖ペプトン培地を用いているため、コーングリッツ培地に含まれる成分とブドウ糖ペプトン培地に含まれる成分を比較した。

ブドウ糖ペプトン培地に含まれる成分と主な役割

ブドウ糖：炭素源として用いられる

酵母エキス：ビタミン・ミネラル・アミノ酸が豊富に含まれている

ペプトン：タンパク質の分解産物であり窒素源として用いられる

リン酸二水素カリウム、硫酸マグネシウム：無機塩類として用いられる

コーングリッツ培地の材料と含まれる成分

コーングリッツ：ビタミンやアミノ酸が豊富に含まれている

糖蜜：炭素源となるショ糖、ブドウ糖、果糖などの糖類や無機塩類である硫酸カリウムや硫酸カルシウム、窒素などが含まれている

プロピオン酸：防腐剤としての役割

これらのことから、酵母の発育には栄養素として炭素源、窒素源、ビタミン類、無機塩類などが要求されることがわかった。コーングリッツ培地はそれらの栄養素が含まれているので、酵母の増殖に必要な成分が不足しているとは考えにくい。

【仮説③ 培地の水分活性値の低さ】

食品に含まれる水分には結合水と自由水があり、そのうちの微生物の繁殖に作用する自由水の割合を水分活性値という。水分活性値によって増殖できる微生物が変化することが知られており、酵母は水分活性値 0.87 以下で増殖が阻止されることがわかっている。培地の水分活性値を測定することはできなかったが、水分活性値は乾燥した場合や塩もしくは砂糖を加えることで下がることから、培地を保存する際に乾燥の対策などをしていなかったことが今回の失敗に関係している可能性が考えられる。

3. 考察とまとめ

今回の実験では原因を完全に特定するには至らなかったが、水分活性値の低下が原因である可能性が示唆された。水分活性値が原因だった場合、培地を保管しておく際に乾燥の対策をする、あるいは培地に材料として入れる糖蜜の量を減らすなどの改良を加え、今後さらなる実験を行っていきたい。

参考文献

- 1) <https://wakariyasuku.info/動物・植物/ショウジョウバエの飼いかたと採集のやり方とは/>
- 2) http://www.eiken.co.jp/products_technique/es/pdf/es33.pdf
- 3) <https://www.fashion96.com/corn-meal/>
- 4) https://sugar.alic.go.jp/japan/view/jv_0011b.htm
- 5) https://www.kagoshima-it.go.jp/pdf/kenkyu_report/kenkyu_report_2015_05.pdf
- 6) <https://foods-qc.info/low-water-activity-microbial-growth-27/>

粘菌のニンジンへの走性

6年C組 松本 純子

指導教員 松原 俊二

1. 研究の背景と目的

粘菌はアメーボゾア門コノーサ綱変形菌亜綱に属する単細胞生物である。正の走性を示す物質には最短ルートで向かっていくという性質を持ち合わせている。本研究では真性粘菌イタモジホコリの変形体を使用した。以下、「イタモジホコリの変形体」を「粘菌」とする。

昨年の研究で、粘菌の変形体はニンジンから作成したカルス（未分化細胞の一種で分裂能を持つ）に正の走性を示す、という結論を得た。しかし、粘菌が反応したのはカルス自体ではなくカルスの材料であったニンジン由来の成分であった可能性が浮上したので、本研究では、粘菌がニンジンに対してどのような走性を示すかを調査した。

2. 研究概要（実験手法、結果など）

実験① 粘菌のニンジンへの走性

仮説：カルスを作る際には、細胞分裂が行われる部位である形成層が必要である。これと、粘菌がカルスに正の走性を示したことから、粘菌は植物の細胞分裂が盛んに行われる部位に正の走性を示すと考えられ、そのためニンジンの形成層にも近寄っていくと予想できる。

実験：粘菌をシャーレの端に置き、その反対の端に蒸留水を染み込ませたろ紙（対照実験）、オートミール、クエン酸水溶液を染み込ませたろ紙、形成層ありのニンジン、形成層なしのニンジンを置いた。各実験区でそれぞれシャーレを3枚ずつ用意した。

結果：

対照実験	シャーレ全体へ広がった。
オートミール	オートミールへほぼ最短距離で向かっていく。
クエン酸	シャーレ全体へ広がり、クエン酸には近寄らない。
形成層ありのニンジン	ニンジンに乗り上げるが形成層を避けるようにニンジンの上に広がる。
形成層なしのニンジン	ニンジンの上に均一に広がる。

実験② 粘菌はニンジンの各部位にどんな反応を示すのか

仮説：実験①より、粘菌は形成層とその内側を認識して負の走性を示し、形成層の外側には正の走性を示すと考えられる。

実験：

粘菌と共に置いたものと、それぞれの実験区で用意したシャーレの枚数

実験 a	蒸留水を染み込ませたろ紙（対照実験）	3 枚
実験 b	オートミール	3 枚
実験 c	クエン酸水溶液を染み込ませたろ紙	3 枚
実験 d	ニンジンの形成層より外側・形成層・形成層より内側	6 枚

結果：

実験 a	ろ紙 2 枚の周辺によく集まる。
実験 b	オートミールに向かって広がる。
実験 c	明らかにクエン酸に寄ることも避けることもなくシャーレ全体に広がる。
実験 d	形成層や形成層の内側よりも形成層の外側によく集まる。

3. 考察

実験①：ニンジンの形成層には、粘菌が忌避する物質が含まれている。

実験②：参考文献③によると、ニンジンの形成層の外側には、粘菌のエサであるオートミール同様にデンプンが多く含まれる。よって粘菌はニンジンの形成層の外側をエサと認識し接近したと考えられる。このことから、昨年の実験においては、カルスにニンジンのデンプンが残っていたことで、粘菌がカルスに正の走性を示した可能性が示唆された。

4. 参考文献

①一般社団法人 日本植物生理学会ホームページ

https://jspp.org/hiroba/q_and_a/detail.html?id=2373

②BotanyWEB

<http://www.biol.tsukuba.ac.jp/~algae/BotanyWEB/root2.html>

③オートミールダイエット

<http://www.geocities.jp/oatsdiet/zakkicyo/zatu/zatugaku2.html>

アルコールの濃度と粘菌の走性について

6年D組 天野 桃花

指導教員 松原 俊二

1. 研究の背景と目的

粘菌(真性粘菌)とは、変形菌類または動物菌類と呼ばれる原生生物(単細胞性真核生物)の一種で、栄養体は変形体で細胞壁を持たず多核である。粘菌は多少湿った場所の古材または枯れた植物体上に腐生し、変形体は流動しながら栄養をとる。また、粘菌は近くにある物質によって正の走性、負の走性を示すことが知られており、お酒に対しては負の走性を示すことを本で知った。そこで、与えるアルコールの度数によって粘菌の動き方に違いが見られるのではないかと考え、様々な濃度のエタノールを用いて粘菌の走性を測る実験を行った。

2. 研究概要

<仮説>

エタノール濃度が高いほど粘菌は負の走性を強く示す。

<実験方法>

寒天培地に粘菌、オートミール(えん麦)、任意の濃度のエタノールに浸したろ紙をそれぞれ配置し(図1)、インキュベータ内(20℃)に二日間放置した。二日後、粘菌の位置と通った跡を調べる。



エタノール濃度については次の①～④の4つの条件で実験を行った。ただし、以下の数字は(アルコール度数; エタノール g/水 100g)を表す。

①焼酎(25度; 18g) ②ワイン(14度; 11g) ③ビール(5度; 4g)

④蒸留水(0度; 0g)

3. 結果

条件	粘菌が通った跡の様子
① 25度	エタノールを含んだろ紙を置いた場所を避けず、全範囲に広がっていた。
② 14度	ろ紙を置いた場所には存在しなかった
③ 5度	ろ紙を置いた場所を避けず、広範囲に広がっていた。
④ 0度	ろ紙を置いた場所を避けず、全範囲に広がっていた。



図 2. 条件①の結果



図 3. 条件②の結果



図 4. 条件③の結果

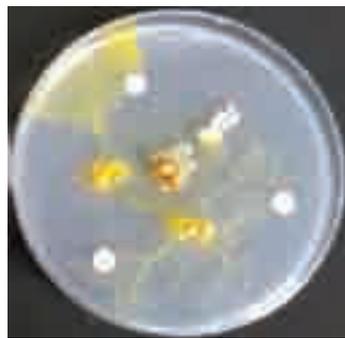


図 5. 条件④の結果

4. 考察とまとめ

今回の実験結果からは、エタノール濃度が高いほど粘菌は負の走性を強く示すという仮説を支持する結果を得ることはできなかった。その原因として、今回行った実験の方法自体に見直すべき点があると考えられた。

- ・それぞれのシャーレに入れた粘菌の量に差が生じていた可能性がある
- ・粘菌をインキュベータ内に放置する期間(2日)が適切であったか
- ・ろ紙にしみ込ませたエタノールが実験期間中に気化してしまい、粘菌はアルコールに行動範囲を制限されることなく自由に動けたのではないか
- ・寒天培地内のろ紙とエサの配置が適切であったか

以上の4点が改善点として挙げられる。

再度実験を行う際は、この4つの課題を解決し、仮説通りの結果を得られるようにしたい。

5. 参考文献

- 1) 『生物学辞典 第4版』(2003) 岩波書店
- 2) 中垣俊之『かしこい単細胞 粘菌』(2012) 副音館書店



TSUTSUI Hironobu
TSUSHIMA Nagisa
Instructor SAKURAI Aki
Instructor MATSUBARA Shunji

Abstract

The objective of our research is to make extraordinary sweet tomatoes. Based on the hypothesis that the sugar content of tomatoes increases by giving environmental and physical stress we carried out the following experiments.

We grew them under a variety of stress and then measured the sugar content level. Giving three kinds of stress: “reduction in watering”, “picking off unwanted tomatoes” and “reduction in the fertilizer amount” respectively, we saw a rise in the sugar content level. In addition, we carried out another experiment where both of the two kinds of stress, “reduction in watering” and “picking off the unwanted tomatoes”, are given at the same time. As a result, the sugar content increased compared to the experiments where we give one stress respectively. These results show an increase in the sugar content by giving certain environmental and physical stress. Therefore, we conclude that the specific environmental and physical stress gives a

rise in the sugar content, and a combination of them produces extraordinary sweet tomatoes.

Keywords: tomatoes, sugar content, environmental and physical stress

In order to make extraordinary sweet tomatoes ~effects of stress and sugar content~

Introduction

Recently, highly sweet tomatoes as fruit tomatoes have been on the market at a high price compared to the regular tomatoes, and the demand for sweeter tomatoes has been on the increase. However, the high price is working as a deterrent for consumers. Therefore, we thought that we should figure out a less expensive way to turn regular tomatoes into highly sweet tomatoes., which is to use common methods which are used to make other fruits sweeter. Through researching a variety of plant methods, to give several stresses such as picking off the unwanted fruits and reduction in watering induces a rise in the sugar content level of the fruits. In order to evaluate the effects of the environmental and physical stress on the sugar content level of tomatoes, we grew the tomatoes under a variety of stress. And by measuring the sugar content level and investigating the relation between environmental and physical stress and sugar content, we tested how to harvest extraordinary sweet tomatoes.

Materials and Methods

1 Experiment materials

two tomato varieties: Cherry tomatoes and Saturn tomatoes

In both varieties different sizes were used. To minimize phenotypic and genotypic individually, by making a cutting, we cloned tomato trees. Also, as much as possible, the tomatoes of the same size were collected. However, diseased and dead ones were

picked off immediately and we measured the sugar concentration levels of them.

2 How to measure sugar content

We measure sugar content level by cutting the cropped tomatoes in half and drop juice in saccharimeter. Both halves were measured to prevent partial existence of sugar from affecting the experiment results. In addition to this, we harvest tomatoes in full ripe stage. (Full ripe stage means the state where the fruit is covered with orange and red colors but the bottom is still green in color and the flesh is a little hard.) Approximately the same size tomatoes were cropped. Sick and dead individuals, however, were cropped as soon as the symptoms appears, when sugar content level was measured. The reading of sugar concentration level were taken advantages per experiment and treated as the experimental results.

3 methods of experiment and research

3.1 Effect of physical stress on plants

We gave stress at two different ripening stages as below.

- A. Right after the formation of tomatoes buds
- B. Mature green stage right before turning into light red stage

Under the stress, “picking off unwanted tomatoes” at both A and B, the number of tomatoes were cut down to one fruits per tree. Under the stress, “tomato being damaged”, they were damaged in two different stages. At the stage A, the tomatoes being so small, they were pricked with a needle. At the stage B, the tomatoes were slit with a razor.

Under the condition of removal of the unwanted leaves, at the mature green stage, all the leaves were trimmed off all the branches except one leaf left on a branch.

3.2 Effects of environmental stress on plants

By environmental stress we mean two factors: the amount of water and the pH value of the soil.

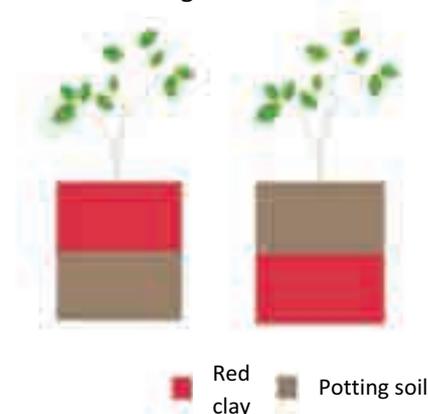
By changing the amount of water, we gave stress to tomatoes. First we gave one third, the tomato trees received water either one

third or triple amount of the regular amount at a time.

Next we planted tomatoes in the soil of two different pH values, either alkali soil or acidic soil. With respect to alkali soil, it was prepared by mixing the regular potting soil with slaked lime. The potting soil itself is already acidic; therefore, the potting soil was available as acidic soil.

In terms of changing in the fertilizer amount, as it is shown the above diagram, for planter C, the red clay soil and potting soil were placed in the upper and lower half of the planter respectively. For planter D, these two layers were placed in a reversed manner (Figure1). These planters were prepared to grow tomatoes.

Figure 1

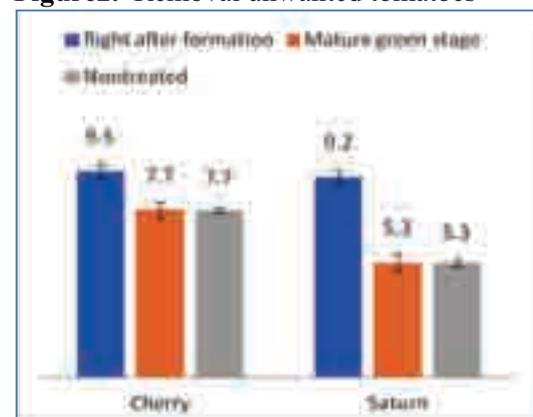


Results and Discussion

1Result

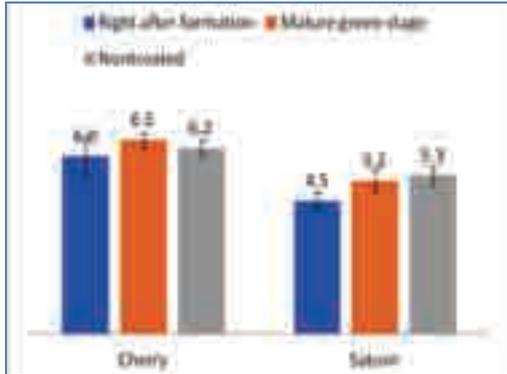
1.1 Effects of physical stress on plants

Figure2. Removal unwanted tomatoes



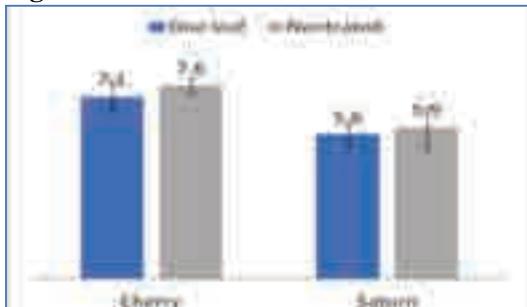
By removing the unwanted tomatoes the sugar concentration levels increased in both varieties Cherry and Saturn tomatoes (Figure 2). Also, removal of the unwanted tomatoes at the early stage induced an elevation of the sugar concentration levels in the tomatoes.

Figure 3. Tomatoes being damaged



By damaging, the sugar concentration levels were lower when damaged at the mature green stage (Figure 3). Also one of Saturn tomato trees contracted a disease, and the average of the sugar concentration readings slightly decreased.

Figure 4. Removal unwanted leaves

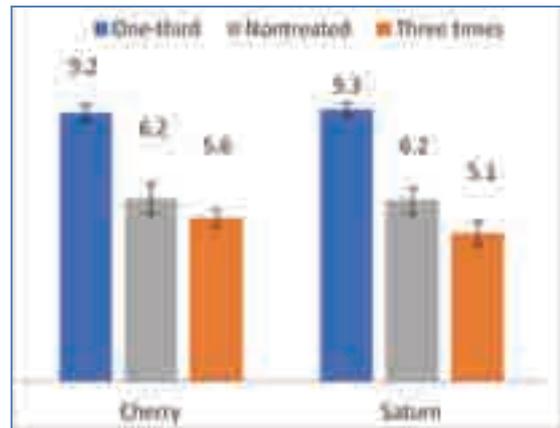


By removing the unwanted leaves, there was a tendency to increase the sugar concentration level without removal of them (Figure 4).

1.2 Effects of environmental stress on plants

1.2.1 Relation between water amount and sugar concentration level.

Figure 5. Change the water amount



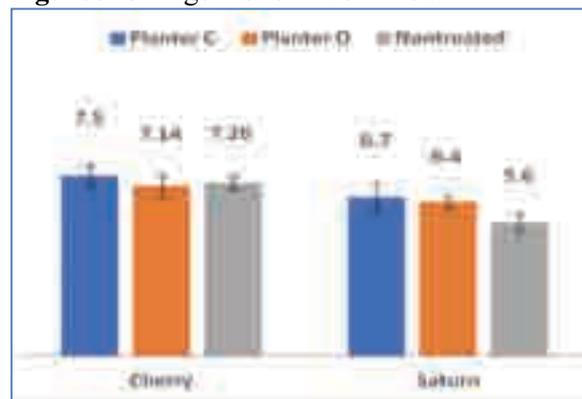
The sugar concentration levels decreased in both kinds of tomatoes when the water amount given went up (Figure 5). On the other hand, when the amount quantity of water given went down, the sugar concentration levels were widely increased, but these tomatoes grew slower than non-treated ones, and they were small in size. Also, those plants that received a small amount of water rooted firmly into the ground.

1.2.2 Relation between soil pH level and sugar concentration level

The tomato trees grew in the acidic soil; however, there was no change seen through the study. On the other hand, under the condition of alkali soil, the tomato trees withered up, and the data was not able to be collected.

1.2.3 Relation between fertilizer amount and sugar concentration level

Figure 6. Change the fertilizer amount



The tomatoes grown in planter C (red clay soil in the upper layer, potting soil in the lower layer) showed a higher sugar level than planter D (potting soil in the upper layer, red clay soil in the lower layer) (Figure 6). When comparing the growth rates, at the beginning, the trees in the planter D grew faster, but the trees in the planter

C caught up with the growth rate of the planter D and grew faster later on. Also, the tomato tree roots in the planter C were more firmly fixed in the soil than those of the planter D.

2. Discussion

4.1 Effects of physical stress on plants

Of the three removals, the removals of the unwanted leaves, the tomatoes in damage, the unwanted tomatoes, the only removal which showed a rise in the sugar concentration level is the removal of the unwanted tomatoes.

Presumably this happens because removal of them makes more photosynthesized sugar available to a small number of tomatoes.

Concerning the removal of the unwanted leaves, when it was time to trim them off, those tomatoes were large enough. For that reason, even though they were largely removed, it did not impact the sugar concentration levels of those tomatoes.

4.2. Effects of environmental stress on plants

Two conditions such as reduction in watering and reduction in the fertilizer amount gave a rise in the sugar concentration levels. Because any tomato trees that received less water grew slowly and to a smaller amount, the consistency of the tomatoes probably became dense. Also tomatoes in a dry environmental condition absorb water efficiently. For that reason, it can be thought that the condensing of the tomato components facilitated the sugar levels increasing.

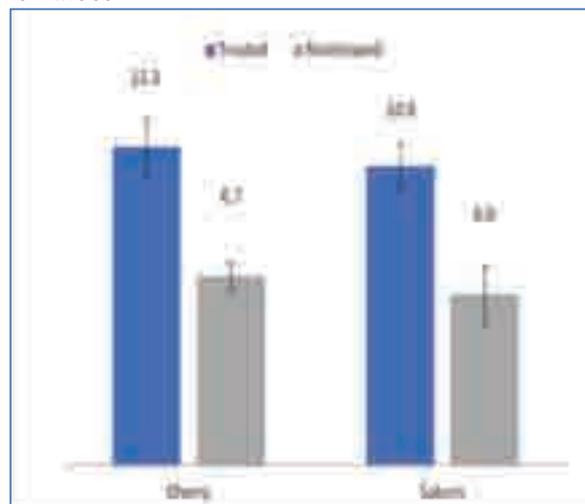
The tomato trees kept distant from the fertilizer are expected to spread their roots towards the direction of water and fertilizer. The action of trying to root towards the far distant fertilizer becomes stress against tomato trees and presumably affects the sugar concentration levels.

Conclusions

From the results mentioned above, these three conditions, “reduction in watering”, “removal of the unwanted tomatoes” and “reduction in the fertilizer amount”, respectively give tomatoes environmental and physical stresses that induce a rise in the sugar concentration levels. Thus, we made an assumption that if these conditions were combined together, the sugar concentration levels would expectedly jump up. For this reason, we simultaneously conducted two stress

tests: “reduction in watering” and “removal of the unwanted tomatoes, and the following results were obtained.

Figure7. Reduce the water amount and pick off tomatoes



From those experiments, we were able to harvest extraordinarily sweet tomatoes (Figure7). The technique, thinning, was utilized, and in addition to it, when the plants received less than a certain amount of water, the sugar levels increased considerably. Therefore, giving tomatoes a combination of environmental and physical stressors is therefore likely to harvest extraordinarily sweet tomatoes.

Acknowledgments

Our deepest appreciation goes to Instructor Sakurai Aki whose comments and suggestions were innumerable valuable throughout the course of our study. Special thanks also go to Instructor Matsubara Shunji who gave us invaluable comments and warm encouragements.

References

[1] In Encyclopedia of Vegetable Gardening 2nd ed. Vol.2:Tomato,Rural culture Association Japan, Tokyo,190-193.

微生物燃料電池の開発について

3年A組 井関 天羅

指導教員 松原 俊二

1. 要約

私は土壌に棲む微生物を利用した発電について研究している。今回は、市販の微生物発電装置 Madwatt を用いて、発電量と室温の関係性を調べるための実験を行った。その結果、発電量と室温の変化に一定の関係性がみられた。

キーワード 微生物、温度、発電、電流発生菌

2. 研究の背景と目的

土壌中に生息する微生物は、土壌中の有機物を分解することによりエネルギーを得ている。これらの微生物の中には、嫌気状態で有機物を分解しエネルギーを得る際に電子を放出させるものもいる。そのため陰極を土壌中に、陽極をその上の水中に沈めることで、両極間を電気が流れ、発電させることができる。そこで本研究では、どのような条件で電流が多く流れるのか、さまざまな条件で実験することにした。前回までの実験で、土壌の種類によって結果が変化することが確認できたため、今回は室温の変化が発電量にどのような影響を与えるかを調べた。また本研究で発生する電気は、デジタルテスター(PM3)を用いて電圧を測定し、Madwatt を用いた実験に関しては、専用のスマートフォンアプリを用いて発電量を測定した。

3. 研究内容

3.1.1 実験仮説

室温が高い日は電圧も高く、室温が低い日は電圧も低くなる。

3.1.2 実験方法

3.1.2.1 材料

実験には、透明な容器を利用した。これは、実験中に内部を観察できるようにするためである。電極としては、陽極に厚さ 1.0 cm、負極には厚さ 0.5 cm の容器に綺麗に収まるようなグラファイトフェルトを使用し、抵抗は 10 Ω のものを用いた。また、土壌は家庭菜園用土を用いた。

3.1.2.2 方法

まず、容器に高さ 1.0 cm 土を入れ、その上に負極のグラファイトフェルトを置き、さらに土を 3.5 cm 入れ正極のグラファイトフェルトを置いた(図 1)。その後、経過観察を行った。測定は、測定値が安定した後、毎朝 7 時頃に行った。

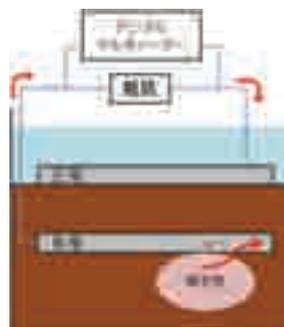


図 1 微生物燃料電池の構造

3.1.3 結果と考察

実験結果は、次の表1のようになった。

表1. 1日ごとの室温と電圧の変化

日付	室温(単位:°C)	電圧(単位:mV)
9月3日	26	2.7
9月4日	28	5.8
9月5日	27	7
9月6日	27	5.1
9月7日	27	8.8
9月8日	26	8.9
9月9日	26	7.6
9月10日	26	7.3
9月11日	23	7.4
9月12日	25	7.5
9月13日	24	7.2
9月14日	25	7.4
9月15日	25	7.3
9月16日	30	6.5
9月17日	27	7
9月18日	24	6.7
9月19日	23	7.1
9月20日	23	6.4
9月21日	24	6

1日おきに室温と電圧を測定したところ、室温と電圧の変化に関係性が見い出せなかった。また、実験は蓋を外した状態で行っているため、正極のグラファイトフェルト電極と土壌の間が乾燥してしまった。その場合は、測定値が変わってしまうため、蒸留水を加え5分程度待ってから測定を行った。このことから、土壌の水分量、室内の湿度も影響を与えている可能性が考えられた。

次に1時間ごとの発電量と室温の変化を調べるため、発電量と室温を1時間おきにMadWattを用いて測定し、比較を行った。

3.2.1 実験仮説

室温の上昇に伴って、発電量も上昇する。

3.2.2 実験方法

実験装置は、MadWattという3.1.2で使用した実験装置と同じ仕組みである。た

だし、抵抗を使用せず、付属の昇圧ICとコンデンサーによって点滅したLEDを専用のスマートフォンアプリで測定した。土壌は、3.1.2で用いたものと同じ種類の土を使用した。

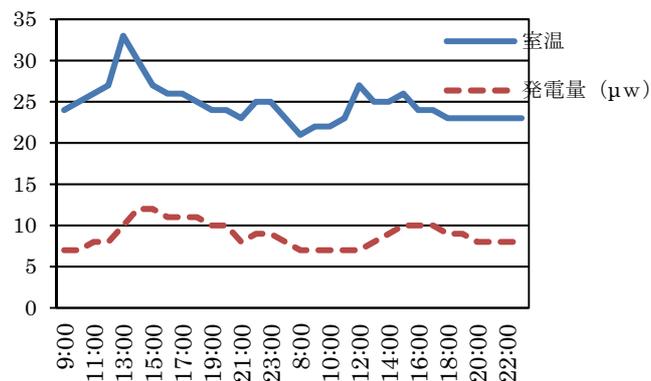


図2 MadWatt

3.2.3 結果と考察

実験結果は、次の表2のようになった。

表2. 1時間ごとの室温と電圧の変化



実験は9月12日から始め、13日後の24日からLEDが光りだし、安定したものを測定した。その後、徐々に発電量が減少し、

10月26日に光らなくなった。

室温のように急激に発電量が上がることはなかったが、発電量の変化と室温の変化に関係性がみられた。また、発電量の変化が室温の変化より遅れて起きることも確認した。

4. 結論

結果から、発電量の変化と室温の変化には一定の関係性がみられたが、必ずしもそれらが一致するわけではないということがわかった。しかし、発電装置が置かれている環境の気温が発電に何らかの影響を与えていることは間違いなさそうだ。

5. 今後の課題と展望

今回の結果より外部環境の気温が発電に影響することが確認できた。しかし、今回の実験では光条件などの気温以外の条件が影響している可能性も否定できず、遮光した状態で実験を行う必要が感じられた。また、3.1.3で考察したように土壌が乾燥してしまうことから、ラップをかける、一定量の蒸留水を毎日加える等の対策を行うとともに、土壌中の水分量を変えて発電への影響を調べていきたい。さらに、現段階ではLEDを点滅させるためには昇圧ICやコンデンサー等を必要とするくらい発電量が少ないため、将来の実用化に向けて、電流発生菌の増殖や有機物の投与などによって発電効率を向上させることにより、長期発電可能にするための研究を進めていきたい。

6. 参考文献

1) 水田土壌の微生物を用いた発電の研究
山形県立鶴岡南高等学校 科学生物班

www.kk-tohoku.or.jp

2) 田んぼ発電 微生物のエネルギーを利用せよ <https://www.nippon.com>

3) 橋本光エネルギー変換システムプロジェクト 科学技術振興機構

<https://www.jst.go.jp>

7. 謝辞

最後に、この研究を進めるにあたり、顧問の松原先生をはじめ、研究に関してご指導やアドバイスを頂いた本校の先生方に深く感謝の意を表します。

食塩水がピーマンの糖度に及ぼす影響について

3年A組 佐藤 葵
指導教員 松原 俊二

1. 概要

0.3%食塩水を用いてピーマンを栽培することで、果肉の糖度にどのような影響が及ぼされるのかを検証した。

キーワード ピーマン、糖度、塩、ストレス

2. 研究背景と目的

ピーマンは子供の苦手な野菜ランキングに必ず上位に入っており、その理由としては“苦み”の強さが考えられる。そこで、ピーマン果肉の糖度を上げることで、その苦みを緩和できるのではないかと考えた。トマトなどの野菜では与える水の量を極力減らし、ストレスを与えることで果肉が甘くなることが報告されている。例えば、熊本県などでは塩トマトと呼ばれるものが栽培されている。これは土壌の塩分濃度が高い干拓地でトマトを育てることで、植物が吸い上げる水分量を減らし、甘みの強いトマトを作出している。このことから、ピーマンを塩分濃度が高い条件で栽培すれば、果肉の糖度を高くすることができるのではないかという仮説を立てた。本研究では、食塩水を用いてピーマンを栽培し、ストレスを与えることで果肉の糖度にどのような影響が及ぼされるのかを検証した。

3. 実験方法

初めに、ピーマンを2株用意し、それぞれを別のプランターに植えた(図1)。

プランターは、雨の当たらない日当たりのよい場所に設置した。



図1：プランターに植えたピーマン

2つのピーマン株のうち、一方には0.3% (500 mlの水道水に1.5 gの食塩を溶かす)の食塩水を、もう一方には水道水(500 ml)を毎日与えた。最後に、果実が6 cm程度の大きさになったら収穫し、果肉をすりつぶしてガーゼ等で絞り、果汁を取り出して、糖度計で測定した(図2)。



図2：すりつぶしたピーマン

4. 結果

食塩水を与えたピーマンは 5 個、水道水を与えたピーマンは 8 個収穫できた。それぞれのピーマン果汁の糖度を測定した結果を下の図 3、表 1 にまとめた。

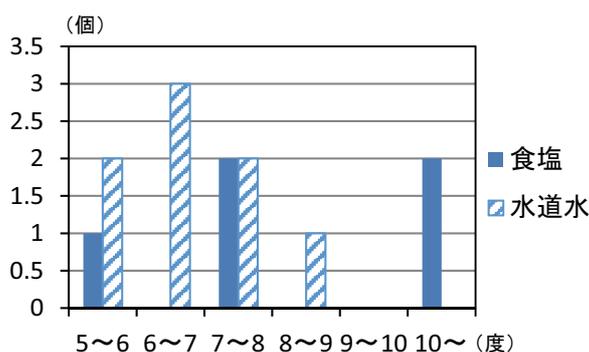


図 3. ピーマンの糖度の分布

表 1: 平均の糖度と標準偏差

	平均糖度 (度)	標準偏差
食塩	7.96	0.98
水道水	6.67	1.21

5. 考察

t 検定を用いて、食塩水と水道水それぞれを与えたピーマンの果肉糖度に有意差が確認できるか検証したところ、両実験区に有意差があるとは言えなかった。しかし、今回の実験では、実験区によって収穫数にばらつきがあることや、収穫数そのものが少なかったことから、有意差の有無について議論するには、新たに実験を重ね、より多くのデータを収集する必要性が感じられた。また、今回の実験で台風などの影響で水があげられない時でも、食塩水を与えたピーマンは水道水を与えたピーマンほどしおれていなかった。

た。このことから、食塩水を与えて育てたピーマンの方が干ばつに強い可能性があることが分かった。

6. 今後の展望

本研究では、プランターに植えたピーマンに食塩水を与えるという方法をとったが、食塩水以外の水溶液(砂糖水など)を与えたときにピーマンの糖度にどのように差が出るのかについても調べていきたい。また、土のフィルター効果によって食塩水が根まで浸透していない可能性があるため、今後は、水耕栽培によって研究を進めていくつもりである。さらには、食塩水の塩類濃度を高くした場合、ピーマン果実にどのような影響が及ぼされるのか、その結果はピーマンの品種によって変化するのだろうかといったことを意識しながら実験を重ねていきたい。

7. 参考

- 1) 甘いトマトの栽培方法について
<https://poke-m.com/stories/382>
- 2) 熊本での塩トマト栽培について
http://www.pref.kumamoto.jp/kiji_1247.html
- 3) 植物の耐塩性について
https://jspp.org/hiroba/q_and_a/detail.html?id=578

8. 最後に

今回の実験に協力していただいた先生方、すべての皆様に感謝申し上げます。ありがとうございました。

高糖度のピーマンを作る条件についての研究

3年B組 水上 知咲

指導教員 松原 俊二

1. 概要

3つの異なる光条件でピーマンを栽培し、果肉の糖度を計測・比較することで、日光とピーマン糖度の関係について調べた。

キーワード ピーマン、糖度、完熟、日光

2. 研究背景

私はピーマンが好きである。しかし、ピーマンは子どもの嫌いな野菜ランキングで常に上位に入っている。そこで、どのように育てたらより甘く、子どもたちが食べやすいピーマンになるのか興味を持ち、本研究を行った。

3. 研究内容

3.1 目的と仮説

桃などの果物では完熟すると普通のものより甘くなる。また、黄ニラや白ネギなどの野菜では、日光を当てずに育てることで甘みが増す。これらの条件をピーマンに当てはめることでより甘いピーマンが育つと考え、(A) 完熟させる、(B) 果実に光を当てない、(C) 特に何もしないの3つの条件で栽培し、得られた果肉の糖度を比較した。

3.2 実験方法

プランター (22リットル) に3つのピーマンの苗 (茎が太く、しっかりしているつぼみのついているもの) を植えた。土は肥料が混ざっているものを使用し、追

肥は行っていない。水やりは雨の降っていない日に適量与えた。それぞれの株を3つの異なる条件で育て (実験区A~C)、収穫したピーマン果肉の糖度を糖度計を用いて計測した。

実験区A 日光を十分に与え、実ができてから約4週間後、完熟して赤くなったピーマンを収穫した。

実験区B 実の大きさが1~2cmになったときに実にアルミホイルをかぶせ、日光を遮った。実ができてから約2週間後に収穫した。

実験区C 日光を十分に与え、実ができてから2週間後に収穫した。

3.3 結果と考察

実験区Aでは3個、実験区Bでは4個、実験区Cでは21個のピーマン果実を収穫することができた。

図1は、収穫したピーマン果肉の糖度とその個数の分布をまとめた表である。また、各実験区の平均糖度は表1のようになった。実験区Aは最も平均糖度が高く、実験区Bでは最も平均糖度が低いと

いう結果が得られた。

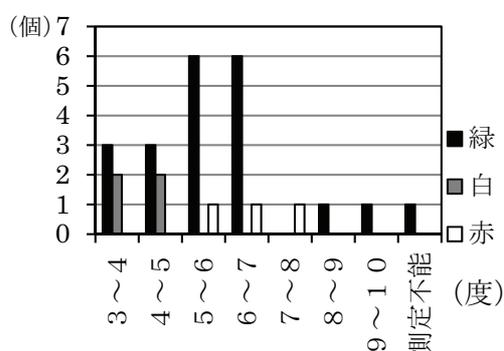


図 1. ピーマン糖度とその個数の分布

表 1. 各実験区における平均糖度

実験区	平均糖度±標準偏差
赤	6.13±0.52
白	4.50±0.93
緑	5.22±2.32

さらに、ピーマンの味を確かめるために、各実験区のピーマンを試食したところ、実験区 A のピーマンは野菜本来の甘みがより強く感じられたのに対し、実験区 B のピーマンは酸味が感じられ、実験区 C のピーマンは苦みを感じた。このことから、ピーマンにおいて完熟させることにより苦みの成分が少なくなった、もしくは甘み成分が多くなったのではないかと考えられる。また、実に日光を当てないというストレスは糖度ではなく酸味を生み出す効果があるのではないかと考えられた。

4. まとめ

本研究から、高糖度のピーマンを作るためには、完熟させることが最も効果があることがかった。しかし、完熟ピーマンを作るには多くの時間と手間を要する

だけでなく、収穫後すぐに腐ってしまうため、市場に普及させることは難しいと思われる。

5. 今後の展望

各実験区で収穫したピーマンの個数に大きな差があったため、正確な比較を行うことができなかった。これは、実験区 A と B で台風被害や害虫被害がみられたためである。次回は、台風と害虫の対策を前もって行いたい。また、本研究では、1つの株に1つの条件のピーマンを育てた。しかし、それではその株に異常があった場合に違いがあると言い切れなくなってしまったため、1つの株に異なる実験区を設定することが必要である。さらに、実に日光を当てないということと完熟させることによってどの成分が増減してこの結果を生み出しているのかを知るために、クロマトグラフィーを使用して成分分析を行いたい。最後に、完熟したピーマンをどのように保存すれば長持ちするのも調べてみたい。

6. 参考文献

[1] ピーマン栽培・育て方のコツ
kateisaiennkotu.com/yasainosodatekata/kasairui/pi-mann.html

7. 謝辞

本研究において、顧問の松原先生をはじめ多くの方々から多大な指導を賜りました。この場を借りて深く御礼申し上げます。

SSH ベトナム研修（数学）参加報告

5年A組 川本 稜生

1. 要約

2018年10月1日(月)から5日(金)にかけて行われたベトナム国家大学ハノイ校自然科学
大学附属英才高校(HSGS)との交流プログラムに参加し、数学の講義を受けたので、学んだ
内容について以下に報告する。

キーワード 関数方程式 多項式 射影幾何学 完全平方 数列

2. 講義内容

● 2日目(午前)

多項式の関数方程式の解法パターンを学んだ。関数方程式とは、関数のある点と他の点との値の関係を示す方程式であり、与えられた条件式から関数の性質を決定する事を目指す。

e.g.

$$\begin{aligned}P(x+1) &= P(x) + 1 \\ \Rightarrow P(x+1) - (x+1) &= P(x) - x \\ \Rightarrow Q(x+1) &= Q(x) \\ \Rightarrow Q(x) &= c \\ \Rightarrow P(x) &= x + c\end{aligned}$$

講義では、他にも因数定理を利用するパターン等の様々な解法を扱った。

● 2日目(午後)

射影幾何学の定理について学んだ。デザルグの定理やパスカルの定理、ブリアンションの定理といったいくつかの定理の説明があり、それらを用いて数学オリンピックの問題に取り組んだ。

e.g. (デザルグの定理)

三角形 ABC と $A'B'C'$ がある。このとき、 AA' 、 BB' 、 CC' が一点 O で交わるならば、 AB

と $A'B'$ の交点 P 、 BC と $B'C'$ の交点 Q 、 CA と $C'A'$ の交点 R は同一直線上にある。

● 4日目

数列の中でも、一般項が完全平方数である事を示すタイプの問題を取り上げた。比較的珍しい問題だったが、よくあるものと同様に漸化式の変形で次数を下げる等の工夫は共通していた。また、フェルマーの小定理から余りを評価する方法も学んだ。

3. 感想

ベトナム研修には昨年も参加したので今年は2年目だったが、数学用語の英語での表現が分からなかったり、記号の使い方が違ったりして、コミュニケーションを取るのに苦労した。日本では大学で習うような内容もあり、世界とのレベルの差を感じると同時に、個々の能力の高さにも驚かされた。また、1年前と比べて街の景観や物価にも変化があり、国全体が急速に発展している様子を肌で感じる事ができた。この経験を生かして、これからの活動にも積極的に取り組んでいきたいと思う。

SSH ベトナム研修（生物）参加報告

5年C組 島本 花菜

1. 要約

2018年10月1日(月)から5日(金)にかけて行われたベトナム国家大学ハノイ校自然科学
大学附属英才高校(HSGS)との交流プログラムに参加し、生物の講義を受けたので、学んだ
内容について以下に報告する。

キーワード 光合成色素 DNA 植物の構造比較

2. 講義内容

①植物の光合成色素についての実験

緑色の葉(小松菜)と黄色の葉(クロトン)を用意し、それらを細かくすりつぶしてろ過し、色素を抽出した。それぞれにA1~A5までラベリングした試験管を5本用意し、各試験管に以下のものを入れて、A4以外は明るいところに、A4は暗いところに置いて10分放置し、色の変化を観察した。

A1	小松菜の抽出液、5%NaOH水溶液
A2	小松菜の抽出液、5%HCl水溶液
A3	小松菜の抽出液、メチルレッド、アスコルビン酸
A4	小松菜の抽出液、メチルレッド、アスコルビン酸
A5	95%エタノール、メチルレッド

結果は、次のようになった。

A1	暗い緑色から変化なし
A2	暗い緑色から明るい緑色になった
A3	黒(赤と緑の混ざった色)から明るい黄緑色になった
A4	黒のまま変化なし
A5	明るい赤色のまま変化なし

A1とA2を比較して、酸性の水溶液中、つまり水素イオンが存在するときに光合成色素が活性化することがわかった。また、

A3とA4を比較したときに光が当たるとメチルレッドが赤から黄色に色が変わっているため、光が当たって光合成色素が活性化すると水溶液が塩基性になる、つまり葉緑体が水溶液中の水素イオンを取り込んでいると考えられた。

②遺伝に関する講義

DNAから転写してmRNAを作り、それを翻訳してタンパク質を作るというのが一般的に知られた遺伝のシステムだが、近年の研究でmRNAからDNAを作ることもあるということを知った。終始英語で普段の生物の授業では触れないような高度なことを教わり、とても貴重な体験だった。

③植物のつくりの観察

現地の植物と顕微鏡を用いて、植物の構造比較を行った。植物を分解し観察することにより、単子葉類と双子葉類の気孔や維管束の形の違い、各植物の花の形や子房と胚珠の分かれ方などを調べた。

3. 感想

普段とは異なる言語で講義を受けたため、理解するのに苦労したが、実験の手法やアプローチが日本とは異なり、日常では体験できないことが経験できて良かった。

2018年度

スーパーサイエンスハイスクール
サイエンス研究会 研究論文集

2019年(平成31年) 3月1日 発行

国立大学法人 奈良女子大学附属中等教育学校
〒630-8305 奈良市東紀寺町一丁目60番1号

TEL. 0742-26-2571

FAX 0742-20-3660

<http://www.nara-wu.ac.jp/fuchuko/>