

令和3年度  
SSHサイエンス研究会  
生徒研究論文集



奈良女子大学附属中等教育学校

2021年度  
スーパーサイエンスハイスクール

サイエンス研究会

研究論文集

奈良女子大学附属中等教育学校

2022年3月1日



# 2021年度 奈良女子大学附属中等教育学校

## サイエンス研究会 研究論文集

### 目次

刊行にあたって	1
2021年度教育課程表	2
第4期SSH概念図	3
<b>研究論文</b>	
<b>数学班</b>	
中線定理とスチュワートの定理の拡張	5
文字列によって得られる強い関数	11
ルービックキューブの解法と群論	15
三角形の特徴的な点とその軌跡	20
無理数の折り方	27
<b>物理班</b>	
SNSによる入退室管理システムの開発	30
立体音響の開発に向けた基礎研究	32
触覚で認識するデバイスの開発	35
深層学習を用いた脳波による視覚情報の予測に向けた基礎研究	37
強力な音波によって引き起こされる干渉現象の研究	41
幼児が扱いやすい教育アプリケーションの開発	45
安全な電子白杖を目指して～赤外線センサーによる障害物検出システムの開発～	47
Spleeterによる音源分離を利用した音声認識及び翻訳機能の実装	50
<b>化学班</b>	
コーヒー殻を用いた水中の重金属イオン除去剤の開発	54
擬一次反応の統計力学的考察	59
アンモニアの可燃範囲の測定による爆発実験の定量化	69
溶液中のコロイド粒子は結晶成長を妨げるのか	75
<b>生物班</b>	
白血球における貪食活性評価法の確立とハーブが及ぼす影響	83
植物に含まれるアリシンの抽出による防菌剤の作成	89
シカのDNAと性格の関係	95
ニワトリ胚を用いた骨の成長促進に関与する物質の分析	100



## SSH サイエンス研究会生徒論文集の刊行に当たって

今年度も新型コロナウイルス感染症が収束することなく、第6波の感染が広がる中、第4期2年次の生徒論文集を刊行することになりました。

毎年夏に開催されるSSH生徒研究発表会は、参集及びオンラインを組み合わせた複合形式の発表会に変更されました。全国のSSH指定校が一堂に会し、ポスター発表されるのを見聞するのは、大変興味深く、また参加者にとって他では得られない刺激的な集まりでした。さらに、各種学会に高校生が論文を発表し、研究者の卵として意見交換できる機会がありましたが、対面での活動が制約される中での発表に変更されることが多くなっています。奈良女子大学を会場として開催してきた奈良女子大学サイエンスコロキウムも、2年間オンラインの開催となりました。やはり直接発表を生の声で聞いたり、質疑応答したりできるのは、高校生の経験としては重要なことであると考えています。ただし、オンラインにはメリットもあり、時間や空間を一挙に縮めることが可能です。今後もメリットを最大限に生かしていきたいと考えています。

どのような状況であろうと、その中で可能性を追求しながら、研究を止めずに進めていくことが重要であると思っています。その意味で、今年度もサイエンス研究会の多くの生徒たちが各自の研究テーマに基づいて研究を進めてくれたことはたいへんうれしいことです。

また、学習指導要領の改訂に伴い、本校も6年一貫共創型探究活動カリキュラムを昨年度から実施しています。異学年合同探究成果発表会や高大接続文理統合探究プログラムが始まり、サイエンス研究会の生徒たちの活躍が他の生徒の探究活動をけん引する姿が顕著に見られました。第4期のSSHのテーマである、「飛躍知」を育む6年一貫カリキュラムの効果を測るデータになっていくものと考えています。

「飛躍知」とは、「多様な価値観を有する他者との協働や社会との連携により、従前からの『科学技術』の枠組みに安住しない自由な視点を獲得し、新たな知見や価値、発想の源泉となるもの」という仮説を立てています。自然科学の発展は、過去の知見の積み重ねの上に築かれてきたものであることは言うまでもありませんが、これからの社会に求められているのは、枠を捨てて自由に発想することが求められています。中高生だからこそ、枠を持たずに発想できる可能性があるのではないかと考えています。独善に陥らず、他者との共創によって、違った視点を獲得し、新たな知見や価値に気づける繊細さを持ち、既存の学問知から学ぶ姿勢を忘れないようにしたいと思います。

この第4期SSHは、すべての生徒が対象となります。一人ひとりの学びの履歴をデータとして、「飛躍知」の仮説を検証し、6年一貫共創型探究活動カリキュラムが成果として目の見えることを期待しています。

文部科学省をはじめ、科学技術振興機構や研究機関、奈良女子大学の支援を受けて進めてきた本校のSSHの活動に、より一層のご支援ご鞭撻を賜りますよう、お願い申し上げます。

令和4年3月

奈良女子大学附属中等教育学校校長 吉田 隆

# 2021(令和3)年度 教育課程表(45/50分換算)

後期課程45分、前期課程50分換算 で表記

\*必修選択 △自由選択

学年 時間	1年	2年	3年	4年	5年		6年																
	共通	共通	共通	共通	文系	理系	文系	文系 PICASO	理系	理系 PICASO													
1	国語(4)	国語(4)	国語(4)	国語総合(4)	現代文B(2)		現代文B(3)		現代文B(3)														
2					古典B(2)						古典B(2)	古典B(2)											
3					古典講読(1)		古典講読(1)	現代文特講(1) △(1)															
4					現代社会Ⅱ(2)				日本史B(3) 世界史B(3) 地理B(3) 倫理・政経(3) *(3)	日本史B(3) 世界史B(3) 地理B(3) 倫理・政経(3) *(3)													
5	英語(4)	英語(4)	英語(4)	現代史Ⅱ(2)	世界史B(3) 地理B(3) 倫理・政経(3) *(3)	解析Ⅰ(4)	日本史B(3) 世界史B(3) 地理B(3) *(3)	解析Ⅱ(6) 数学演習(2) *(6)or(2)															
6									数学(5)	数学(5)	数学(3)	数学探究ⅡA (3)	代数・幾何(2)	数学演習(2) △(2)									
7															理科(4)	理科(4)	数学Ⅰ(2)	統計入門(1)	物理(3) 生物(3) *(3)	数学特講(2) 音楽Ⅱ(2) 美術Ⅱ(2) △(2)			
8																					社会(4)	社会(4)	化学基礎(1)
9	音楽(1)	音楽(1)	音楽(1)	体育(2)	体育(3)	Reading(1) △(1)																	
10							美術(1)	美術(1)	美術(1)	保健(1)	Topic StudiesⅢ(3)												
11												技術・家庭(2)	技術・家庭(2)	音楽・美術(1)	Topic StudiesⅡ Reading (3)	Topic StudiesⅣ(3)							
12																	保健・体育(3)	保健・体育(3)	技術・家庭(1)	Topic StudiesⅡ Writing (2)			
13	自己探究(1)	自己探究(1)	探究基礎(1)	情報の科学(2)	Writing(1)	Writing(1) △(1)																	
14							道徳(1)	道徳(1)	道徳(1)	芸術Ⅰ/PICASO基盤探究 *(1)	化学演習(2) 地学演習(2) △(2)										基盤探究 (3)	数学特講(2) △(2)	基盤探究 (3)
15												HR(1)	HR(1)	HR(1)	基盤探究Ⅰ(2)	基盤探究(科学探究/コロキウム) PICASO基盤探究 *(2)							
16																	探究入門Ⅰ(1)	探究入門Ⅱ(1)	CG	AG			
17	自己探究(1)	自己探究(1)	探究基礎(1)	情報の科学(2)	Writing(1)	Writing(1) △(1)																	
18							道徳(1)	道徳(1)	道徳(1)	芸術Ⅰ/PICASO基盤探究 *(1)	化学演習(2) 地学演習(2) △(2)										基盤探究 (3)	数学特講(2) △(2)	基盤探究 (3)
19												HR(1)	HR(1)	HR(1)	基盤探究Ⅰ(2)	基盤探究(科学探究/コロキウム) PICASO基盤探究 *(2)							
20																	探究入門Ⅰ(1)	探究入門Ⅱ(1)	CG	AG			
21	自己探究(1)	自己探究(1)	探究基礎(1)	情報の科学(2)	Writing(1)	Writing(1) △(1)																	
22							道徳(1)	道徳(1)	道徳(1)	芸術Ⅰ/PICASO基盤探究 *(1)	化学演習(2) 地学演習(2) △(2)										基盤探究 (3)	数学特講(2) △(2)	基盤探究 (3)
23												HR(1)	HR(1)	HR(1)	基盤探究Ⅰ(2)	基盤探究(科学探究/コロキウム) PICASO基盤探究 *(2)							
24																	探究入門Ⅰ(1)	探究入門Ⅱ(1)	CG	AG			
25	自己探究(1)	自己探究(1)	探究基礎(1)	情報の科学(2)	Writing(1)	Writing(1) △(1)																	
26							道徳(1)	道徳(1)	道徳(1)	芸術Ⅰ/PICASO基盤探究 *(1)	化学演習(2) 地学演習(2) △(2)										基盤探究 (3)	数学特講(2) △(2)	基盤探究 (3)
27												HR(1)	HR(1)	HR(1)	基盤探究Ⅰ(2)	基盤探究(科学探究/コロキウム) PICASO基盤探究 *(2)							
28																	探究入門Ⅰ(1)	探究入門Ⅱ(1)	CG	AG			
29	自己探究(1)	自己探究(1)	探究基礎(1)	情報の科学(2)	Writing(1)	Writing(1) △(1)																	
30							道徳(1)	道徳(1)	道徳(1)	芸術Ⅰ/PICASO基盤探究 *(1)	化学演習(2) 地学演習(2) △(2)										基盤探究 (3)	数学特講(2) △(2)	基盤探究 (3)
31												HR(1)	HR(1)	HR(1)	基盤探究Ⅰ(2)	基盤探究(科学探究/コロキウム) PICASO基盤探究 *(2)							
32																	探究入門Ⅰ(1)	探究入門Ⅱ(1)	CG	AG			
33	自己探究(1)	自己探究(1)	探究基礎(1)	情報の科学(2)	Writing(1)	Writing(1) △(1)																	
34							道徳(1)	道徳(1)	道徳(1)	芸術Ⅰ/PICASO基盤探究 *(1)	化学演習(2) 地学演習(2) △(2)										基盤探究 (3)	数学特講(2) △(2)	基盤探究 (3)
短期集中												探究入門Ⅰ	探究入門Ⅱ	CG	AG	AG							
																PICASO芸術Ⅰ							
					テーマ研究								テーマ研究										

# 科学技術イノベーションにより未来社会を創出する 「飛躍知」を育むカリキュラム開発

## 「飛躍知」を備えた科学技術イノベーターの育成

自然科学の学識と「共創力」を基盤として、高度な多分野知識を駆使し、幅広い人々の双方向的かつ互恵的な協力関係を築き、未来社会を創出する市民リーダー



## 「飛躍知」を育む6年一貫カリキュラム

多様な価値観を有する他者との協働や社会との連携により、従前からの「科学技術」の枠組みに安住しない自由な視点を獲得し、新たな知見や価値、発想を生み出す能力

### 教科授業の探究化

### 飛躍知

### 探究活動の深化

先進的な視野の育成 興味関心意欲の育成 基礎・基本の徹底	<b>教科融合型</b> <b>多教科融合授業</b> Science Issues 理科・数学の融合授業 教科横断型の課題 異教科間の連携授業	5・6年 <b>発想の飛躍</b>	<b>実践探究 基盤探究Ⅲ</b> 大学教員の指導のもと 個別課題を深く探究する <b>基盤探究Ⅱ</b> 4つの類型に分かれ、 個別探究を深化させる	共創型研究(飛躍期) 共創型探究(充実期)	研究指導 活動評価 高大接続文理統合 探究プログラム 「PICASO」 異学年合同 探究成果発表会
	<b>統計入門</b> 探究活動に必要な 統計に関する授業	3・4年 <b>手法の飛躍</b>	<b>基盤探究Ⅰ</b> 個別課題について、 1年間にわたり探究する <b>探究基礎</b> 共通課題にグループで取り 組み探究過程を体得する		
	<b>探究スキル型                  理数カリキュラム                  の構築</b> 教科内探究型授業 教科融合型の導入授業 学習内容の再配置 学習時期の検討 <b>教科探究型</b>	1・2年 <b>視点の飛躍</b>	<b>探究入門Ⅰ・Ⅱ</b> 地域の素材を通じて 基礎スキルを身に付ける 資料の読解、文章表現、 データ整理、 プログラミング、 プレゼンテーション		





# 研 究 論 文



# 中線定理とスチュワートの定理の拡張

4年A組 井上 友裕

指導教員 川口 慎二

## 1. 要約

$\triangle ABC$  の辺  $BC$  を 2 等分するとき成り立つ中線定理を拡張したスチュワートの定理を用いて、辺  $BC$  を等分する点の個数を一般化した定理を証明した。また、この定理から既存の中線定理を拡張した定理を導出し、二つの定理の特徴について考察を行った。

キーワード 中線定理 スチュワートの定理

## 2. 研究の背景と目的

中線定理を授業で学習し、等分する点の個数を変えるとどのような結果が得られるのだろうかと興味をもった。調べた結果、中線定理を拡張したスチュワートの定理を知り、これを用いて等分する点の個数を一般化した定理を証明しようと試みた。

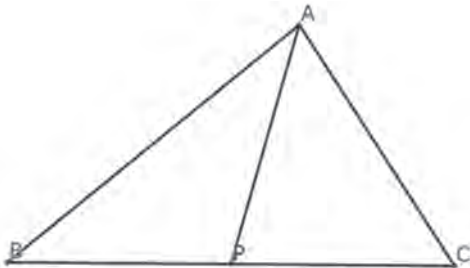
## 3. 研究内容

### 3-1 中線定理とは

定理 1 (中線定理)

$\triangle ABC$  と辺  $BC$  の中点  $P$  について次の式が成り立つ。

$$AC^2 + AB^2 = 2(BP^2 + AP^2)$$



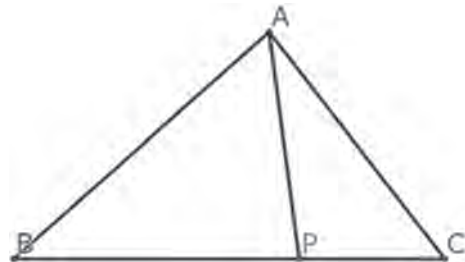
中線定理は三平方の定理で証明できる。

### 3-2 スチュワートの定理とは

定理 2 (スチュワートの定理)

$\triangle ABC$  の辺  $BC$  を点  $P$  で内分すると、次の式が成り立つ。

$$AC^2 \cdot BP + AB^2 \cdot CP = BC(BP \cdot CP + AP^2)$$



スチュワートの定理は三平方の定理または余弦定理で証明できる。

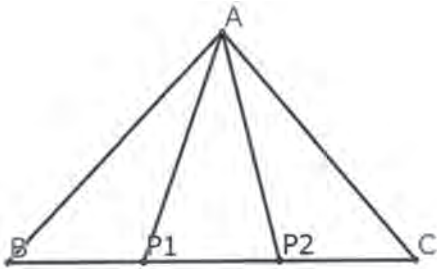
### 3-3 3等分したとき

命題 1

$\triangle ABC$  の辺  $BC$  を点  $P_1, P_2$  で三等分したとき、

$$AC^2 + AB^2 = 4BP_1^2 + AP_1^2 + AP_2^2$$

が成り立つ。



この命題には主に2つの証明方法がある。

(i) 中線定理を使う方法

①  $\triangle ABP_2$  の辺  $BP_2$  の中点  $P_1$  に対して中線定理を使う。

$$AB^2 + AP_2^2 = 2(BP_1^2 + AP_1^2)$$

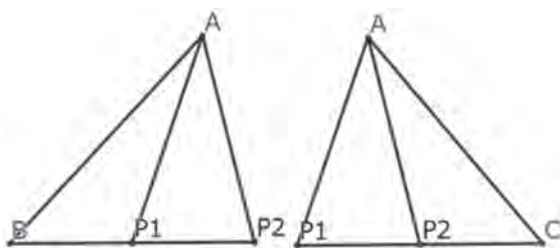
②  $\triangle AP_1C$  の辺  $P_1C$  の中点  $P_2$  に対して中線定理を使う。

$$AP_1^2 + AC^2 = 2(BP_2^2 + AP_2^2)$$

③ ①, ② で導いた式を足して計算する。

$$\begin{aligned} AB^2 + AP_2^2 + AP_1^2 + AC^2 \\ = 2BP_1^2 + 2AP_1^2 + 2BP_2^2 + 2AP_2^2 \end{aligned}$$

$$AC^2 + AB^2 = 4BP_1^2 + AP_1^2 + AP_2^2$$



(ii) スチュワートの定理を使う方法

① 点  $P_1$  に対してスチュワートの定理を使う。

$$\begin{aligned} AC^2 \cdot BP_1 + AB^2 \cdot CP_1 \\ = BC(BP_1 \cdot CP_1 + AP^2) \end{aligned}$$

② 点  $P_2$  に対してスチュワートの定理を使う。

$$\begin{aligned} AC^2 \cdot BP_2 + AB^2 \cdot CP_2 \\ = BC(BP_2 \cdot CP_2 + AP^2) \end{aligned}$$

③ ①, ② で導いた式を足して計算する。

$$\begin{aligned} AC^2(BP_1 + BP_2) + BC^2(CP_1 + CP_2) \\ = BC(BP_1 \cdot CP_1 + BP_2 \cdot CP_2 + AP_1^2 + AP_2^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} AC^2 \cdot BC + AB^2 \cdot BC \\ = BC\{BP_1(CP_1 + BP_2) + AP_1^2 + AP_2^2\} \end{aligned}$$

$$AC^2 + AB^2 = 4BP_1^2 + AP_1^2 + AP_2^2$$

3-4  $n$  等分 ( $n=4, 5, 6, 7$ ) した場合

3-3 節の(ii)の方法を用いて考えたところ、以下の結果が得られた。

2 等分

$$1(AC^2 + AB^2) = 2(AP^2) + 2BP^2$$

3 等分

$$1(AC^2 + AB^2) = 1(AP_1^2 + AP_2^2) + 4BP_1^2$$

4 等分

$$3(AC^2 + AB^2) = 2(AP_1^2 + \dots + AP_3^2) + 20BP_1^2$$

5 等分

$$2(AC^2 + AB^2) = 1(AP_1^2 + \dots + AP_4^2) + 20BP_1^2$$

6等分

$$5(AC^2 + AB^2) = 2(AP_1^2 + \dots + AP_5^2) + 70BP_1^2$$

7等分

$$3(AC^2 + AB^2) = 1(AP_1^2 + \dots + AP_6^2) + 56BP_1^2 \text{より、}$$

$$\begin{aligned} kAC^2 + (n-k)AB^2 \\ = n\{k(n-k)BP_1^2 + AP_k^2\} \end{aligned}$$

ここで、 $AC^2 + AB^2$  と  $AP_1^2 + \dots + AP_n^2$

この式を  $1 \leq k \leq n-1$  で足し合わせると、

の係数の比の値を調べると、それぞれ

$$\frac{1}{2}, \frac{2}{2}, \frac{3}{2}, \frac{4}{2}, \frac{5}{2}, \frac{6}{2}$$

になっている。つまり、 $n$ 等分するとき比

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{n-1} kAC^2 + \sum_{k=1}^{n-1} (n-k)AB^2 \\ = \sum_{k=1}^{n-1} n\{k(n-k)BP_1^2 + AP_k^2\} \end{aligned}$$

の値は  $\frac{n-1}{2}$  になると予想できる。

式変形を行うと、

### 3-5 一般化 ( $n$ 等分したとき)

まず、次の定理を得た。

$$\begin{aligned} AC^2 \sum_{k=1}^{n-1} k + AB^2 \sum_{k=1}^{n-1} (n-k) \\ = n \left( BP_1^2 \sum_{k=1}^{n-1} k(n-k) + \sum_{k=1}^{n-1} AP_k^2 \right) \end{aligned}$$

#### 定理3

$\triangle ABC$  の辺  $BC$  を点  $P_1, P_2, \dots, P_{n-1}$  で  $n$ 等分したとき、

$$\begin{aligned} \frac{n-1}{2}(AC^2 + AB^2) \\ = \frac{1}{6}n(n-1)(n+1)BP_1^2 + \sum_{k=1}^{n-1} AP_k^2 \end{aligned}$$

が成り立つ。

(証明)

点  $AP_k$  においてスチュワートの定理より

$$\begin{aligned} AC^2 \cdot BP_k + AB^2 \cdot CP_k \\ = BC(BP_k \cdot CP_k + AP_k^2) \end{aligned}$$

ここで、

$$\begin{aligned} \frac{n(n-1)}{2}AC^2 + \frac{n(n-1)}{2}AB^2 \\ = n \left\{ \left( n \sum_{k=1}^{n-1} k - \sum_{k=1}^{n-1} k^2 \right) BP_1^2 + \sum_{k=1}^{n-1} AP_k^2 \right\} \end{aligned}$$

となるので、

$$\begin{aligned} \frac{n-1}{2}(AC^2 + AB^2) \\ = BP_1^2 \left\{ n \times \frac{1}{2}(n-1)n - \frac{1}{6}(n-1)n(2n-1) \right\} \end{aligned}$$

$$+ \sum_{k=1}^{n-1} AP_k^2$$

$$= \frac{1}{6}BP_1^2(n^3 - n) + \sum_{k=1}^{n-1} AP_k^2$$

$$= \frac{1}{6}n(n+1)(n-1)BP_1^2 + \sum_{k=1}^{n-1} AP_k^2$$

と計算できる。(Q.E.D.)

一方で、インターネットのサイト([3])に次のような定理が掲載されていた。

#### 定理 4

△ABC において、辺 BC を  $n+1$  等分する点を  $D_1, D_2, \dots, D_n$  とするとき、

$$AB^2 + AC^2 = AD_1^2 + AD_n^2 + 2nBD_1^2$$

が成り立つ。

この定理は同じく  $n+1$  等分した三角形について(i)の中線定理を用いる方法で拡張している。この定理と著書の証明した定理(定理 3)が互換性をもつということを示す。すなわち、定理 4 から定理 3 を導けばよい。

いま、定理 4 の式を  $\frac{n}{2}$  倍すると、

$$\begin{aligned} & \frac{n}{2}(AB^2 + AC^2) \\ &= \frac{n}{2}AD_1^2 + \frac{n}{2}AD_n^2 + n^2BD_1^2 \\ &= AD_1^2 + AD_n^2 + n^2BD_1^2 \\ & \quad + \frac{n-2}{2}(AD_1^2 + AD_n^2) \\ &= AD_1^2 + AD_n^2 + n^2BD_1^2 \\ & \quad + \frac{n-2}{2}\{AD_2^2 + AD_{n-1}^2 \\ & \quad \quad + 2(n-2)BD_1^2\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= AD_1^2 + AD_2^2 + AD_{n-1}^2 + AD_n^2 \\ & \quad + \{n^2 + (n-2)^2\}BD_1^2 \\ & \quad + \frac{n-4}{2}(AD_2^2 + AD_{n-1}^2) \end{aligned}$$

今までの式変形を繰り返す。

ここで、この変形を行うたびに、( )内の式に一つ内側の線分の平方が現れることがわかる。したがって、最終的に  $n$  が奇数のときには中線定理のような図が、 $n$  が偶数の際は三等分したときのような図が得られるということになる。

①  $n$  が奇数の場合

式変形を  $\frac{n-3}{2}$  回繰り返すと

$$\begin{aligned} & \frac{n}{2}(AB^2 + AC^2) \\ &= AD_1^2 + \dots + AD_{\frac{n-1}{2}}^2 + AD_{\frac{n+3}{2}}^2 + \dots + AD_n^2 \\ & \quad + \{n^2 + (n-2)^2 + \dots + 3^2\}BD_1^2 \\ & \quad + \frac{1}{2}\left(AD_{\frac{n-1}{2}}^2 + AD_{\frac{n+3}{2}}^2\right) \end{aligned}$$

ここで、中線定理を用いると、

(与式)

$$\begin{aligned} &= AD_1^2 + \dots + AD_{\frac{n-1}{2}}^2 + AD_{\frac{n+3}{2}}^2 + \dots + AD_n^2 \\ & \quad + \{n^2 + (n-2)^2 + \dots + 3^2\}BD_1^2 \\ & \quad + \frac{1}{2}\left\{2\left(AD_{\frac{n+1}{2}}^2 + BD_1^2\right)\right\} \end{aligned}$$

$$= \sum_{k=1}^n AD_k^2 + \sum_{j=0}^{\frac{n-1}{2}} (2j+1)^2 BD_1^2$$

ここで、

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^{\frac{n+1}{2}} (2j-1)^2 \\ &= 4 \sum_{j=1}^{\frac{n+1}{2}} j^2 - 4 \sum_{j=1}^{\frac{n+1}{2}} j + \sum_{j=1}^{\frac{n+1}{2}} 1 \\ &= 4 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{n+1}{2} \cdot \frac{n+3}{2} \cdot (n+2) \\ &\quad - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{n+1}{2} \cdot \frac{n+3}{2} + \frac{n+1}{2} \\ &= \frac{1}{6} (n+1)(n+2)(n+3) \\ &\quad - \frac{1}{2} (n+1)(n+3) + \frac{1}{2} (n+1) \\ &= \frac{1}{6} (n+1) \{ (n+2)(n+3) - 3(n+3) + 3 \} \\ &= \frac{1}{6} (n+1) (n^2 + 5n + 6 - 3n - 9 + 3) \\ &= \frac{1}{6} (n+1) (n^2 - 2n) \\ &= \frac{1}{6} n(n+1)(n+2) \end{aligned}$$

であるから、

(与式)

$$= \sum_{k=1}^n AD_k^2 + \frac{1}{6} n(n+1)(n+2) BD_1^2$$

②  $n$  が偶数の場合

式変形を  $\frac{n-4}{2}$  回繰り返すと、

$$\begin{aligned} & \frac{n}{2} (AB^2 + AC^2) \\ &= AD_1^2 + \cdots + AD_{\frac{n-2}{2}}^2 \\ &\quad + AD_{\frac{n+4}{2}}^2 + \cdots + AD_n^2 \\ &\quad + \{ n^2 + (n-2)^2 + \cdots + 4^2 \} BD_1^2 \\ &\quad + \left( AD_{\frac{n-2}{2}}^2 + AD_{\frac{n+4}{2}}^2 \right) \end{aligned}$$

ここで、三等分したときの定理を用

いて、

(与式)

$$\begin{aligned} &= AD_1^2 + \cdots + AD_n^2 \\ &\quad + \{ n^2 + (n-2)^2 + \cdots + 2^2 \} BD_1^2 \\ &= \sum_{k=1}^n AD_k^2 + \sum_{j=1}^{\frac{n}{2}} 4j^2 BD_1^2 \end{aligned}$$

すると、

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^{\frac{n}{2}} 4j^2 &= 4 \sum_{j=1}^{\frac{n}{2}} j^2 \\ &= 4 \cdot \frac{1}{6} \times \frac{n}{2} \times \frac{n+2}{2} \times (n+1) \\ &= \frac{1}{6} n(n+1)(n+2) \end{aligned}$$

であるから、

(与式)

$$= \sum_{i=1}^n AD_i^2 + \frac{1}{6} n(n+1)(n+2) BD_1^2$$

したがって、いずれの  $n$  に対しても、

$$\begin{aligned} & \frac{n}{2} (AB^2 + AC^2) \\ &= \sum_{k=1}^n AD_k^2 + \frac{1}{6} n(n+1)(n+2) BD_1^2 \end{aligned}$$

よって、 $D_k$  を  $P_k$  と、 $n$  を  $n-1$  と置換する



ことにより、

$$\begin{aligned} & \frac{n-1}{2}(AC^2 + AB^2) \\ &= \frac{1}{6}n(n-1)(n+1)BP_1^2 + \sum_{i=1}^{n-1} AP_i^2 \end{aligned}$$

つまり、中線定理を使う方法でもスチュワートの定理を使う方法でも最終的に得られる式は互換性があるといえる。

#### 定理 4 のメリット

1 つ内側の線分が式に含まれているので帰納的に考えるのに適している

#### 定理 3 のメリット

すべての線分が式に含まれているので全体を同時に考えることができる

### 4. 結果・考察・今後の課題

三角形の 1 つの辺を  $n$  等分したときに成り立つ式を導出して中線定理を拡張することができた。

これからは、中線定理を多角形や多次元の立体に拡張する研究をしたいと思う。

また、中線定理には幾つか証明方法があるので今回証明した定理の別証明を考えたい。

### 5. 参考文献

[1] 高校数学の美しい物語、「スチュワートの定理の証明とその仲間」,

<https://manabitimes.jp/math/688>

[2] 高校数学の美しい物語、「図形の面積と正射影」,

<https://manabitimes.jp/math/1003>

[3] Accademia Nuts、「中線定理の拡張?」,

<https://ameblo.jp/accade/entry-12250886087.html>

### 6. 謝辞

今回の研究にあたり、ご指導くださいました顧問の川口先生ありがとうございました。

# 文字列によって得られる強い関数

4年B組 竹内 侖河  
指導教員 川口 慎二

## 1. 要約

巨大数を得るためには「強い」関数が必要となる。文字列によって関数を階層化することで、「強い」関数を得ることができるという点に着目し、より強い関数を得られる文字列の定義を目指した。本稿において「関数が強い」とは、関数の発散速度が速いことを意味している。

## 2. 研究の背景と目的

グラハム数の存在を知り、巨大数に興味をもった。巨大数を得るためには、強い関数を用意するのが適切であるとわかった。

今回は[1]に引き続き、文字列と関数を対応させることにより強い関数を作ることを目指した。

関数  $H_\alpha: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  を定める順序数による関数の階層  $\{H_\alpha(n)\}$  のことをいい、関数の大きさを評価したり、比較したりするときに用いられる。数学的には以下のように定義される。

## 3. 研究内容

### 3-1 ハーディ階層

関数の強さを評価するためにハーディ階層を定義する。そのためにまず、順序数の基本列を定義する。

### 定義 2

$\alpha$  を任意の順序数、 $n$  を任意の自然数とする。また、 $\beta[n]$  を極限順序数  $\beta$  の基本列の  $n$  番目とする。このとき、関数の階層  $\{H_\alpha(n)\}$  を次のように定義する。

### 定義 1

共終数が  $\omega$  である極限順序数  $\alpha$  に対して、 $\alpha$  に収束する順序数の単調増加列を、 $\alpha$  の**基本列**という。

$$\alpha = 0 \text{ のとき、 } H_\alpha(n) = n$$

$$\alpha \text{ が後続順序数のとき、 } H_\alpha(n) = H_{\alpha-1}(n+1)$$

例えば、順序数  $\omega$  の基本列は  $0, 1, 2, 3, \dots$  であり、順序数  $\omega + \omega$  の基本列は

$\alpha$  が極限順序数のとき、

$$H_\alpha(n) = H_{\alpha[n]}(n)$$

$$\omega + 1, \omega + 2, \omega + 3, \omega + 4, \omega + 5, \dots$$

この階層  $\{H_\alpha(n)\}$  を**ハーディ階層**という。

である。また、順序数  $\omega^\omega$  の基本列は

$$\omega^1, \omega^2, \omega^3, \omega^4, \omega^5, \dots$$

である。

**ハーディ階層**とは、順序数  $\alpha$  に対して、

ここで、最小の超限順序数である  $\omega$  から有限回の加算や乗算、冪乗では到達できない最小の超限順序数を  $\varepsilon_0$  と表し、**イプシロ**

ン・ノートまたはイプシロン・ゼロとよぶ。

$\varepsilon_0 = \omega^{\omega^{\dots}}$ とも表現される。

$\varepsilon_0$ 以下の極限順序数 $\alpha$ の基本列を定める方法として、ワイナー階層とよばれるものがある。

### 定義 3

$\alpha$ を $\alpha \leq \varepsilon_0$ である極限順序数とする。このとき、 $\alpha$ の基本列 $\{a[n]\}$ を以下のように帰納的に定義する。

$$\alpha = \omega \text{ のとき、 } \omega[n] = n$$

$$\alpha = \omega^\alpha \text{ のとき、 } \omega^\alpha[n] = \omega^{\alpha[n]}$$

$$\alpha = \omega^{\alpha+1} \text{ のとき、 } \omega^{\alpha+1}[n] = \omega^\beta n$$

$$\alpha = \omega^\beta \text{ かつ } \beta \text{ が極限順序数のとき、}$$

$$\omega^\beta[n] = \omega^{\beta[n]}$$

$$\alpha = \omega^{\gamma_1} + \omega^{\gamma_2} + \dots + \omega^{\gamma_{k-1}} + \omega^{\gamma_k}, \text{ ただし、}$$

$\gamma_1 \geq \gamma_2 \geq \dots \geq \gamma_{k-1} \geq \gamma_k$  (カントール標準形) のとき、

$$\begin{aligned} & (\omega^{\gamma_1} + \omega^{\gamma_2} + \dots + \omega^{\gamma_{k-1}} + \omega^{\gamma_k})[n] \\ & = \omega^{\gamma_1} + \omega^{\gamma_2} + \dots + \omega^{\gamma_{k-1}} + (\omega^{\gamma_k}[n]) \end{aligned}$$

$$\alpha = \varepsilon_0 \text{ のとき、}$$

$$\varepsilon_0[0] = 1 \text{ かつ } \varepsilon_0[n+1] = \omega^{\varepsilon_0[n]}$$

この基本列 $\{a[n]\}$ をワイナー階層という。

$\varepsilon_0$ よりも大きい順序数を定義する方法の

一つとして、ヴェブレン関数がある。

### 定義 4

$\alpha, \beta, \gamma, \delta$ を任意の順序数とする。このとき、ヴェブレン関数 $\{\varphi_\alpha(\beta)\}$ を以下のよう

$$\alpha = 0 \text{ のとき、 } \varphi_\alpha(\gamma) = \omega^\gamma$$

に定義する。  
 $\alpha \neq 0$ のとき、 $\varphi_\alpha(\gamma) = \alpha$ より小さいすべての順序数 $\beta$ に対して $\varphi_\beta(\delta) = \delta$ が成り立つ順序数のうち $\gamma$ 番目のもの

この関数により、より大きな順序数を表すことができ、ハーディ階層を用いてより強い関数を表すことができるようになる。

また、ヴェブレン関数における $\varphi_1(0)$ は、 $\varepsilon_0$ と等しくなる。

### 3-2 表記の定義

[1]において、写像を用いて関数を強化する方法を考案した。

今回は、その方法とは別のアプローチとして、文字列を定義してそれと関数(順序数)とを1対1で対応させることで強い関数を得た。

以下のような、文字列と関数を対応させた表記を提案する。以下において、 $n$ は正整数であり、この表記によって得られる関数の変数である。

変数 $n$ と文字列が1つ定まると、関数 $f(n)$ が1つに定まる。

( )の2種類の文字によって構成された文字列全体の集合を $X$ とし、 $X$ の任意の元を $(X)$ とする。

( ), { }の6種類の文字によって構成された

文字列の集合を  $Y$  とし、 $Y$  の任意の元を  $(Y)$  とする。

$(X)[n]$  を以下のように定める。

$$(X)([n]) = (X)[n+1]$$

$$((X)([n])) = \underbrace{((X))((X)) \cdots ((X))}_n$$

また、 $(Y)[n]$  を以下のように定める。文字列同士がスペースで区切られる場合は右側のものから計算対象となる。

$$((Y),) = (Y)$$

$$\{(Y), ()\} = \{(Y)\}, \{\}$$

$$(Y_1), (Y_2)() = (Y_1), (Y_2)(Y_1)$$

そして、写像  $F: Y \rightarrow Y$  を以下のように定める。 $m$  は任意の自然数である。

$$F_0((Y)) = ()$$

$$F_{m+1}((X)) = (F_m((X)))$$

$$\{\} = F_n(())$$

(より右側かつより内側の 1 つのみ処理する。)

$$(Y\{\}) = (Y F_n(Y\{\}))$$

$((Y(Y)))$  は内側の  $(Y)$  の外側に任意の  $Y$  の構造が存在する。

$$F_{m+1}((Y)) = (Y F_m((Y)))$$

このように定義した表記の  $X$  の限界は、以下のようにハーディ階層で  $H_{\varepsilon_0}(n)$  に到達する。

$$[n] = H_0(n)$$

$$()[n] = H_1(n)$$

$$()()[n] = H_2(n)$$

$$(([])[n] = H_\omega(n)$$

$$(()())[n] = H_{\omega+1}(n)$$

$$(()())()[n] = H_{\omega^2}(n)$$

$$((())())[n] = H_{\omega^2}(n)$$

$$((([])))[n] = H_{\omega^\omega}(n)$$

$$(((())())()[n] = H_{\omega^{\omega+1}}(n)$$

$$(((())())())[n] = H_{\omega^{\omega^2}}(n)$$

$$(((())())())()[n] = H_{\omega^{\omega^2}}(n)$$

$$(((([])))()[n] = H_{\omega^{\omega^\omega}}(n)$$

$$(\{\})[n] \approx H_{\varepsilon_0}(n)$$

また、すべてではないが、 $Y$  の強さは以下の通りである。

$$(\{\})[n] \approx H_{\phi_1(0)}(n)$$

$$(\{\}\{\})[n] \approx H_{\phi_1(1)}(n)$$

$$(\{\}, (()))[n] \approx H_{\phi_1(\omega)}(n)$$

$$(\{\}())[n] \approx H_{\phi_2(0)}(n)$$

$$(\{\}(), (()))[n] \approx H_{\phi_2(\omega)}(n)$$

$$(\{\}()())[n] \approx H_{\phi_3(0)}(n)$$



# ルービックキューブの解法と群論

4年A組 中谷 太紀  
指導教員 川口 慎二

## 1. 要約

ルービックキューブの複数の解法において、効率的な解法とはどのようなものか、数学の群論を用いて考える。

キーワード ルービックキューブ、解法、群論

## 2. 研究の背景と目的

ルービックキューブには多くの解法が存在し、それぞれ多様な特徴を持っている。これらの効率などを定量的に評価することができないかと考えた。

## 3. 研究内容

### 3-1 置換群

一般に、ルービックキューブは回転を要素として群の構造をもつことが知られている。本研究ではルービックキューブのステッカーの一つ一つを要素とする群を考え、複数の解法を比較する。

一般に  $a$  と  $b$  を入れ替えることを  $a$  と  $b$  の「互換」といい、 $(a\ b)$  と表す。また、 $a$  を  $b$  に、 $b$  を  $c$  に移す操作を  $a, b, c$  の「巡回置換」といい、 $(a\ b\ c)$  と表す。このとき、 $(a\ b\ c)$  は  $(a\ b)$  を行った後に  $(a\ c)$  を行う操作と同じである。これを

$$(a\ b\ c) = (a\ b) \circ (a\ c)$$

と表し、互換の積という。

### 3-2 基本的な記号と用語

#### 3-2-1 回転記号

シングマスター記法という表記方法を利用してルービックキューブの状態を記録する。

ルービックキューブを置いたときに、手前の面 (F 面) が緑、奥の面 (B 面) が青、上の面 (U 面) が白、下の面 (D 面) が黄、右の面 (R 面) が赤、左の面 (L 面) が橙になるようにする。

このとき、各面 (F 面・B 面・U 面・D 面・R 面・L 面) を時計回りに  $90^\circ$  回転する操作をそれぞれ

$$F \cdot B \cdot U \cdot D \cdot R \cdot L$$

と表記することにする。また、各面反時計回りに  $90^\circ$  回す操作を

$$F' \cdot B' \cdot U' \cdot D' \cdot R' \cdot L'$$

のようにクォーテーションをつけて表し、各面を  $180^\circ$  回転させる操作を

$$F2 \cdot B2 \cdot U2 \cdot D2 \cdot R2 \cdot L2$$

のように、後ろに数字の 2 をつけて表記する。さらに、各面を 2 列同時に回す操作は、

$$Fw \cdot Bw \cdot Uw \cdot Dw \cdot Rw \cdot Lw$$

のようにアルファベットの  $w$  をつけて表す。

そして、R 面と L 面に挟まれた列を「M 列」、F 面と B 面に挟まれた列を「S 列」、U 面と D 面に挟まれた列を「E 列」とし、M 列を L と同じ方向に、S 列を F と同じ方向に、E 列を D と同じ方向に回す操作をそれぞれ、「 $M \cdot S \cdot E$ 」と表記する。また、結果として「 $R M' L'$ 」をもたらす持ち替えを  $[x]$ 、結果として「 $U E' D'$ 」をもたらす持ち替えを  $[y]$ 、結果として「 $F S B'$ 」をもたらす持ち替えを  $[z]$  とする。

#### 3-2-2 ステッカー

ここで、各面の中央にあるパーツを「センターパーツ」、各面の辺の部分にあるパーツを「エッジパーツ」、各面の頂点の部分にあるパーツを「コーナーパーツ」と呼ぶ。

各面のステッカーの表記は、エッジパーツの場合、[ステッカーのある面、ステッカーのあるエッジパーツの他のステッカーがある面]というようにアルファベット 2 文字で表記する。コーナーパーツの



表2 Old Pochmann 法における  
コーナーの手順表

エッジ	置換	セットアップ	逆セットアップ	手数
UL	e	x	x	0
UF	(UL UF)	M2 D' L2	L2 D M2	3
UB	(UL UB)	M2 D L2	L2 D' M2	3
RB	(UL RB)	Dw L	L' Dw'	2
RD	(UL RD)	D2 L Dw L'	L Dw' L' D2	4
RF	(UL RF)	Dw' L'	L Dw2	2
FU	(UL FU)	MD' L2	L2 D M'	3
FR	(UL FR)	Dw2 L	L' Dw2	2
FD	(UL FD)	MD L2	L2 D' M'	3
FL	(UL FL)	L'	L	1
DF	(UL DF)	D' L2	L2 D	2
DR	(UL DR)	D2 L2	L2 D2	2
DB	(UL DB)	D L2	L2 D'	2
DL	(UL DL)	L2	L2	1
BU	(UL BU)	M' D L2	L2 D' M	3
BR	(UL BR)	Dw2 L'	L Dw2	2
BD	(UL BD)	M' D' L2	L2 D M	3
BL	(UL BL)	L	L'	1
LU	(UL LU)	L Dw' L	L' Dw L'	3
LF	(UL LF)	Dw' L	L' Dw	2
LD	(UL LD)	L Dw L'	L Dw L'	3
LB	(UL LB)	Dw L'	L Dw'	2
				49

### 3-3-2 T2 法

これは筆者が独自に考案した手順である。先述の Old Pochmann 法をベースにした解法で、T-perm を利用したエッジ解法をコーナーにまで拡張したものである。エッジパーツの解法は Old Pochman 法を共通であるが、コーナーパーツのインターチェンジを新たに覚える必要がないので、暗記がする必要がある手順を削減することができるという特徴がある。この T2 法における手順を表3に示す。

### 3-4 解法の検討

#### 3-4-1 比較

ルービックキューブがランダムにバラバラになった状態について手順を評価することは難しいため、初期段階として特定の状態から解くことについて考える。

本節では SuperFlip, MinorityCross, Wire, GiftBox という 4 つの状態について検証する。

表3 T2 法におけるコーナーの手順表

コーナー	置換	セットアップ	逆セットアップ	手数
UFR	e	x	x	0
UFL	(UFR UFL)	F2 D' F2	F2 D F2	3
UBL	(UFR UBL)	L2 F2 L2	L2 F2 L2	3
RFU	(UFR RFU)	F D' F2	F2 D F'	3
RFD	(UFR RFD)	F'	F	1
RBD	(UFR RBD)	D' F D F'	F D' F' D	4
FUR	(UFR FUR)	F2 D F'	F D' F2	3
FUL	(UFR FUL)	F' D F'	F D' F	3
FDL	(UFR FDL)	D F'	F D'	2
FDR	(UFR FDR)	D' R' D R	R' D' R D	4
DFR	(UFR DFR)	D' F2	F2 D	2
DFL	(UFR DFL)	F2	F2	1
DBL	(UFR DBL)	D F2	F2 D'	2
DBR	(UFR DBR)	D2 F2	F2 D2	2
BRD	(UFR BRD)	D' F'	F D	2
BLD	(UFR BLD)	R' D2 R	R' D2 R	3
BLU	(UFR BLU)	L' D F2 L	L' F2 D' L	4
LUF	(UFR LUF)	F	F'	1
LUB	(UFR LUB)	S L F S'	S F' L' S'	4
LDB	(UFR LDB)	D2 F'	F D2	2
LDF	(UFR LDF)	R' D R	R' D' R	3
				52

#### [1] SuperFlip

「SuperFlip」とは、以下の操作によって得られる状態のことである。

[U R2 F B R B2 R U2 L B2 R U' D' R2 F R' L B2 U2 F2]



図4 SuperFlip

このとき、キューブを完成状態にするために必要な置換は

(UF FU) (UR RU) (UB BU) (UL LU)  
(RF FR) (RB BR) (LF FL) (LB BL)  
(DF FD) (DR RD) (DB BD) (DL LD)

である。

#### ①Old Pochmann 法

エッジパーツにおいて、必要な互換は 12 回であり、一回の置換に必要な手数は 13 手であるため、 $13 \times 12 + 31 \times 2 = 218$  (手)であり、コーナーパーツにおいて、



必要な置換は「恒等置換」、つまり操作は必要ないため、0 手であるので、合計すると、 $218+0=218$  (手)ある。

## ②T2 法

エッジパーツにおいて、一回の置換に必要なのは、 $13 \times 12 + 31 \times 2 = 218$  (手)であり、コーナーパーツにおいて、必要な置換は恒等置換、つまり操作は必要ないため、0 手である。よって、合計すると、 $218+0=218$  (手)ある。

## [2]MinorityCross

「MinorityCross」とは、以下の操作によって得られる状態のことである。

[L2 D' B2 L2 B2 D' F2 D U' B2 L B2 F' L B' F U' F' U L2]



図5 MinorityCross

このとき、キューブを完成状態にするために必要な置換はエッジパーツで

(FU DR RF UB FD UL LF BL FU)  
(UR RB DL)

互換で表すと

(FU DR) (DR RF) (RF UB) (UB FD)  
(FD UL) (UL LF) (LF BL) (BL FU)

であり、コーナーパーツで

(UFR BDL) (UBR BUL)  
(UFL BDR) (DFL FDR)

となる。

## ①Old Pochmann 法

エッジパーツにおいて、必要な互換は 8 回であり、一回の置換に必要な手数は 13 手であるため、 $13 \times 8 + 31 \times 2 = 166$  (手)となる。コーナーパーツにおいて、必要な互換は 4 回であり、一回の置換に必要な手数は 15 手であるため、 $15 \times 4 + 49 \times 2 = 158$  (手)あるので、合計して、 $166+158=324$  (手)となる。

## ②T2 法

エッジパーツにおいて、必要な互換は 8 回であり、一回の置換に必要な手数は 13 手であるため、 $13 \times 8 + 31 \times 2 = 166$  (手)であり、コーナーパーツにおいて、必要な互換は 4 回であり、一回の置換に必要な手数は 13 手であるため、 $13 \times 4 + 52 \times 2 = 156$  (手)となり、合計すると  $166 + 156 = 322$  (手)である。

## [3]Wire

「Wire」とは、以下の操作によって得られる状態のことである。

[R L F B R L F B R L F B R2 B2 L2 R2 B2 L2]



図6 Wire

このとき、キューブを完成状態にするために必要な置換は

(UF UB) (UR UL) (DF DB) (DR DL)  
(UFL UBR) (DFR DBL)

である。

## ①Old Pochmann 法

エッジパーツにおいて、必要な互換は 4 回であり、一回の置換に必要な手数は 13 手であるため、 $13 \times 4 + 31 \times 2 = 114$  (手)である。コーナーパーツにおいて、必要な互換は 2 回、一回の置換に必要な手数は 15 手であるため、 $15 \times 2 + 49 \times 2 = 158$  (手)ある。ゆえに、合計すると、 $114+158=272$  (手)となる。

## ②T2 法

エッジパーツにおいて、必要な互換は 4 回であり、一回の置換に必要な手数は 13 手であるため、 $13 \times 4 + 31 \times 2 = 114$  (手)である。コーナーパーツにおいて、必要な互換は 2 回であり、一回の置換に

必要な手数は 13 手であるため、 $13 \times 2 + 52 \times 2 = 130$  (手)となる。

合計して、 $114 + 130 = 244$  (手)である。

#### [4] GiftBox

「GiftBox」とは、以下の操作によって得られる状態のことである。

[U B2 R2 B2 L2 F2 R2 D' F2 L2 B F' L F2 D U' R2 F' L' R']



図7 GiftBox

このとき、キューブを完成状態にするために必要な置換は

(FR LB) (FL RB) (UFR DBL)

(UBR DFL) (UBL DFR) (UFL DBR)

である。

#### ①Old Pochmann 法

エッジパーツにおいて、必要な互換は 4 回であり、一回の置換に必要な手数は 13 手であるため、 $13 \times 4 + 31 \times 2 = 114$  (手)である。また、コーナーパーツにおいて、必要な互換は 2 回であり、一回の置換に必要な手数は 15 手であるため、 $15 \times 2 + 49 \times 2 = 158$  (手)となり、合計すると、 $114 + 158 = 272$  (手)となる。

#### ②T2 法

エッジパーツにおいて、必要な互換は 4 回であり、一回の置換に必要な手数は 13 手であるため、 $13 \times 4 + 31 \times 2 = 114$  (手)である。また、コーナーパーツにおいて、必要な互換は 2 回、一回の置換に必要な手数は 13 手であるため、 $13 \times 2 + 52 \times 2 = 130$  (手)となり、合計すると、 $114 + 130 = 244$  (手)となる。

### 3-4-2 結果

かかった手数は表4のようになった。結果として、T2法のほうがかかる手数が

全体的に短いという結果になった。

表4 必要な手数の比較

	SuperFlip	Minority Cross	Gift Box	Wire
Old Pochmann	218	324	272	272
T2	218	322	244	244

### 3-4-3 考察

覚える手順数とかかる手順から、Old Pochmann 法と T2 法を比較したとき、T2 法のほうがより効率的であるといえる。

### 4. 今後の展望

今回は Old Pochmann 法と自作の解法のみについて、特定の状況のもとで検討したが、今後は LBL 法や Roux などメジャーに使用されている解法についての検討や、ランダムに崩した状態について、複数の検討を行い、統計的に結果をまとめたい。

### 5. 参考文献・出典

- [1] 「群論入門 対称性を測る数学」, 芳沢光雄
- [2] 「ルービックキューブと数学」  
<http://www.math.nagoya-u.ac.jp/~hnakashima/others/suriwave/suriwaveHN.pdf>
- [3] Tribbox  
<https://tribbox.com/3x3x3/solution/notation/>
- [4] Hinemos  
<https://saxcy.info/hinemos/m2Method.html>
- [5] Cube Voyage  
<https://cubevoyage.net/>
- [6] Ruwix  
<https://ruwix.com/>

### 6. 謝辞

本研究では、担当教諭である川口先生にご指導をいただきました。ありがとうございました。

# 三角形の特徴的な点とその軌跡

4年C組 川野 聡真

4年C組 山田 悠晟

指導教員 川口 慎二

## 1. 要約

私たちは三角形の特徴的な点について興味をもち、よく知られている関数との関係について探究の授業で調べてみることにした。なお、この研究において、グラフや作図はすべて動的数学ソフトウェアである GeoGebra を用いた。

キーワード 曲線、三角形の五心、軌跡

## 2. 研究の背景と目的

2年生の幾何で学習した五心の軌跡というものが気になった。また、2,3年生の授業で学習した曲線についても興味をもち、その両方を研究対象とした。特に三角形に関係する点の軌跡と曲線について興味があり、探究することにした。

## 3. 研究内容

### 3-1 二次関数と五心

最初に、放物線  $y = x^2$  上に点  $A(-1, 1)$  と点  $B(1, 1)$  をとり、点  $C(t, t^2)$  は放物線上を移動する。このときの五心の軌跡を調べた。

#### 3-1-1 外心の軌跡

点  $C$  が  $(0, 0)$  のとき、 $\triangle ABC$  は直角二等辺三角形であり、外心は斜辺  $AB$  の中点となるのでそのときの外心  $D$  は  $(0, 1)$  となり、外心  $D$  の軌跡は半直線  $y \geq 1$  となる。ただし、 $A$  と  $C$ 、また  $B$  と  $C$  が一致するとき三角形は存在しないので、 $A$ 、 $B$  における

法線と  $y$  軸の交点である  $(0, \frac{3}{2})$  を除く。

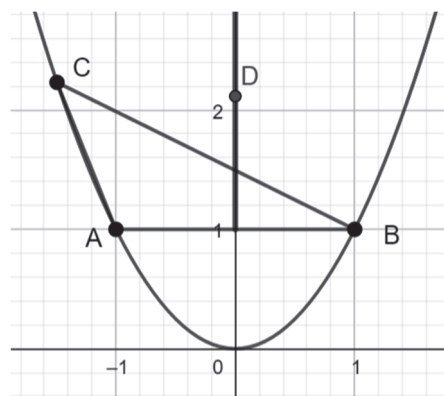


図1 外心の軌跡

#### 3-1-2 重心の軌跡

点  $C$  が  $(t, t^2)$  に存在するとき、重心  $G$  の座標は

$$G\left(\frac{-1+1+t}{3}, \frac{1+1+t^2}{3}\right) = \left(\frac{t}{3}, \frac{t^2+2}{3}\right)$$

となる。

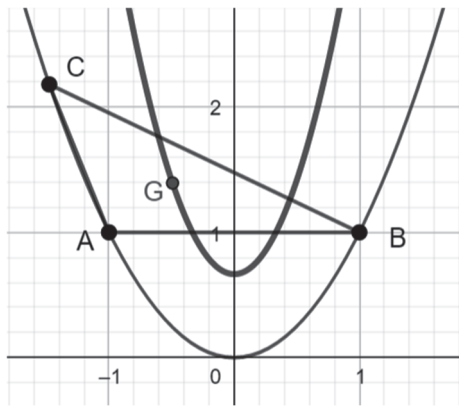


図2 重心の軌跡

よって、重心  $G$  の軌跡をパラメーター表示すると

$$\begin{cases} x = \frac{t}{3} \dots \textcircled{1} \\ y = \frac{t^2 + 2}{3} \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

となる。 $t$  は媒介変数である。

①を変形した  $t = 3x$  を②に代入すると、

$$y = 3x^2 + \frac{2}{3}$$

となる。

しかし、点  $C$  が線分  $AB$  との交点上にあるときは、重心  $G$  は存在しないので、 $y = 1$  を代入して、

$$1 = 3x^2 + \frac{2}{3}, x^2 = \frac{1}{9} \text{ より } x = \pm \frac{1}{3}$$

となる点を軌跡から除かねばならない。

したがって、求める重心  $G$  の軌跡は放物線  $y = 3x^2 + \frac{2}{3}$  から 2 点  $\left(\pm \frac{1}{3}, 1\right)$  を除く部分となる。

### 3-1-3 内心の軌跡

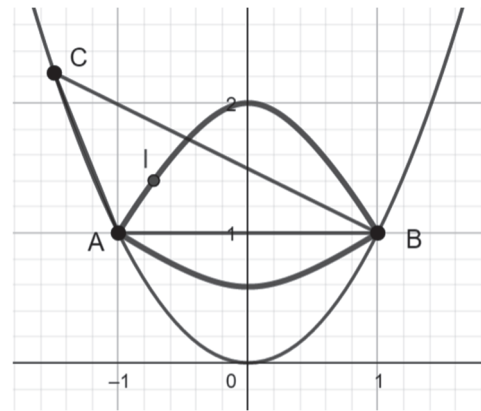


図3 内心の軌跡

点  $C(t, t^2)$  に存在するとき、 $AB = 2$  であり、二点間の距離の公式より、

$$\begin{aligned} AC &= \sqrt{(t+1)^2 + (t^2-1)^2} \\ &= \sqrt{(t+1)^2 + \{(t+1)(t-1)\}^2} \\ &= \sqrt{(t+1)^2 \{1+(t-1)^2\}} \\ &= \sqrt{(t+1)^2 (t^2-2t+2)} \\ &= |t+1| \sqrt{t^2-2t+2} \end{aligned}$$

であり、また、

$$\begin{aligned} BC &= \sqrt{(t-1)^2 + (t^2-1)^2} \\ &= \sqrt{(t-1)^2 + \{(t+1)(t-1)\}^2} \\ &= \sqrt{(t-1)^2 \{1+(t+1)^2\}} \\ &= \sqrt{(t-1)^2 (t^2+2t+2)} \\ &= |t-1| \sqrt{t^2+2t+2} \end{aligned}$$

となる。

ここで、内心座標の公式を用いる。内心の座標の公式とは、以下のものである。

### 定理 1

座標平面上の 3 点  $A(x_a, y_a)$ ,  $B(x_b, y_b)$ ,  $C(x_c, y_c)$  について、 $\triangle ABC$  の内心  $I$  の座標は

$$I\left(\frac{ax_a + bx_b + cx_c}{a + b + c}, \frac{ay_a + by_b + cy_c}{a + b + c}\right)$$

である。

定理 1 を用いると、 $y = x^2$  上を点  $C$  が動き回るときの内心  $I$  の座標は媒介変数  $t$  を用いて、

$$\begin{cases} x = \frac{-|t-1|\sqrt{t^2+2t+2} + |t+1|\sqrt{t^2-2t+2} + 2t}{|t+1|\sqrt{t^2-2t+2} + |t-1|\sqrt{t^2+2t+2} + 2} \\ y = \frac{|t-1|\sqrt{t^2+2t+2} + |t+1|\sqrt{t^2-2t+2} + 2t^2}{|t+1|\sqrt{t^2-2t+2} + |t-1|\sqrt{t^2+2t+2} + 2} \end{cases}$$

と表される。

点  $C$  が  $A$  や  $B$  から遠ざかっていくにつれて  $I$  は  $(0, 2)$  に限りなく近づいていくが、 $(0, 2)$  と一致することはない。

#### 3-1-4 垂心の軌跡

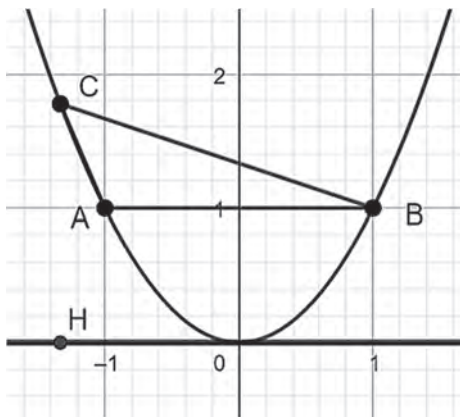


図 4 垂心の軌跡

点  $H$  の座標は点  $C$  から  $AB$  に下ろした垂線と  $A$  から  $BC$  に下ろした垂線の交点である。点  $C$  から  $AB$  に下ろした垂線は点  $C$

の座標が  $(t, t^2)$  であるとき、

$$x = t \quad \dots \textcircled{1}$$

ここで直線  $BC$  の方程式を求めると、

$$y = \frac{t^2 - 1}{t - 1}x + 1 - \frac{t^2 - 1}{t - 1}$$

である。ただし、 $t = \pm 1$  のとき、点  $C$  は点  $A$  あるいは点  $B$  は一致するため、垂心  $H$  は存在しない。したがって、 $t \neq \pm 1$  とする。

いま、直線  $BC$  が  $y = (t+1)x - t$  とわかるので、点  $A$  から  $BC$  に下ろした垂線の变化の割合は

$$-\frac{1}{t+1}$$

とわかる。この垂線は点  $A(-1, 1)$  を通るので、 $A$  から  $BC$  に下ろした垂線の方程

$$\text{式は、} y = -\frac{1}{t+1}(x+1) + 1, \text{ つまり、}$$

$$y = -\frac{1}{t+1}x + \frac{t}{t+1} \quad \dots \textcircled{2}$$

となる。

$\textcircled{1}$  と  $\textcircled{2}$  の交点を求めると、 $y = 0$  となる。したがって、垂心  $H$  の軌跡は  $y = 0$  (つまり  $x$  軸) から  $(\pm 1, 0)$  を除いたものになる。

#### 3-1-5 傍心の軌跡

傍心の軌跡については、GeoGebra で軌跡をうまく描画することができず、さらに軌跡の方程式や媒介変数表示を求めることができていないので今後研究を進めたい。

#### 3-2 円と五心

次に円  $x^2 + y^2 = 1$  上に点  $A(1, 0)$  と点  $B(-1, 0)$  をとり、点  $C(\cos \theta, \sin \theta)$  は円上を移動する。このとき、 $\triangle ABC$  の五心の軌跡を調べた。

### 3-2-1 外心の軌跡

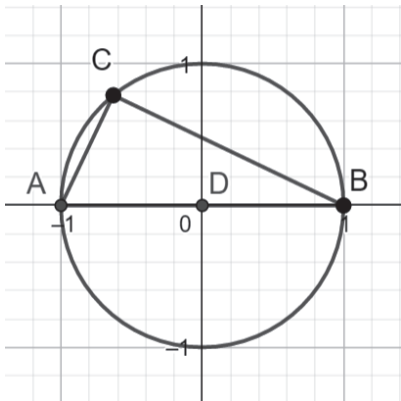


図5 外心の軌跡

$\triangle ABC$ において、 $AB$ は円の直径なので、円周角の定理より、常に $\angle C=90^\circ$ であり、直角三角形の外心は斜辺の中点なので、外心 $D$ は原点 $O$ と常に一致している。

### 3-2-2 重心の軌跡

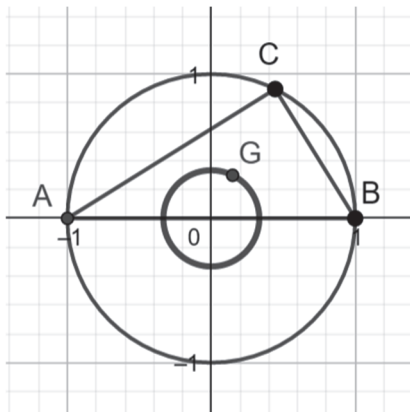


図6 重心の軌跡

点 $C$ が $(\cos \theta, \sin \theta)$ であるとき、点 $G$ の座標は

$$G\left(\frac{-1+1+\cos \theta}{3}, \frac{0+0+\sin \theta}{3}\right) \\ =\left(\frac{\cos \theta}{3}, \frac{\sin \theta}{3}\right)$$

であり、これより求められる重心 $G$ の軌

跡は、 $\theta$ を媒介変数として

$$\begin{cases} x = \frac{\cos \theta}{3} \dots \textcircled{1} \\ y = \frac{\sin \theta}{3} \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

となる。 $\textcircled{1}$ より $\cos \theta = 3x$ 、 $\textcircled{2}$ より $\sin \theta = 3y$ なので、 $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$ より、 $(3x)^2 + (3y)^2 = 1$ 、 $9x^2 + 9y^2 = 1$ なので、 $x^2 + y^2 = \frac{1}{9}$ となる。

しかし、点 $C$ の座標が線分 $AB$ （つまり $x$ 軸）上との交点になるとき、重心は存在しないので、 $y=0$ を代入して、

$$x^2 = \frac{1}{9}, x = \pm \frac{1}{3}$$

のときを除く。

したがって、重心 $G$ の軌跡は、円

$$x^2 + y^2 = \frac{1}{9}$$

から、2点 $\left(\pm \frac{1}{3}, 0\right)$ を除いた部分となる。

### 3-2-3 内心の軌跡

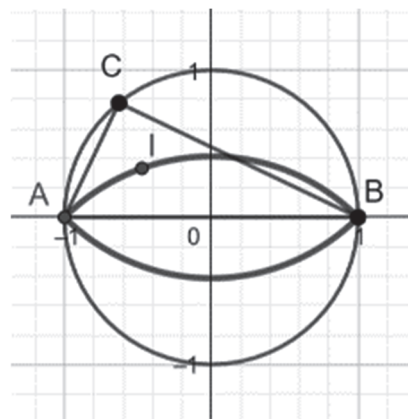


図7 内心の軌跡

点 $C$ の座標が $(\cos \theta, \sin \theta)$ であるとき、二点間の距離の公式より、

$$\begin{aligned}
 AC &= \sqrt{\{\cos \theta - (-1)\}^2 + (\sin \theta - 0)^2} \\
 &= \sqrt{(\cos \theta + 1)^2 + \sin^2 \theta} \\
 &= \sqrt{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta + 2 \cos \theta + 1} \\
 &= \sqrt{2(1 + \cos \theta)} \dots \textcircled{1}
 \end{aligned}$$

であり、また、

$$\begin{aligned}
 BC &= \sqrt{(\cos \theta - 1)^2 + (\sin \theta - 0)^2} \\
 &= \sqrt{(\cos \theta - 1)^2 + \sin^2 \theta} \\
 &= \sqrt{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta - 2 \cos \theta + 1} \\
 &= \sqrt{2(1 - \cos \theta)} \dots \textcircled{2}
 \end{aligned}$$

となる。

ここで、3-1-3節と同様に、内心座標の公式を用いる。すると内心 I の座標は  $\theta$  を媒介変数として、

$$\begin{cases}
 x = \frac{-\sqrt{2-2\cos\theta} + \sqrt{2+2\cos\theta} + 2\cos\theta}{2 + \sqrt{2+2\cos\theta} + \sqrt{2-2\cos\theta}} \\
 y = \frac{2\sin\theta}{2 + \sqrt{2+2\cos\theta} + \sqrt{2-2\cos\theta}}
 \end{cases}$$

とわかる。

### 3-2-4 GeoGebra で導出した軌跡

ここで、GeoGebra には軌跡の方程式を導出する機能がある。入力バーに

Locus(<軌跡の点>, <駆動点>)

と入力すると、求める軌跡がグラフ内に描かれる。ここで、その軌跡の図形の名前を「loc1」と定義したとき、その下の入力バーに

LocusEquation (loc1)

と入力すると、求めたい軌跡の方程式が導出される。この機能を用いると、一定以上の複雑な軌跡の方程式以外は導出することができる。

これを踏まえて内心 I の軌跡を入力バーに「Locus (I, C)」と入力し、軌跡を描き、その軌跡を「loc1」と定義し、その下

の入力バーに「LocusEquation (loc1)」と入力した。すると、5 回中 4 回は導出できなかったが 1 度だけ

$$x^4 + 2x^2y^2 - 2x^2 + y^4 - 6y^2 = -1$$

という方程式が導出された。

この方程式を入力バーに入力すると下の図 8 のようなグラフが描かれた。

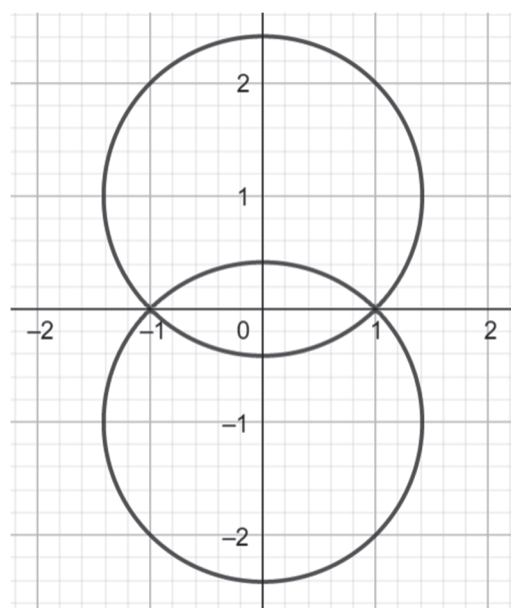


図 8 GeoGebra が導出した軌跡

これと、円  $x^2 + y^2 = 1$  および求めた内心の軌跡を同じ座標平面に重ねて描くと図 9 のようになる。

図 9 を見ると、

$$x^4 + 2x^2y^2 - 2x^2 + y^4 - 6y^2 + 1 = 0 \dots (*)$$

の一部と、3-2-3節で導出した内心 I の軌跡が一致しているように見える。

ここで、(\*)式を因数分解すると、

$$\begin{aligned}
 &x^4 + 2x^2(y^2 - 1) \\
 &\quad + (y^2 - 1 + 2y)(y^2 - 1 - 2y) = 0
 \end{aligned}$$

$$x^4 + 2x^2(y^2 - 1) + (y^2 - 1)^2 - 4y^2 = 0$$

$$\{x^2 + (y^2 - 1)\}^2 - 4y^2 = 0$$

$$(x^2 + y^2 - 1)^2 - 4y^2 = 0$$

$$(x^2 + y^2 - 1 + 2y)(x^2 + y^2 - 1 - 2y) = 0$$

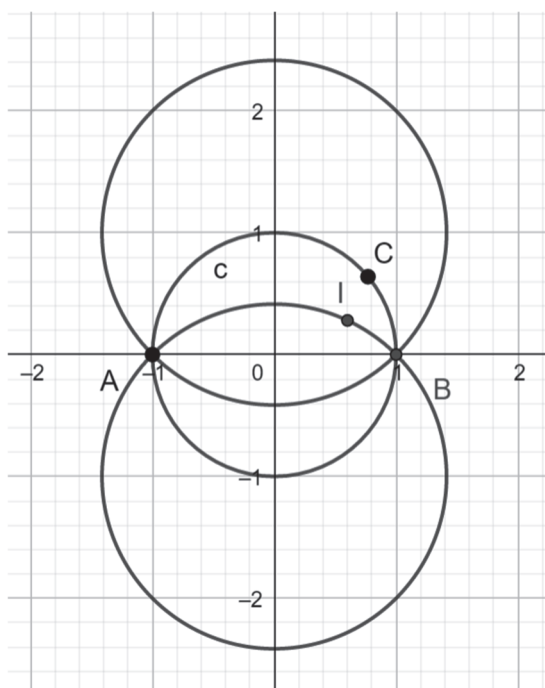


図9 GeoGebra が導出した軌跡と  
内心の軌跡

したがって、 $x^2 + y^2 - 1 + 2y = 0$  または  
 $x^2 + y^2 - 1 - 2y = 0$  である。

(i)  $x^2 + y^2 - 1 + 2y = 0$  のとき  
 $x^2 + (y+1)^2 = 2$  より、中心が  $(0, -1)$  に  
あり、半径  $\sqrt{2}$  の円だとわかる。

(ii)  $x^2 + y^2 - 1 - 2y = 0$  のとき  
 $x^2 + (y-1)^2 = 2$  より、中心が  $(0, 1)$  にあ  
り、半径  $\sqrt{2}$  の円だとわかる。

このことから、内心の軌跡は円の一部ず

つを合わせたものと予想した。

### 3-2-5 垂心の軌跡

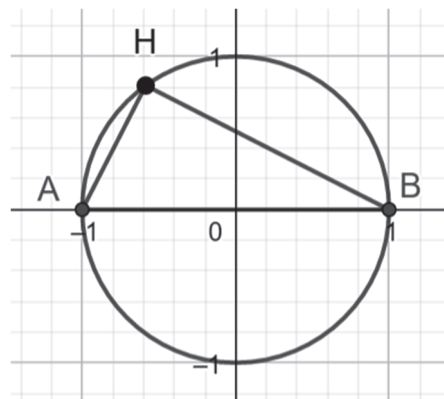


図10 垂心の軌跡

$\triangle ABC$  において、 $AB$  は円の直径なの  
で、円周角の定理より、常に  $\angle C = 90^\circ$  な  
ので、点  $C$  と点  $H$  は常に一致し、垂心  $H$   
の軌跡は  $x^2 + y^2 = 1$  から  $(-1, 0)$  と  $(1, 0)$   
を除いた部分となる。

### 3-2-6 傍心の軌跡

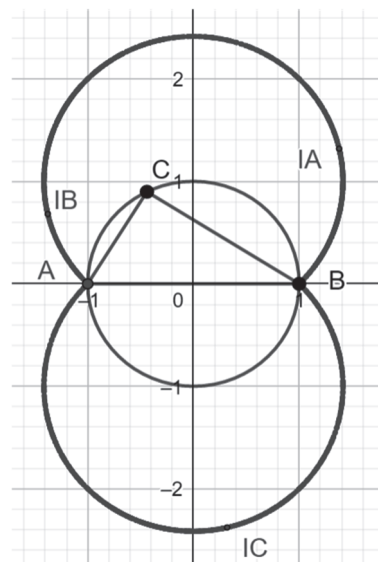


図11 傍心の軌跡

この図11は $\triangle ABC$ の傍心  $I_A, I_B, I_C$  の軌  
跡である。これは、見た目から3-2-4



で GeoGebra が導出したグラフから 3-2-3 で導出した内心の軌跡を除いたもののように見える。

また、GeoGebra 内では△ABC の傍心  $I_A, I_B, I_C$  は

$$x^4 + 2x^2y^2 - 2x^2 + y^4 - 6y^2 + 1 = 0$$

に沿って移動していた。したがって、この内心の軌跡と、傍心の軌跡を合わせたものが  $x^4 + 2x^2y^2 - 2x^2 + y^4 - 6y^2 + 1 = 0$  と一致すると予想した。

#### 4. 今後の課題・展望

$x^4 + 2x^2y^2 - 2x^2 + y^4 - 6y^2 + 1 = 0$  が 2 つの円を表す方程式であることは証明できたが、これの一部が 3-2-3 節で求めたパラメーターと一致することは正確には証明できなかった。これを証明するのが次の課題である。また、3-2-4 節において、内心の軌跡と傍心の軌跡を合わせたものが

$$x^4 + 2x^2y^2 - 2x^2 + y^4 - 6y^2 + 1 = 0$$

と一致することを証明したい。

さらに、GeoGebra の機能についての知識を深め、より探究活動に役立てたい。3-2-4 節において、入力バーに

LocusEquation (loc1)

と入力したときに 5 回中 4 回は導出できなかった原因を追究したい。

今後の展望としては、今回は二次関数や円を用いたが、三次関数、指数関数、アステロイド、懸垂線などの関数や曲線でも同様の研究を行いたい。また、五心だけでなくフェルマー点や、ナポレオン点などの軌跡についても調べたい。

#### 5. 参考文献

[1] 「三角形の内心とは？内心の意味や座標&ベクトルの求め方を解説」

math-travel.com

[2] 「GeoGebra 初心者のための日本語マニュアル」

sakura.ne.jp

[3] 「GeoGebra における「軌跡」の扱い方について : LocusEquation コマンドの新機能紹介 (数学ソフトウェアとその効果的教育利用に関する研究)」

kyoto-u.ac.jp

#### 6. 謝辞

今回の探究活動にあたり多大なご指導を賜りました顧問の川口先生、いろいろなアドバイスをくれた「基盤探究 I」の同じ川口講座のみなさんには深く感謝いたします。ありがとうございました。

# 無理数の折り方

3年B組 坂本 悠  
指導教員 川口 慎二

## 1. 要約

折り紙を用いることで $\sqrt{2}$ から $\sqrt{8}$ までの長さを折り目によって表すことができた。

キーワード 折り紙、無理数

## 2. 研究の背景と目的

折り紙を折っているとき、折り紙の対角線の長さが $\sqrt{2}$ ということに気づき、他にも無理数を折ることができないのだろうかと考えた。そこで、実際に折り紙を折り、ピタゴラスの定理を用いて、折り目の長さが無理数であることを確かめることにした。

## 3. 研究内容

### 3-1 条件

無理数を折るにあたり、以下の条件を設定した。

- ・折り紙は正方形のものを使う
- ・一辺の長さを2とする

### 3-2 $\sqrt{2}$ から $\sqrt{8}$ までの折り方

折り方の手順の後に示されている式は、ピタゴラスの定理を用いて折り線の長さを求めたものである

式の仮定として、「 $x$ は正の数として、正方形の中にある実線の長さを $x$ とする」ことを定めている。

また、折り図に示されている、点線は折

線、色が濃い部分はピタゴラスの定理を用いるために表した直角三角形である

### (1) $\sqrt{2}$ の折り方

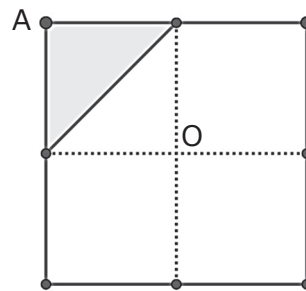


図1  $\sqrt{2}$ の折り方

- ①縦に半分に折る。
- ②さらに横に半分に折る。
- ③折り目を開き、2つの折り線の交点Oと折り紙の頂点Aが重なるように折る。

$$x^2 = 1^2 + 1^2 = 2 \text{ より、} x = \sqrt{2}$$

(2)  $\sqrt{3}$  の折り方

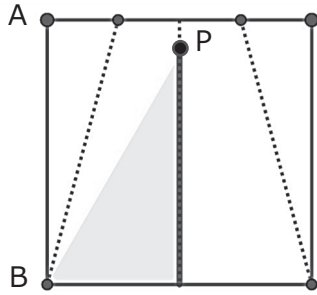


図2  $\sqrt{3}$  の折り方

- ①折り紙を縦半分に折る。
- ②折り紙を開き、手順①で折った線と頂点 A が重なるように折る。また、折り線は下の頂点 B を通るようにする。
- ③①の折り目と頂点 A の重なる点を P とする。

$$x^2 = 2^2 - 1^2 = 3 \text{ より、} x = \sqrt{3}$$

(3)  $\sqrt{4}$  の折り方

$\sqrt{4} = 2$  であるため一辺の長さと等しく、省略する。

(4)  $\sqrt{5}$  の折り方

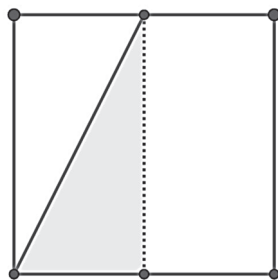


図3  $\sqrt{5}$  の折り方

- ①折り紙を縦半分に折る。
- ②辺の中点と頂点を結ぶ線を折る。

$$x^2 = 2^2 + 1^2 = 5 \text{ より、} x = \sqrt{5}$$

(5)  $\sqrt{6}$  の折り方

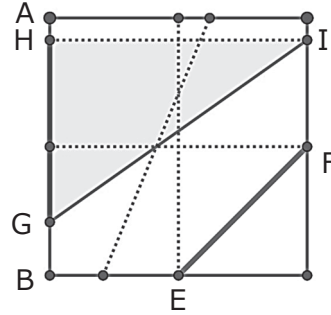


図4  $\sqrt{6}$  の折り方

- ① $\sqrt{2}$  を折る (折り目 EF)。
- ② $\sqrt{2}$  を向かいの辺 AB 上につくように折り、GH とする。
- ③対辺 AB に垂直な線を、 $\sqrt{2}$  の折り目の端 H を通るように折る (折り目 HI)。
- ④手順③でとった点 I と  $\sqrt{2}$  の長さのもう一方の端 G を結ぶ線分 GI を折り目として折る。

$$x^2 = (\sqrt{2})^2 + 2^2 = 6 \text{ より、} x = \sqrt{6}$$

(6)  $\sqrt{7}$  の折り方

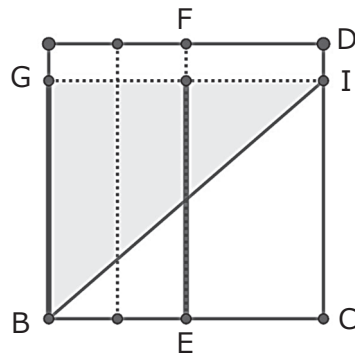


図5  $\sqrt{7}$  の折り方

- ①  $\sqrt{3}$  を折る (折り目 EF)。
- ②  $\sqrt{3}$  の長さを一辺にとる (線分 BG)。
- ③ G を通り、対辺 CD に垂直な線を折る。
- ④ 手順③で折った垂線と辺との交点 I と頂点 B を結ぶ線を折る

$$x^2 = (\sqrt{3})^2 + 2^2 = 7 \text{ より、} x = \sqrt{7}$$

の折り目を使用して表したが、これ以外の折り方も考えていきたい。

## 6. 謝辞

今回の研究にあたり、ご指導下さいました顧問の川口先生ありがとうございました。

## (7) $\sqrt{8}$ の折り方



- ① 対角線を結ぶ線を折る

$$x^2 = 2^2 + 2^2 = 8 \text{ より、} x = \sqrt{8} (= 2\sqrt{2})$$

## 4. 考察

今回は一辺を 2 としたため対角線の長さである  $\sqrt{8}$  までしか折ることができなかったが、一辺の長さを長くすることにより、さらに長い無理数を折ることができると考えられる。

## 5. 今後の展望

今後は無理数の値や折る回数、折る場所などに注目して、何らかの法則性がないかを調べたい。

また  $\sqrt{6}$  や  $\sqrt{7}$  については、他の無理数

# SNS による入退室管理システムの開発

6年A組 安藤 陽史

指導教員 米田 隆恒

## 1. 要約

部室の在室記録と現在の在室状況の取得を目的としたシステムは数多くあるが、いずれも専用アプリを導入しなければならず、手軽とはいいいにくい。そこで、日常的に利用している SNS アプリの機能を使った入退室管理システムの開発を行った。

キーワード 入退室管理 Discord Bot

## 2. 研究の背景と目的

昨今の情勢により、我々が普段活動している部室でも在室記録を取るという提案があった。また、以前より誰が部室に在室しているのかを知りたいという声もあったため、我々が普段の連絡等に使用している SNS アプリ Discord の機能を使い、視覚的にわかりやすい入退室管理システムを開発することを目的とした。

## 3. 研究内容

### 3.1 環境

- ・ハード：Raspberry Pi4
- ・読み取り装置：PaSoRi
- ・出力先 SNS：Discord
- ・開発言語：Python3.7

Discord は Bot と呼ばれるプログラムを導入することにより、様々な機能を機械的に行うことができる。本システムはこの Bot をベースにプログラムした。



図1 ロール

また、Discord にはロール機能によってメンバーを色分けやタグ付けを行うことができる。

この機能を使い、誰が今在室しているのかわかるようにした。

### 3.2 実装

このシステムのアルゴリズムは以下の通りである。

①PaSoRi で IC カード固有の ID を読み取る。なお、今回は専用のカードを使ったが、製造時に付与される FrliCa IDm を読み取っているため、普段使っている交通系 IC カードを登録することも可能である。

②ID に対応した Discord アカウントが存在するかリストを検索し、存在するならば該当アカウントに「在室ロール」が付与されているかを確認する。

ロールの有無で在室を確認することでシステム内にデータベースを作る必要がなくなった。

③在室ロールを付与/剥奪、チャットにメッセージを送ることで入退室を通知。

Discord ではメッセージの内容が全て保存されるほか、日付や内容を指定した検索が可能である。これによりシステム内に独自のデータベースを作ることなく入退室ログの保存に成功した。

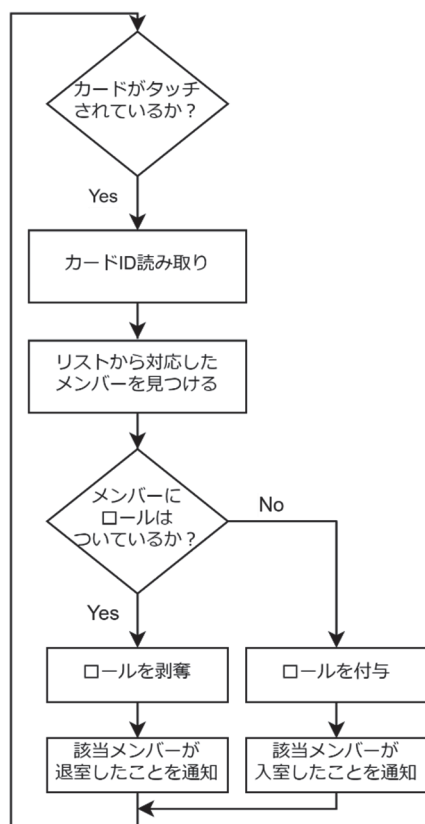


図2 システムのフローチャート

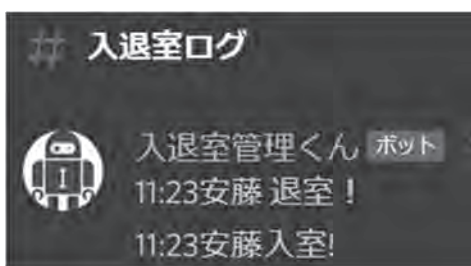


図3 ログの例

#### 4. 考察と今後の展望

本研究によって Discord におけるロール付けによる在室者の表示及び入退室記録のログの書き出しを達成することができた。これにより目的の入退室管理システムはほぼ完成した。また、これまで Discord 内の行動に対して動作を返す Bot は数多くあつ

たが、物理的な外部センサに対応して Discord で動作する Bot は、私のしらべたところ、本システムが初である。しかし再現性の低いバグも多くみられ、いまだ解決していないものも存在する。これらを解決していくとともに、今回の研究結果を広めることで、DiscordBot とセンサを組み合わせたいと考えている人の役に立てたらと考えている。

#### 5. 参考文献

[1]入門 Python 3

Bill Lubanovic 著,オライリージャパン

[2] Python で実用 Discord Bot

<https://qiita.com/Integrale9/items/9d570ef8175cf178468f>

#### 6. 謝辞

今回の研究を行うにあたり、指導教員の米田先生には多大なご指導をいただきました。この場を借りて深くお礼申し上げます。

# 立体音響の開発に向けた基礎研究

6年A組 今井 桃

指導教員 米田 隆恒

## 1. 要約

これまで対面で行われていた授業や会議が、コロナの影響により Zoom 会議などオンラインで行われることが多くなる傾向がある。通常のテレビ会議システムがモノラル録音であるとする、話者の位置が特定できない。そこで、「立体音響」であれば臨場感の付け足されたよりよいオンライン空間を作り出せると予想した。今回バイノーラルマイクの作成を試み、音源の数が増えても左右の聞き分けができるところまで研究を行った。

## 2. 研究の背景と目的

オンライン授業でグループディスカッションを行う際、複数人が同時に話し始めてしまったとき、誰が話そうとしたのかという点まで特定できず、混乱を生んだ。カメラがオンであっても同じ状況になったため、この混乱の原因は音響環境にあるのではないかと考えた。もし、オンライン空間でも音像定位が可能になる立体音響であれば、よりリアリティもあり、会議環境等を改善できるのではないかと予想したのがテーマ設定の動機である。

## 3. 研究内容

### 3. 1 バイノーラルマイクの作成

使用した材料はコンデンサーマイク、イヤホン、平行シールドケーブル、3.5mm ミニプラグ、熱収縮チューブ、はんだごて、グルーガン、ペンチ



#### 〈作成手順〉

- ① 市販のイヤホンを分解して外装のハウジングだけにする
- ② コンデンサーマイクに、ケーブルのプラスとグラウンドに分かれている二つの線を短時間ではんだ付けする

- ③ 3.5 mm ステレオミニプラグの同軸ケーブル、シールド線をはんだ付けする

電源 (3V) と 4.7 kΩ の抵抗を接続し、オシロスコープでパルス波の波形を観察した。マイクの拾う音量が小さいという問題点を電圧 (5V) 抵抗 (4.7 kΩ) に変更することで改善した。また、ホワイトノイズが入るという問題点に関してはコンデンサーを入れて低周波雑音をカットすることや、アルミホイルで回路を覆い外からの電磁波を除去することで改善した。

バイノーラルマイクを使用して波形を観察すると、立体音響特有の波形がみられると予想していたが、通常のマイクが拾う波形との差を読み取れそうになかった。

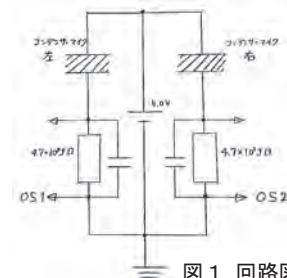


図 1 回路図

### 3. 2 音源の方向と受信波形の関連を調べる実験

右耳に届く音と左耳に届く到達時間の差により左右の聞き分けが可能になっているのではないかという仮説を立て、音源の方向による受信波形への影響を調べる実験を行った。

#### 〈実験内容〉

- ① 回転盤の上に2つのマイクを15 cm 隔てて取り付ける
- ② 正面を0°とし、1 m 離れた所でパルス波（手を叩く音）を出し、マイクの波形をオシロスコープで観察する
- ③ 実験装置を左右に45°、90°、135°と回転させ、パルス音を観察する



実験結果としては、90°傾けたときは図2のように、右耳(赤)と左耳(黄)で波形到達時間が440 μs ずれ、波形の最大変位は右耳(赤)の方が大きい。

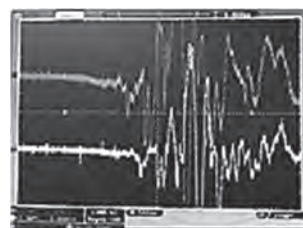


図2 上:右耳,下:左耳

#### 〈実験結果から分かることと予想〉

音速から求めた時間のずれ(440 μs)と一致するということと、音源に近い方がマイクの拾う電圧は大きくなることがこの実験から示された。よって、左右の聞き分けは波形の時間差と強度の違いの二点が考えられる

### 3. 3 音源の距離と受信する音波強度の関係調べる実験

マイクの電圧は距離の2乗に反比例するという仮説を立て、音源の距離と受信する音波強度の関係を調べる実験を行った。

#### 〈実験内容〉

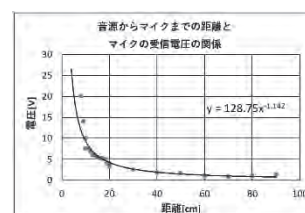
図のようにマイクを固定し、スピーカーをマイクから遠ざけながら受信波形の変化をオシロスコープで記録する。

マイクとスピーカーの距離を

- ① 0 cm、10 cm、20 cm...と10 cm 刻み
- ② 1 cm、2 cm、3 cm...と1 cm 刻み (近い所)

の2パターンの遠ざけ方で記録を行った

実験結果は、グラフの近似式よりマイクの電圧は距離の1.1乗に反比例することが分かった。



### 3. 4 今までの実験結果を基にシミュレーションを行う

#### 〈3.2 と 3.3 の実験より得られた結果〉

- ① 真横の場合、音速から求めた左右の時間のずれ(440 μs)と一致する
- ② マイクの拾う電圧は音源からの距離の1.1乗に反比例する

これらを基にシミュレーションを行い、実際に音像定位が作成されるかを確認する。


正弦波の合成波だけでなく人の肉声や日常音を音源から流すとより音像定位が明確にな



ると予想した。日常音を音源とするにはプログラミングをする必要があるため、Excel の VBA 言語を学んで適用しようと試みたが、短期間で完成するには難易度が高く、時間の関係上中止した。そこで、grapes のシミュレーションの音源を二つ作るという方針に変更した。

> PlayAfter(x,0.3, ( f2(x), f5(x) ))

変数	定義	説明
$f_3(x)$	$f_3(x) = \frac{s}{f_3(x)^{1.1}} \sum_{n=1}^8 \text{Cells}(n, 1) \sin\left(2\pi nk\left(x - \frac{f_3(x)}{v}\right)\right)$	・音源再生 x=時間,v=音速, k=基本振動数(880Hz) ・右耳音源
$f_4(x)$	$f_4(x) = \frac{s}{f_4(x)^{1.1}} \sum_{n=1}^8 \text{Cells}(n, 1) \sin\left(2\pi nk\left(x - \frac{f_4(x)}{v}\right)\right)$	・左耳音源
$h(x)$	$h(x) = \frac{P_x \cdot C_x}{\frac{C_x}{2} - (P_y - C_y) \cdot \frac{C_x - D_x}{D_y - C_y}} \cdot \frac{a}{2 \cdot C_x}$	・画面上のx座標を変換
$f_1(x)$	$f_1(x) = (P_y - C_y) \cdot \frac{b}{D_y - C_y}$	話者1 ・画面上のy座標を変換
$f_3(x)$	$f_3(x) = \sqrt{\left(h(x) + \frac{c}{2}\right)^2 + (f_1(x) + d)^2}$	・右耳からの距離
$f_4(x)$	$f_4(x) = \sqrt{\left(h(x) - \frac{c}{2}\right)^2 + (f_1(x) + d)^2}$	・左耳からの距離
$f_2(x)$	$f_2(x) = \frac{\sum_{n=1}^8 \text{Cells}(n, 1) \sin\left(2\pi nk\left(x - \frac{f_2(x)}{v}\right)\right)}{\left(\frac{f_2(x)}{v}\right)^{1.1}}$	・話者2の右耳音源
$f_5(x)$	$f_5(x) = \frac{\sum_{n=1}^8 \text{Cells}(n, 1) \sin\left(2\pi nk\left(x - \frac{f_5(x)}{v}\right)\right)}{\left(\frac{f_5(x)}{v}\right)^{1.1}}$	・話者2の左耳音源



**【シミュレーション手順】**

- ・話者の位置を指示
- ・Play Afterをクリック
- ・イヤホンで聞く  
(赤波形：右耳)  
(青波形：左耳)

#### 4. 今後の展望

今回使用した音源は正弦波の合成波だったので単調な音しか出なかった。今後は正弦波だけでなく、日常音の音源を使用したい。そのためには日常音の録音方法と、録音データをスピーカーから出すプログラムの開発が必要である。また、上下前後の立体音響の作成方法や視覚的な効果についても今後研究していきたい。

#### 5. 参考文献

- [1]バイノーラルマイクの作り方 <https://asmrlabo.com/binauralmic-jisaku/>  
 [2]友田勝久：「GRAPES パーフェクトガイド」，文英堂, 2003.

#### 6. 謝辞

今回の研究を行うにあたり、奈良女子大学生生活環境学部の鴨浩靖先生、顧問の米田隆恒先生には多大なご指導を賜りました。深くお礼申し上げます。

# 触覚を認識するデバイスの開発

6年A組 坂本 一眞  
指導教員 米田 隆恒

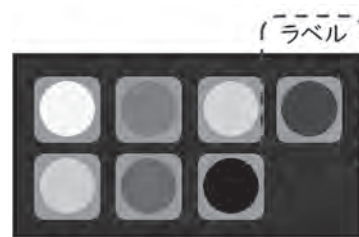
## 1. 要約

本研究では、平面上に配置された感圧センサの集合体により、押し付けた物体の面の形状を判定するデバイスの開発を目指した。そのために、タクトスイッチを平面上に複数並べ、センサの信号を機械学習プログラムに読み込ませるといった手法をとった。その結果、感圧部の範囲に収まる長方形と正方形の面の判別に成功した。

キーワード 触覚 機械学習プログラム Raspberry Pi 人間-コンピュータ間の接続性

## 2. 研究の背景と目的

私は、人間-コンピュータ間の接続性を高めるという目標を持っている。そのためには既存の聴覚と視覚に加えて、触覚という感覚を両者のコミュニケーションの媒体とすることが必要であると考えた。

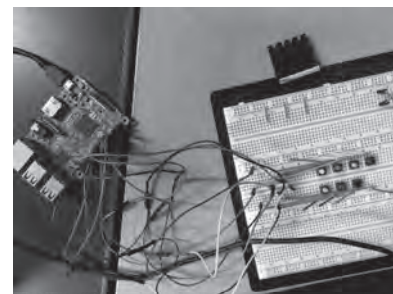


各スイッチを Raspberry Pi の GPIO ピンに接続し、ON/OFF の信号を Raspberry Pi に送信する回路を製作した。(下図: 感圧部)

## 3. 研究内容

### 3.1 圧力分布による触覚の再現

タクトスイッチを平面上に複数個ならべたものを感圧部とし、物体を押し付けたときの圧力分布のデータをリスト化し機械学習プログラムに読み込ませることで、押し付けたものの面の形状を判定できるのではないかと考えた。



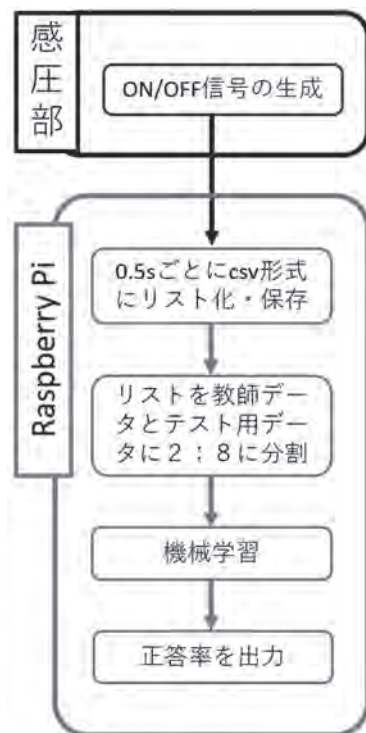
### 3.2 実験装置

#### 3.2.1 感圧部

タクトスイッチを感圧用に 2×3、ラベリング用に1つをブレッドボード上に配置する。(右上図:ブレッドボード上のタクトスイッチの配列)

#### 3.2.2 システム概要

システムは、感圧部からの信号のリスト化と、機械学習による判定の二つに分かれる。以下にシステムの概要を示す。



### 3.3 実験

9割の正答率を出すために必要なデータの個数を調べる。

#### 3.3.1 実験方法

感圧部の範囲に入るサイズの長方形と正方形の面を押し付ける。長方形の面を押し付けたときにラベリング用のタクトスイッチをONにする。500回、2000回、3200回ごとのデータを機械学習に読み込ませて正答率を出力する。

#### 3.3.1 実験結果

実験結果を以下に示す。

データの個数	正答率
500	0.73
2000	0.86
3200	0.98

### 3.4 考察

3200回分のデータでプログラムデバイスに押し付けた面の形状を9割の正答率で判定することができた。また、学習データが多いほどより正確な判定が可能であるといえる。

### 4. 今後の展望

より解像度の高い感圧部をロボットハンドに取り付けることにより、仕分け作業の機械化・正確化による生産性向上を目指す。

### 5. 謝辞

研究活動をするにあたってご指導、ご協力して下さった全ての先生方に感謝申し上げます。また、多くの助言をいただいた同会メンバーにもこの場を借りてお礼申し上げます。

### 6. 参考文献

- [1]石井モルナ・江崎徳英,「みんなのRaspberry Pi入門」,株式会社リックテレコム,2016.
- [2]クジラ飛行機・杉山陽一・遠藤俊輔,「すぐに使える!業務で実践できる!PythonによるAI・機械学習・深層学習アプリの作り方」,ソシム株式会社,2019.

# 深層学習を用いた脳波による視覚情報の予測に向けた基礎研究

5年C組 濱野 泰地

指導教員 藤野 智美

## 1. 要約

脳の各部位の活動は脳波によって計測される。従って脳波データを解析すれば脳の活動を予測することができる。本研究では深層学習を用いて脳波データから視覚情報を予測することを目標としている。本論文では視覚情報のうち色に関する情報を予測することを目的とした実験を行った。現時点では色を予測するには至っていないが、その原因として考えられる要素を5つに絞ることに成功した。今後はこの5つのうちどの要素が直接的な要因となっているか検証する必要がある。

キーワード：脳波、深層学習、ニューラルネットワーク、視覚情報

## 2. 研究目的

人間の視覚は主観的な感覚であり、直接他人に伝えるのは容易ではない。そのため現在は文章などの媒体を通じて視覚の情報を伝えているが、媒体を通すにあたって、情報の正確性が失われることがよくある。例えば、視力検査はランドルト環を用いて行われることが多いが、それだけでは色覚異常など、その他の視覚に関する情報の検出はできないといった問題がある。本研究ではこのような問題に対し、脳波を用いたアプローチによる解決策の模索を目的とした。

脳の活動のほとんどは脳の神経細胞に流れる電気信号によって行われている。脳波とは、その電気信号(電流)を、頭皮に装着したセンサで計測したものである。そのため、脳波解析により脳の活動の様子を調べることができる。また、視覚を含めた人間の五感には全身の感覚神経で感知されたのち、脳で解釈される。従って、脳波には視覚の情報が含まれているため、人間の脳波を解析すれば、その人の視覚情報を得ることが可能だと考える。本研究では視覚情報のうち、色の情報を脳波から予測することを目的とした。

## 3. 研究手法

### 3. 1 脳波解析の難点

脳波は、視覚の情報以外にもその他の五感の情報、思考、運動など様々な情報を含んでいるため、その中から必要な情報のみを抜き出す必要がある。また、思考や感覚などはその瞬間で得るものであるため、規則性を見出すのは容易ではなく、解析方法に工夫が必要である。そこで本研究では以下に述べる様々なメリットから、解析手法として深層学習を用いることとした。

### 3. 2 深層学習

深層学習(ディープラーニング)とは、人間の神経細胞の仕組みを再現したニューラルネットワークを用いた機械学習の1つであり、複数の層にデータを解析させることで学習を行うという、多層構造のニューラルネットワークを用いる。その層には様々な種類があり、解析するデータや目的に応じて適切に選択する必要がある。

そのため、本研究のような複雑なデータから規則性を見出すために用いられることが多いため、解析の手法として採用した。



リを用いて作成し、クラウド上の PC にオンライン上でアクセスすることができるサービスの、Colaboratory 環境下で学習を行った。TensorFlow および Colaboratory はともに Google が開発している。

#### 4. 3 被験者および環境について

倫理的な問題の回避や実験の容易さなどから、被験者は自分自身とした。また、実験は周囲が静かな場所で椅子に座り、机の上に置かれたノート PC の画面を見ながら行った。

#### 5. 実験結果

約 2000 のデータを計測し、それらのうち、8 割を学習用、2 割を検証用に用いて学習を行った。結果を図 3 に示す。

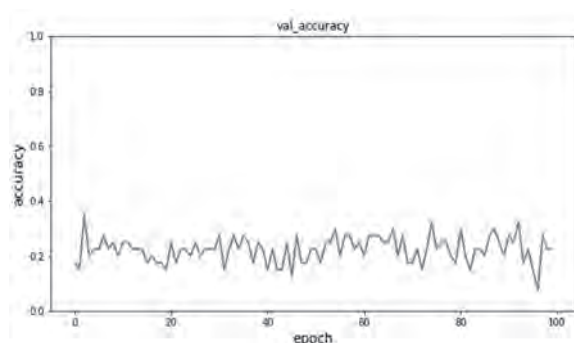


図 3 学習曲線

機械学習において、学習の結果を表す際には学習曲線が用いられることが多い。学習曲線は横軸に学習回数(epoch)を、縦軸に学習結果の指標となる値を入れる。今回は縦軸に全体正解率(accuracy)を用いた。accuracy はモデルの予測結果の正答率を表したもので、1.0 で最大となる。図 3 には、検証データ accuracy(val\_accuracy)を用いた。なお、本実験は 5 つの選択肢の中から分類するタスクであるため、無作為に分類した場合、accuracy は 0.2 となることに留意が必要である。

図 3 の accuracy の値域は 0.0~0.4 であ

り、0.2 付近から上昇も下降もしていない。従ってこのモデルは本実験において期待していたような内容を学習できていないといえる。また、データの数、脳波センサの電極の位置、モデルのハイパーパラメータなどの値を変更して同様の実験を行ったが、いずれも学習できていない結果となった。

#### 6. 考察と今後の展望

複数回行った実験により、学習ができていない原因として以下の仮説を立てた。

##### ① データの数が足りない

通常、機械学習ではデータが多いほど精度が上がる場合が多い。また、極端にデータが少ない場合はそのデータ間で規則性を見出せず、学習ができないこともある。しかし、画像処理や自然言語処理などといった他のタスクでは、最終的な精度に優劣はあれ、1000 以上あれば学習ができないということは少ない。よって、この要素が原因である可能性は低い。

##### ② モデルに問題がある

今回 CNN を採用したが、それを用いるにあたって設定したハイパーパラメータが不十分であった、または CNN が脳波処理に適切ではない可能性がある。しかし、ハイパーパラメータに関しては様々な値を試したが、どの値を設定しても結果が変わらなかったため、この要素が原因である可能性は低い。

##### ③ 脳波センサの精度が足りない

今回用いた脳波センサが本研究の解析に十分な精度の脳波を測定できない可能性がある。しかし、今回用いた Ultracortex Mark IV EEG ヘッドセットは、参考文献[4]など、本研究以外の研究においても実際に使用されているため、この要素が原因である可能性は低い。

#### ④ 脳波の測定方法に問題がある

脳波は脳から出される電気信号を頭皮から測定したものであるため、非常に微弱で、ノイズの影響を受けやすい。従って、適切に機器を装着できていない場合、正常な脳波を測定できない可能性がある。特に本研究ではドライ電極を用いた脳波センサを利用したため、ウェット型などよりもノイズの影響を受けやすい。ノイズは無規則であり、ノイズの混入したデータからノイズを判別・除去するのは難しく、この要素が原因である可能性は高い。

#### ⑤ 脳波センサの電極の数が足りない

本研究では 4 つの電極を用いて測定したが、4 つの電極では脳波から視覚の情報を予測するには不十分である可能性がある。実際、参考文献[2]においては 60 個、参考文献[3]においては 32 個の電極が用いられている。

①から⑤の仮説のうち、どれが直接的な原因となって学習ができないかは不明だが、学習ができるようになった後、予測の精度を上げることを目標とする際、これらすべてを改善する必要があると考える。

## 7. 参考文献

[1]ダイナブレイン株式会社 : Ultracortex Mark IV EEG ヘッドセット(参照日 2022/01/27)

<https://dynabrain.jp/collections/headsets/products/ultracortex-mark-iv-eeeg>

[2]加藤 正起, 嶋田 総太郎(2019): 畳み込みニューラルネットワークを用いた脳波ブレイン・マシン・インターフェースの開発, 2019 年度人工知能学会全国大会(第 33 回), pp.1-2.

[3] Wataru Akashi, Hiroyuki Kambara, Yousuke Ogata, Yasuharu Koike,

Ludovico Minati, Natsue Yoshimura(2021): Vowel Sound Synthesis from Electroencephalography during Listening and Recalling, Advanced Intelligent Systems published by Wiley-VCH GmbH, pp.2-3.

[4] Ienca, M., Haselager, P. & Emanuel, E.J. Author Correction: Brain leaks and consumer neurotechnology. Nat Biotechnol 37, 819 (2019).

<https://doi.org/10.1038/s41587-019-0167-2>

## 8. 謝辞

本研究にあたり、直接の御指導をいただいた顧問の藤野智美先生に深謝いたします。

また、本研究の実験にあたり有益なご助言を戴いた奈良女子大学研究院生活環境科学系准教授中田大貴先生に感謝の意を表します。基盤探究(科学探究)の授業においても本研究の研究活動に対して松浦紀之先生、松原俊二先生に有益な助言をいただきました。ここに感謝の意を表します。

# 強力な音波によって引き起こされる干渉現象の研究

4年B組 黒川 陸

指導教員 藤野 智美

## 1. 要約

本研究では、強力な音波が別の音波と干渉するときの振る舞いについて考える。一般に、音波は振幅が十分小さいときに独立性を有する。しかしその振幅が大気圧に対して無視できない程大きいときには異なる振る舞いをすることが知られており、これに起因する様々な音響現象が報告されている。そこで、複数の振動子から発される超音波を収束させた強力な超音波に対して別の音波を入射させ、その様子を観察することを目指した。本論文では、強力な超音波を発生させるために試作した実験装置を紹介する。

キーワード：干渉，波の独立性，固有音響インピーダンス，振幅，超音波

## 2. 研究の背景と目的

私は再生音楽とその音響テクノロジーに興味があり、「パラメトリックスピーカアレーを用いた壁面反射型オーディオスポット領域の拡大」(永翔平, 生藤大典, 中山雅人, & 西浦敬信, 2013)といった壁面反射を利用する音響システムに高い関心を持った。これらの研究について学ぶ過程で、コンクリートや木壁などの固体の壁がなくても反射波を生成できないか考え、強力な音場を作り出せば壁のように振る舞い、反射が観測できるのではないかと予想した。しかし、一般に高校物理の範囲で学習する波の反射は、音波が異なる媒質へ入射する際に、媒質の固有音響インピーダンスの違いに起因して生じる。媒質の密度変化がさほど大きくない音場とそこへ入射する音波に媒質の固有音響インピーダンスの違いはないが、強力な音場内では密度や音速の変化が起きているので固有音響インピーダンスが変化したことに相当するのではないかと推察した。そして、強力な音場が、そこに入射する別の

音波に対して固体の壁と同じ作用をすると想定し、固体の壁を用いない反射音響システムを実現させようと思った。

## 3. 研究方法

強力な二つの音波が干渉する際、反射に相当する現象が生じると予想した根拠を以下に示す。まず、音波の音速はその音圧によって変化することが知られている(式1)。

$$c_1 = c_0 + \frac{P_1}{\rho_0 c_0} \quad (1)$$

微小振幅音波の音速: $c_0$ [m/s]      進行波1の音圧: $P_1$ [Pa]  
媒質の静音時の密度: $\rho_0$ [kg/m<sup>3</sup>]

次に、音波は疎密波であるから、その音場では周期的に媒質の密度が変化している。この媒質の密度変化と音速の変が周囲と比べて大きい音場は、同じ空気が媒質である場合でも、異なる媒質とみなせるのではないかと予想する。つまり、強力な音場がそこに入射する別の音波に対して異なる媒質であるかのように振る舞う、ということまで



ある。この予想が正しい場合、次に述べるような、音波が異なる媒質に入射する場合の反射や透過の現象が観測できるかもしれない。音波の反射は、媒質の境界面で、固有音響インピーダンスの差異により起きる(図1)。その際の反射率  $R$  は次のように与えられる(式2)。

$$R = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 + Z_2} \quad (2)$$

媒質1の固有音響インピーダンス: $Z_1$  [Pa·s/m]

媒質2の固有音響インピーダンス: $Z_2$  [Pa·s/m]

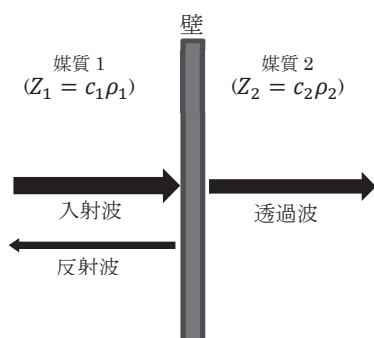


図1 波の反射と透過

上記の反射と透過が、媒質の密度と音速に関連した固有音響インピーダンスの差異に影響されることから、強力な音波に入射する音波についても同様の関係が成り立つのではないかと予想する。つまり、振幅が大気圧に対して無視できない程大きな音波は、固有音響インピーダンスの増加に相当する変化が生じるため、壁に近い作用を及ぼし反射が起きると予想した(図2)。

実際に強力な音波で反射が起きることを確認するために、強力な音波を生成する実験装置を製作することにした。本項では4つの試作品(装置1~4)を紹介する。なお、音源には十分大きな振幅と高い指向性を得るために超音波を利用した。

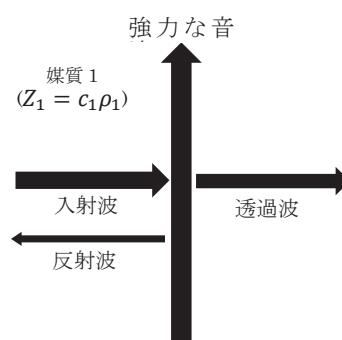


図2 強力な音波による反射のイメージ

### 3. 1 装置1の作成

【目的】装置1では、空中超音波振動子(以下、振動子、図3)を複数個並べた。この配置により、狙った点で大きな振幅を得ることを目指した。

【結果】この装置では、3Dプリンタで専用のケースを作ったものに3つの振動子を並べている(図4)。マイクロホンで音波を測定し、オシロスコープで振幅を見たところ、振動子を3つ近接設置しているので振幅は向上したが、振動板の面積も増加しているので指向性は低くなった。また音源が三か所になっているため、それぞれの振動子から出た音波の干渉も実験に影響する可能性があるため、注意したい。



図3 超音波振動子  
中心周波数: 40KHz±1KH  
音圧: 116dBm min@10Vrms,30cm



図4 装置1

### 3. 2 装置2の作成

【目的】装置2では、19個の超音波振動子を曲面に並べて、焦点を形成する装置を製作した。(図5)。焦点の形成によって、装置

1よりも大きな振幅を得ることを目指した。

【結果】焦点位置の振幅を調べたところ、中心の振動子から10cm上に焦点があり、すべての振動子から出る音波が同位相で干渉しているため、大きな振幅を得られた。

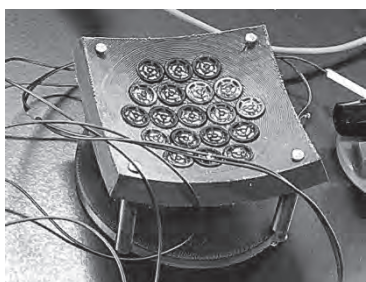


図5 装置2

### 3. 3 装置3の作成

【目的】2つの振動子を向かい合わせに設置することで定在波を生成する装置を作った(図6)。定在波を作ることで、腹の位置に大きな振幅を得ることを目指した。

【結果】振幅分布を測定したところ、定在波の腹と節を確認することができ、腹の位置では振動子1つ分の振幅より大きな振幅を測定できた。

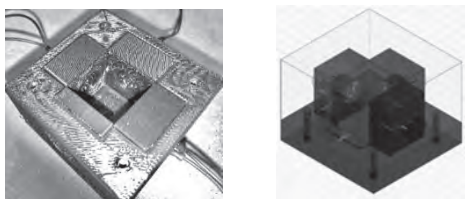


図6 装置3の写真(左)と断面図(右)

### 3. 4 装置4の作成

【目的】反射波を測定する際に、反射波と入射波及び強力な超音波の音場が干渉してしまうと正確な振幅を調べにくいいため、極力高い指向性を得ることを目指した。そこで、振動子に開放口の面積が小さくなるようなホーンをつけた(図7)。

【結果】ホーンによる指向性と振幅への影

響を調べるために、振動子単体とホーンをつけた振動子で振幅分布を測定し比較した(図8)。図8の振幅分布図の横軸と縦軸の目盛は共に1cmであり、振動子には23.2Vを入力した。ホーンをつけることによって開放口の辺りに焦点のようなものが確認できたが、振幅はホーン無しの振動子単体より小さくなった。ホーン内で起きる音波の反射を考慮の上、開放口に同位相の音波が集まるようにして、より高い振幅を狙いたい。

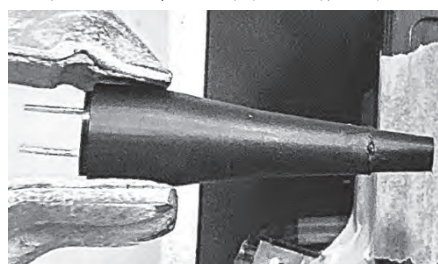


図7 装置4

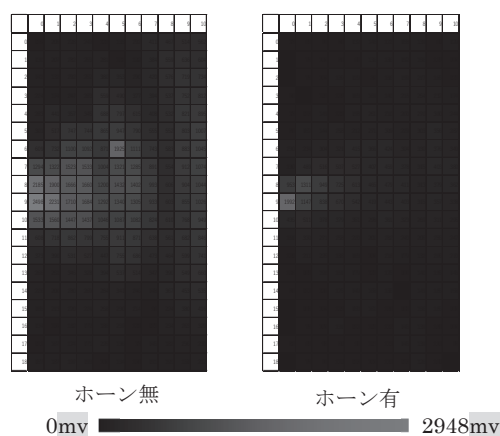


図8 振幅の測定結果

## 4. 実験結果

- ・複数個の振動子を曲面状に並べることで、焦点位置に大きな振幅を得た。一方、複数の振動子は取り付け角度が異なるため、焦点を通り過ぎた音波が拡散した。
- ・振動子を対面に配置することで定在波を作り、腹で大きな振幅を得た。
- ・振動子にホーンをつけることで、開放口辺りに振幅の強度が集中した。しかし、ホ

ーンを付けていない振動子単体よりも振幅が小さくなった。ホーン内で音波が多重反射し、その損失で振幅が減少したと予想したが、現段階では検証できていない。

## 5. 考察と今後の展望

4つの試作品を作ることによって、振動子の構成や配置による影響を把握することができた。今後の展望として次の3つの課題に取り組みたい。

### ① 定在波を利用した焦点の形成

より大きな振幅を得るために、振動子を曲面状に並べたものを2つ作り、それらを向かい合わせに配置して実験を行う。

### ② 指向性が高く振幅が大きな音波の生成

ホーンを付けた振動子を向かい合わせに配置することで、指向性と振幅が共に高くなるような装置も作りたいと考えている。

### ③ ボルト締めランジュバン型振動子の利用

超音波振動子について、上記の実験装置では空中超音波振動子を使っていたが、今後はボルト締めランジュバン型振動子(図9)も利用していきたい。ボルト締めランジュバン型



図9 ボルト締めランジュバン型振動子

振動子は圧電素子がボルトで機械的に固定されているため、高い振幅で駆動することができる。

### ④ 実験装置の構成の統一

今後は実験装置の構成を統一することで、実験結果の比較を容易にしたい。ファンクションジェネレータで超音波信号を生成し、アンプで増幅した後、振動子から出力する構成である(図10)。振動子から出る音波は超音波用のマイクロホンで測定し、

アンプから振動子への出力と、マイクに入力された振動子からの音波を同時にオシロスコープで観察できるようにしたい。

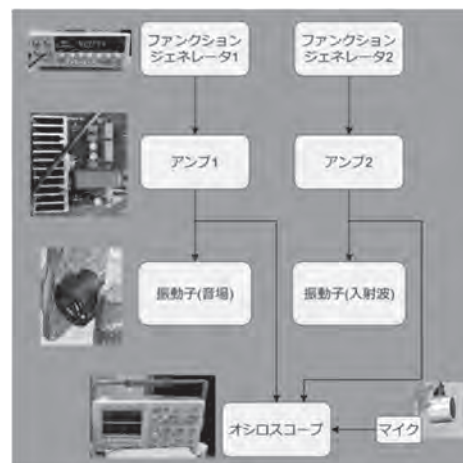


図10 実験装置の構成図

## 6. 参考文献

- [1]益永翔平, 生藤大典, 中山雅人, & 西浦敬信. (2013, July). パラメトリックスピーカアレーを用いた壁面反射型オーディオスポット領域の拡大. In 回路とシステムワークショップ 論文集 Workshop on Circuits and Systems (Vol. 26, pp. 431-435). [電子情報通信学会].
- [2]渡辺好章. (2007). 非線形音響と超音波エレクトロニクス. 応用物理, 76(7), 741-750.
- [3] 森栄司. (1970). 強力超音波の発生と応用. 実務表面技術, 17(9), 2-8.
- [4]Prof.J.Tsujino.(2000.5.30).音波の反射と透過.音響・超音波工学.  
<http://tsujino-www.ee.kanagawa-u.ac.jp/~TSUJINO/print/soundref.pdf>

## 7. 謝辞

今回の研究を行うにあたり、顧問の藤野先生、米田先生には多大なご指導を賜りました。また、同研究会の先輩方に多くの助言をいただきました。この場を借りて深く御礼申し上げます。

# 幼児が扱いやすい教育アプリケーションの開発

4年C組 奥田 誠ノ介

指導教員 藤野 智美

## 1. 要約

私は今年3歳になる従姉妹が1、2年後に扱えるような教育アプリケーションを制作できないかと考え、開発に着手している。本研究では教科書にのっている学習内容をただアプリケーションにするようなものではなく、子どもの認知にも焦点を当てた算数のアプリケーションの開発を目指す。現在は、幼児の興味を引き出すような機能を思案したり、搭載するためのプログラムを理解し試行錯誤している段階である。

キーワード：Xcode、アプリケーション、教育、アプリ開発

## 2. 研究背景と目的

最初のきっかけは、子どもを対象にした専用スマートフォンが市場に存在しないということに気づき、それを作ろうと思ったことである。そこからソフトウェアの開発に移行し、教育アプリケーションに発展した。最終的には、学校で習う主要5教科と副教科を学習できるアプリケーションを開発しようと考えている。なお、開発ツールはXcodeを利用する。今回は、算数の学習アプリケーションの開発に取り組む。



図1 開発画面

## 3. 研究内容

### 3.1 Xcodeの仕組みについて

Xcodeでは、主にプログラムを書く箇所(図1, 左)と開発しているアプリケーションの画面の表示箇所(図1, 右)に分かれている。画面の遷移や音声といったシステムの部分の開発は前者、画像の表示やテキストの挿入といった表面部分の開発は後者で行う。また、アプリの実行、内容確認は、実際の機能が搭載されている仮想スマ

ートフォンを起動し行うことができる。

### 3.2 数字を教えるセクション

対象が未就学児であるため、まず数字の概念自体から教える必要がある。先生方との相談の末、初めて「数を数える」ことに触れる幼児らは我々の数字への認識とは違い、ずっと初歩的な点から始めなければならないという結論に辿り着いた。そのため、まずは「あらゆるものに対して同じ数え方をする」とい

う目的のもとで数字を数えるセクションを開発する。現段階ではこの途中過程までの開発を終えているため、以下で説明する。

例えば数字の 1 に関する学習画面では、イラストと「1」と表記されているボタンを用意する（図 2）。ここでボタンを押すと、「いち」という音声とともにイラストがダンボールに入るアニメーションへと移る（図 3）。なお、現段階では表示する絵を複数用意し、表示されている物体が変わっても同じ数え方をすることを学んでもらえるような流れを考えている。



図 2



図 3

### 3. 3 設問のセクション

前項で学習した、数を数える練習をするセクションである。このセクションの質問形式は、同じイラストを数枚表示し、入力欄に数を打ち込むという内容になっている（図 4）。



図 4

## 4. 考察と今後の展望

現段階の課題として、以下の検討が必要である。

- ① 実際に出されている幼児向けの教育アプリケーションを参考に、「イラストをスライドして、4 択のいずれかに近づけることで正否を判定する」というような能動的な機能を設けること。
- ② 幼児の認知について学び、モチベーション向上や興味を引き出す内容を考え、導入すること。
- ③ 自分の開発したアプリを対象となるユーザーに体験、評価してもらうこと。

## 5. 謝辞

本研究にあたり、幾度もの助言、援助を賜り、丁寧に指導して下さった顧問の藤野先生、米田先生に大変感謝します。また、本アプリの開発にあたり不明な点等についてのご教示をして下さった方々にはこの場を借りて深く御礼申し上げます。

## 6. 参考文献

[1]ピアジェの発達学とは？知ってほしい 4 つのステージ

<https://kodomo-manabi-labo.net/piaget-developmental-stages#anc1>

[2]テキストフィールドの入力を数字のみにする方法

<https://pippi-pro.com/swift-textfield-numberpad>

[3]ビューをドラッグして動かす

<https://pippi-pro.com/swift-textfield-numberpad>

# 安全な電子白杖を目指して ～赤外線センサーにおける障害物検出システムの開発～

3年B組 足立 和奏

指導教員 藤野 智美

## 1. 要約

私は、多くの視覚障害者が使用している白杖の利便性を高めるため、白杖に取り付けるセンサーによって障害物の有無を検知し、歩行停止を促すためのシステム開発を目指している。本研究ではその初期段階として、Arduinoと赤外線センサーを利用して、歩行速度にあわせて速度調整ができる機能と、障害物を検知した際に自動停止する機能を有する装置を製作した。

キーワード：白杖，障害物検知，赤外線センサー，Arduino

## 2. 研究背景と目的

私は以前から、視覚障害者が駅のホームで転落した話や、自転車等にぶつかり負傷したりした話を聞くことがあり、改善策を考えたいと思うようになった。このような事故が後を絶たない理由として、ほとんどの視覚障害者は白杖を左右に振ることで周囲の安全を確認しているが、この方法では把握できる状況に限界があるからだと考えた。そこで、視覚障害者がより安全に歩行することができるよう、障害物を認知しやすくすることを目的とし、システム開発に取り組んだ。

## 3. 研究内容

視覚障害者が白杖で接触する前に障害物を認知できるようにするため、白杖に取り付ける装置として3種類を想定した。1つ目が障害物との距離に応じてブザーを鳴らす装置1、2つ目が自動走行する装置2、3つ目が自動走行に速度調整機能を加えた装置3である。

### 3. 1 装置1の作製

#### (1)構造

白杖が障害物に触れる前に障害物に接近していることを知らせるため、障害物までの距離に応じてブザーを鳴らす。

#### (2)方法

赤外線センサー（GP2Y0A21YK）で障害物までの距離を計測し、設定値以下になるとブザーで音を鳴らし、その後は障害物に近づくとつれて音の高さが変化するように工夫した。実際の装置1を図1に示す。

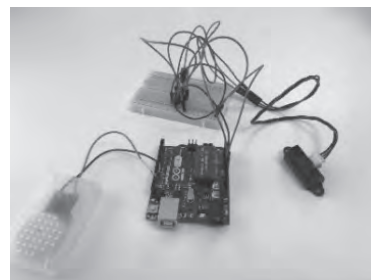


図1 装置1

#### (3)結果

正確に反応し、ブザーを鳴らすことができた。しかし、服の袖など歩行の妨げとならないものにまで反応した。

#### (4)考察

障害物を認知する度にブザーが鳴ることが公共の場で迷惑になると感じた。イヤホン等を使用すると公共の場での使用は可能になるが、雑音の多い環境ではブザーの音を聞き取りづらいと考えた。また、イヤホンを使用することで、視覚障害者にとって重要な耳からの他の情報が届きにくくなることはデメリットだと考えた。

### 3. 2 装置 2 の作製

装置 1 のデメリットを解決すべく、歩行に適した速度で自動走行し、障害物に接近すると停止する車体を白杖に取りつけた装置 2 を製作した。

#### (1)構造

白杖の下部に市販のプログラミングロボット「mbot」を取りつけ、自動走行かつ障害物を検知すると停止する機能をもたせる。

#### (2)方法

市販のプログラミングロボットである「mbot」を使用し、ビジュアルプログラミングにより、一定の速度で走行し、障害物を検知すると停止するシステムを開発した。装置 2 のイメージを図 2 に示す。

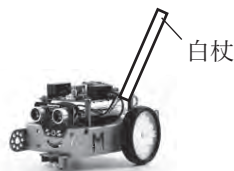


図 2 装置 2

#### (3)結果

mbot の性質上、走行速度を一定にしか設定できないため、速度の個人差や、歩行時の状況に応じた速度の増減に対応できなかった。

#### (4)考察

ビジュアルプログラミングを用いているため、書けるプログラムに限界があることが分かった。さらに、市販のプログラミングロボットなので、自分が求める速度調整がしにくいと感じた。

### 3. 3 装置 3 の作製

装置 2 のデメリットである速度調整を可能にする機能を加えた。mbot に代わる車体として、TAMIYA のバギーカー(70112)を使用した。

#### (1)構造

任意の速度で自動走行し、障害物を検知すると停止する。

#### (2)方法

TAMIYA のバギーカー(70112)を使用し、速度調整と障害物検知装置を順に作製し、組み合わせる。

##### ① 速度調整

ポテンシオメータ (WH148 10K Ohm) を使用し、白杖使用者が自ら速度を調整できる機能として、右回転で前



図 3  
ポテンシオメータ

進、左回転で後退、真ん中で停止させる機能をつけた。それぞれ右、左に回すほど加速する。使用したポテンシオメータを図 3 に示す。

##### ② 障害物検知

赤外線センサー (GP2Y0A21YK) で障害物までの距離を計測し、値が 30 cm 以内になった時にモーターを停止させる。

### ③ 実装

①、②を組み合わせる。障害物までの距離を計測し続け、値が 30 cm 以上るとき、ポテンシオメータを機能させ、30 cm 未満になったとき、ポテンシオメータの操作に関わらず、モーターを強制的に停止させる。実際の装置 3 の様子を図 4 に、フローチャートを図 5 に示す。

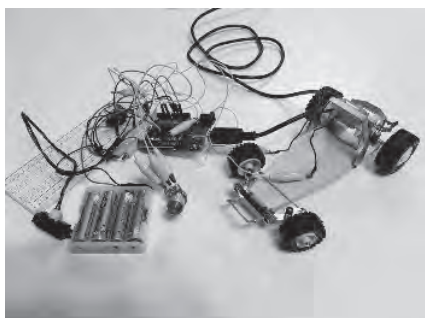


図 4 装置 3

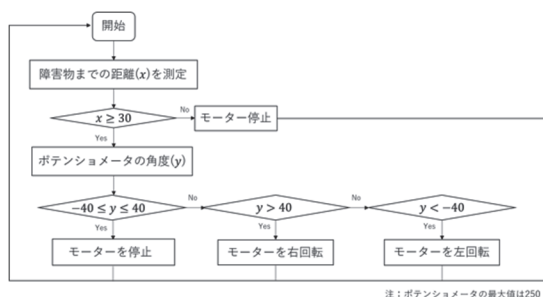


図 5 フローチャート

### (3) 考察

装置 3 は障害物を検知することに加え、ポテンシオメータを使用したことで任意の速度で走行させることができた。一方で、白杖を持って歩行しながらポテンシオメータを左右することは、慣れるまでは少し難しいと感じた。

### 4. 考察

障害物の検知を使用者に知らせる方法として台車を停止させることは、ブザーを鳴

らすことに比べ外出時にも使用しやすいように感じた。一方で台車が急に停止することで使用者が驚く可能性があるなどの問題点も考えられる。

### 5. 今後の展望

今後は、装置 3 を台車として実装するとともに、白杖を取り付けられるよう装置を改良し、小型化を目指す。また、ポテンシオメータの簡便化の必要性について検討する必要がある。加えて、自動走行や自動停止が白杖使用者にとって有効なものなのか情報を集め、今後の方向性を見直す。将来的には、画像認識で障害物を判別するなど、さらに利便性を高めるシステムを開発したい。

### 6. 謝辞

本研究を行うにあたり、物理班顧問の藤野智美先生には多大なご指導を賜りました。また、本校の坂田博信先生にもご助言いただきました。この場をおかりして御礼申し上げます。

### 7. 参考文献

- [1] Arduino と距離センサで楽器をつくる  
<http://myy.github.io/blog/2013/09/25/make-instrument-with-distance-sensor/>
- [2] そうだモーターを動かそう！  
<https://makerslove.com/5189.html>
- [3] 赤外線センサ (GP2Y0A21YK) を使ってみる <https://novicengineering.com/>



# Spleeter による音源分離を利用した音声認識及び翻訳機能の実装

3年C組 岡本 晃朋

指導教諭 藤野 智美

## 1. 要約

本研究では、私が参加した NICT(情報通信研究機構)主催の「多言語音声翻訳ハッカソン」の内容と開発したシステムについて報告する。翻訳機の対象を話者同士以外にも発展させ、楽曲中のボーカルに対しても翻訳する機能の開発を目指した。その手法として Spleeter を使用し、曲中の歌詞を抽出後、その歌詞に対して翻訳を行うシステムを目指した。

キーワード Spleeter, 音声分離, 音声認識, Python, PHP

## 2. 研究の背景と目的

多言語音声翻訳ハッカソンに出場するにあたって、「言葉の壁」をなくすことに貢献する新しいアイデア、及び翻訳機を作成する必要があった。普通の翻訳機では面白くないと思うので、翻訳対象を他のもの、例えば楽曲中の歌詞などにも向ければ、会話以外の用途にも翻訳機を使用できると考えた。そこで、楽曲中の歌詞を認識し、その翻訳を行うことを目標とした。

## 3. 研究内容

### 3.1 翻訳機①の作成

今回のハッカソンでは NICT が開発した多言語音声翻訳機能(音声認識、翻訳、音声合成)を、「共通 API」により利用できる「サンドボックスサーバー」を開放していただいた。そこで、最初に共通 API である“mimi@API Platform”(以降、API)に慣れることを目標に、単純な翻訳機を作成してみることにした。

### 3.1.1 翻訳機①の概要

API は、実行の際はプロトコルを用いてデータを転送するライブラリと、コマンドラインツールを提供する cURL にて行っている。ただ、cURL を使用した CUI での実行は難しいかと思うので、現在最も多く使用されている汎用スクリプト言語である「PHP」に書き換えて行う。また、複数デバイスでの使用を想定し、HTML にて構築する。

### 3.1.2 翻訳機①の実装

翻訳機の仕組みなどをここに示す。使用した言語は、HTML, CSS, JavaScript, PHP である。

翻訳機の大まかな実装方法としては、HTML 上で翻訳対象を JavaScript にて取得する。その情報を API にわたし、Result を HTML 上に表示するという仕組みである。また、API にて行う動作としては、次の3つの動作が主である。

- token の取得 (code1)
- 翻訳
- 音声合成

HTML 上から取得した文章を翻訳し、音声合成するのに token が必要である。操作面についてはよりわかりやすく、直感的に操作できることを目標として、図のような UI を作成した。



図:作成した翻訳機

翻訳機に対する工夫点として、token 作成回数を減らすために、token の使用期限を確認する動作を実装した。また、この時点での問題点としては、翻訳を実施するときに言語判別ができないため、翻訳前に入力言語の指定をしないとイケないということがあげられる。

### 3.1.3 翻訳機①の課題

現時点で考えた問題点として、この翻訳機はオリジナリティに欠けていること、UI がスマートフォンなどの縦長の使用のみを想定しているため、タブレットや PC では

デザインが崩れてしまうという点があげられる。

## 3.2 翻訳機②の作成

新たな翻訳機として、楽曲中の歌詞を抽出し、それに対して翻訳が可能な翻訳機②を作成することにした。

### 3.2.1 翻訳機②の概要

翻訳機②の作成方法として、Spleeter というライブラリを使用する。これにより、楽曲中から Vocal 部分だけを抽出し、抽出部分に対して翻訳を行う。

### 3.2.2 Spleeter とは

Spleeter とは、音声分離技術によってさまざまな曲のオーディオデータを楽器やグループごとの最大 4 つの stem データに分離できるライブラリある。ドラムやベースの分離精度はあまり高くないが、Vocal の分離精度は高い。

### 3.2.3 翻訳機②の実装

目的にあった翻訳機を作成するにあたり、Spleeter は python にて使えるモジュールなので、cURL 文を Request 文に書き直して使用する。ただし、後に thon で構築することにより、Android や IOS での動作は難しいと考えるため、現時点ではすぐに使えるようなものではないと考える。言語は Python を使用した。

cURL から python を使用した requests 文に変換するにあたっては、すべての値をそのまま構文に当てはめるだけで行った。実際には下記のコード①のように、response を json 形式にしている。

```

curl --request POST ¥
  --url https://auth.mimi.fd.ai/v2/token ¥
  --header 'Accept: application/json' ¥
  --header 'Content-Type: Content-Type'
  --data
grant_type=https://auth.mimi.fd.ai/grant_type/client_credentials ¥
  --data scope=Scope ¥
  --data client_id=client-id ¥
  --data client_secret=client_secret

```

```

import requests

url = "https://auth.mimi.fd.ai/v2/token"

payload = payload

headers = {
    "Accept": "application/json",
    "Content-Type": "Content-Type"
}

response = requests.request("POST", url,
data=payload, headers=headers)

print(response.text)

```

コード① : cURL と Python の token 取得の例

API 側を Python に書き直すことができたので、コード②で Spleeter 側を実装する。

```

separator = Separator('spleeter:2stems', 'wav')
separator.separate_to_file('./input/audio.wav',
'./audio_separated')

```

コード② : Spleeter による音声分離

コード②にて Spleeter 側に 2stems(vocal + other)の形で出力させることができたが、楽曲をそのまま使っているため、API 上で出力されたファイルを翻訳機に読み込ませ

ることができなかった。そのため、Spleeter にて分けた音声ファイルのうち、音が無いまたはそれに等しい部分(≒声がない)を削除することを考えた。そこで、subprocess を利用して ffmpeg を使用することで音声の無音部分を削除できると考え、以下のコード③を考えた。

```

def cut_silent(movie, dB):
    os.chdir("./input")
    output = subprocess.run(["ffmpeg", "-i", movie,
"-af", "silencedetect=noise={dB}:d=0.3".format(dB),
"-f", "null", "-"], stdout=subprocess.PIPE,
stderr=subprocess.PIPE)
    ss = str(output)
    lines = ss.replace("\r", "")
    lines = lines.split("\n")
    time_list = []
    for line in lines:
        if "silencedetect" in line:
            words = line.split(" ")
            for i in range(len(words)):
                if "silence_start" in words[i]:
                    time_list.append(float(words[i+1]))
                if "silence_end" in words[i]:
                    time_list.append(float(words[i + 1]))
    silence_section_list =
list(zip(*[iter(time_list)]*2))
    movie_name = movie.split(".")
    if str(silence_section_list[0][0]) != "0.0":
        split_file1 = "./output/" + movie_name[0] +
"_0" + ".mp4"
        subprocess.run(["ffmpeg", "-ss", str(0), "-i",
movie, "-t", str(silence_section_list[1][0]),
split_file1], stdout=subprocess.PIPE,
stderr=subprocess.PIPE)

```

コード③ : 無音部分の削除

無音部分を作成するにあたって、映像から一定の dB(デシベル)を下回る部分を削除するプログラムを作成した。これにより、無音部分を除いた、Vocal が存在する部分だけを API に渡すことが可能となった。この状態にて翻訳自体は完成した。

さらに、token のリサイクルを行うために、token 部分を変数化し、変数値を読み取り、過去に生成した token が使用できるかの判別を行うようにした。他のオーディオファイルの扱いにも同様の処理を行った。

他の工夫点として token 系列や payload を別ファイルにて一括管理した。

#### 4. 考察

翻訳機の実用性に関して、実際に歌詞に対して翻訳を行ってみたが、Spleeter を使用して”無理やり”声だけを抜き出しているため、翻訳精度は下がっていた。また、歌詞独特の言い回し等を翻訳すると、もともとの歌詞の意味が消えてしまうものもあり、実用性にはまだ至らないと考えた。

#### 5. 今後の展望

今後追加していきたい機能として、翻訳前の言語の特定、Spleeter の精度向上を目指したい。また、CUI は Android,IOS での実行は難しいので、今後 apk 形式も検討したいと思う。また、後半で組んだものはまだ CUI でしか動作ができないので、今後 GUI に実装していこうと思う。

#### 6. 参考文献

- [1] requests  
(<https://github.com/psf/requests>)
- [2] Spleeter  
(<https://github.com/deezer/spleeter>)
- [3] 音楽素材分離エンジン「Spleeter」  
([https://note.com/field\\_mouse/n/nf2de7ed3cb09](https://note.com/field_mouse/n/nf2de7ed3cb09))
- [4] 動画の無音部分を自動でカットする  
(<https://nantekottai.com/2020/06/14/video-cut-silence/>)

#### 7. 謝辞

今回の研究を行うにあたり、NICT、fairydevices の研究者の皆様には多大なご指導を賜りました。深くお礼申し上げます。

# コーヒー殻を用いた水中の重金属イオン除去剤の開発

6年B組 高井 ゆり

指導教員 松浦 紀之

## 1. 概要

環境水中に重金属イオンが流れ込むと水質汚染につながり、生態系に悪影響が及ぼされる。そこで、植物質素材であるコーヒー殻を重金属イオンの除去剤としての有用性を調べた。ホルマリン処理したコーヒー殻を用いて、水中の銅(II)イオンの吸着除去する実験を行った。また、除去剤のコーヒー殻の表面を走査型電子顕微鏡(SEM)で測定した。SEM画像から、挽いたコーヒー豆は熱水による飲料成分の抽出により、コーヒー殻の繊維が破壊されて表面積が大きくなっており、さらに、ホルマリン処理によって表面が滑らかになったと考えた。

キーワード コーヒー殻 ポリフェノール ホルマリン 吸着 走査型電子顕微鏡

## 2. はじめに

環境水中に銅(II)イオン  $\text{Cu}^{2+}$ 、水銀(II)イオン  $\text{Hg}^{2+}$ 、鉛(II)イオン  $\text{Pb}^{2+}$ などの重金属イオンが排出されると、水質汚染につながるため、生態系に悪影響を及ぼす。そこで環境水中の重金属イオンの除去剤として、世界中で飲用され大量の廃棄物が生じているコーヒーに着目した<sup>2)</sup>。コーヒー殻に含まれる食物繊維とポリフェノールには、どちらも重金属イオンに対して高い吸着能力があることが知られている<sup>3)</sup>。そこで、コーヒー殻の高い吸着能力を期待して本研究を行った。

## 3. 実験

### (1) 銅(II)イオンの捕集除去実験

100 mL ビーカーに  $8.0 \times 10^{-2}$  mol/L の硫酸銅(II)水溶液 5.0 mL、蒸留水 45.0 mL、コーヒー殻 1.0 g を入れたものをそれぞれ 5 個準備し、マグネチックスターラーで 30 分間攪

拌した。桐山ろうと (ADVANTEC No.2) を用いて吸引ろ過した。除去(吸着)されずに残った水中の  $\text{Cu}^{2+}$  の定量は、ヨウ素滴定により求めた<sup>4)6)</sup>。ろ液にヨウ化カリウムを 0.60 g 加え、0.100 mol/L のチオ硫酸ナトリウム水溶液を用いて滴定(ヨウ素滴定法)した。なお、デンプン指示薬は、滴定終点近くになってから加えた。得られた結果は、5 回の平均をとって用いた。除去効率<sup>7)8)</sup>: 52.8%。

### (2) 水溶性ポリフェノールと銅(II)イオンとの反応

50 mg の没食子酸またはタンニン酸に  $8.0 \times 10^{-2}$  mol/L の硫酸銅(II)水溶液 5.0 mL と純水 45.0 mL を加えて 30 分攪拌した。没食子酸やタンニン酸と結合せずに残った水中の  $\text{Cu}^{2+}$  の定量方法は方法(1)と同様に行った。

### (3) コーヒー殻の脱脂洗浄

コーヒー殻 300 g と蒸留水 300 mL をナス型フラスコに入れ、140°Cの湯浴中で 6 時間

還流させた。ガラスフィルター（5G）でろ過して純水で洗浄後、さらにもう1回、同様の還流操作を行った。ガラスフィルターでろ過し、自然乾燥させた。乾燥させたものを12.0 g はかり取って、ソックスレー抽出器を用いたジエチルエーテルによる抽出（洗浄）を40°Cの水浴中で6時間行った。洗浄後のコーヒー殻は、自然乾燥させた。

#### 4. 結果と考察

##### 4. 1. 捕集除去剤の合成と除去能力

###### (1) 見かけの除去効果

昨年度の研究では、分子量が小さい没食子酸では、沈殿物が生じていないにもかかわらず銅(II)イオンの物質量が減少したため、見かけの除去効果が現れていることを明らかにした<sup>9)</sup>。ここで、見かけの除去効果とは、実際には水中から除去できていないにもかかわらず、実験結果では銅(II)イオンの物質量が除去されたかのように低く見積もられることを言う。

銅(II)イオンは水溶性ポリフェノールと錯イオンを形成して安定となり、銅(I)イオンに還元されなかったと考えられる。つまり、コーヒー殻中の水溶性ポリフェノールに結合した銅(II)イオンは、ろ過後も水中に残留していると考えた。

###### (2) 水溶性ポリフェノールの高分子化による不溶性化

水溶性ポリフェノールによる見かけの除去効果を防止するため、高校化学で学習するフェノール樹脂の合成を応用してポリフェノールの高分子化を行った（これを、ホルマリン処理とよぶ）。ホルマリン処理後のコーヒー殻を用いると、確実に水中から銅(II)イオンを除去できると考えられる。

###### (3) 除去剤の種類と除去能力

コーヒー殻の処理方法により、吸着能力にどのような違いがあるのかを考察する。実験に用いた除去剤は、(a) 飲む前のコーヒー殻、(b) 抽出後のコーヒー殻、(c) ホルマリン処理飲む前コーヒー殻、(d1) ホルマリン処理コーヒー殻(2h)、(d2) ホルマリン処理コーヒー殻(5h)、(e) 洗浄コーヒー殻

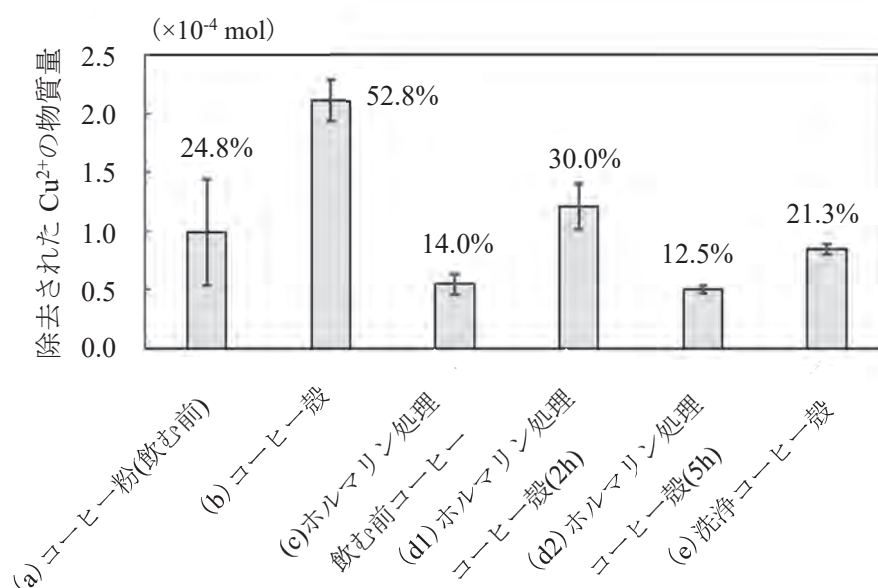


図1. 各種コーヒー殻を用いて除去された銅(II)イオンの物質量[mol]

リン処理後の抽出後のコーヒー殻、(e)洗浄コーヒー殻の5種類である。(e)洗浄コーヒー殻とは、熱水を用いた抽出と有機溶媒を用いた脱脂を行い、食物繊維のみの効果を期待できるコーヒー殻である。図1にこれらの除去効果を示す。

#### (4)ホルマリン処理の有無による違い

ホルマリン処理前後で比較すると、(b)処理前の方が(d)処理後よりも除去効果が高かった。実験方法(2)により、水溶性ポリフェノールに結合した銅(II)イオンは安定化され水中に残留している。ホルマリン処理前の除去効果が高いのは、この見かけの除去効果が現れているためと考えられる。

#### (5)熱水を用いた抽出の有無による違い

熱水による抽出前の(a)飲む前のコーヒー殻には、水溶性ポリフェノールが豊富に含まれているため、見かけの除去効果が大きいと考えるのが自然だ。しかし実験結果は(b)コーヒー殻より低かった。これは水溶性ポリフェノールの見かけの除去効果や、不溶性ポリフェノールの化学的吸着の効果よりも、食物繊維による物理的吸着の効果が大きく表れたからだと考えられる。

#### (6)ホルマリン処理の時間による違い

ホルマリン処理を(d1)2時間と(d2)5時間の異なる条件で行った。除去効果は(d1)2時間の方が高かった。ホルマリンとポリフェノールが付加縮合し高分子化する際、ポリフェノール分子内のヒドロキシ基が消費される。銅(II)イオンはヒドロキシ基などの極性を持つ基と結合し吸着される。従ってホルマリン処理を5時間行った(d2)コーヒー殻では、残っているヒドロキシ基の数が少なく、銅(II)イオンの吸着が(d1)2時間のコーヒー殻に比べ起こりにくかったと考

えられる。

#### (7)コーヒー殻の繊維の除去効果

(e)洗浄コーヒー殻の除去効果は、(c)ホルマリン処理後の飲む前のコーヒー殻や、(d2)ホルマリン処理5時間のコーヒー殻よりも高かった。洗浄操作によって、ポリフェノールや油脂成分が洗い流され、コーヒー殻表面の孔が拡大したことが予想される。表面積が拡大すると食物繊維による物理的吸着能力が上がるため、ホルマリン処理によってむしろ孔径が縮小したであろう(c)や(d2)よりも除去効果が高かったと考えられる。

### 4. 2. コーヒー殻の表面の様子

以下に走査型電子顕微鏡(SEM, JEOL JSM-5300LV, スパッタリング装置 JEOL JFE-1500))で観察した除去剤の表面の様子を示す<sup>10)</sup>。

#### (1)コーヒー殻表面の特徴

SEM画像より、いずれのコーヒー粉やコーヒー殻の表面にも数十 $\mu\text{m}$ の孔が多数存在し、これは多孔質の吸着剤として知られる活性炭の構造に類似していた(図2)<sup>11)</sup>。

(a)飲む前コーヒー粉と(b)コーヒー殻を比較すると、コーヒー殻では表面の繊維が破壊され、より細かくなって露出していることが読み取れる。また孔径が小さくなり孔の数がやや増加しているため、表面積が増加している。これらの違いは、熱水で抽出することでコーヒーの表面が破壊されたことが原因だろう。これは前述のように、抽出後のコーヒー殻は抽出前に比べ、食物繊維による吸着効果が大きくなっているということ裏付けるものである。

#### (2)ホルマリン処理による表面の変化

(a) 飲む前コーヒー粉と (b) コーヒー殻の 2つのホルマリン処理前の除去剤と、(d1)ホルマリン処理 2 時間と (d2)ホルマリン処理 5 時間の 2 つの処理後の除去剤を比較すると、ホルマリン処理をすることで除去剤の表面が滑らかになっている。これはポリフェノールの高分子化による変化だと考えられる。

ホルマリン処理前の除去剤には見かけの除去効果が現れているため、除去率が高く見積もられていると述べた。さらに SEM 画像からは、ホルマリン処理をすることで表面積が減少し、ホルマリン処理後の除去剤の除去効果が減少していることも予想できる。従ってホルマリン処理前後では、見かけの除去効果に加え表面積も減少したために、除去効果に大きな差が出ていると言える。しかし除去効果が減少しても、水中に重金属イオンが残留する危険性を排除できるならばホルマリン処理はした方がよいだろう。

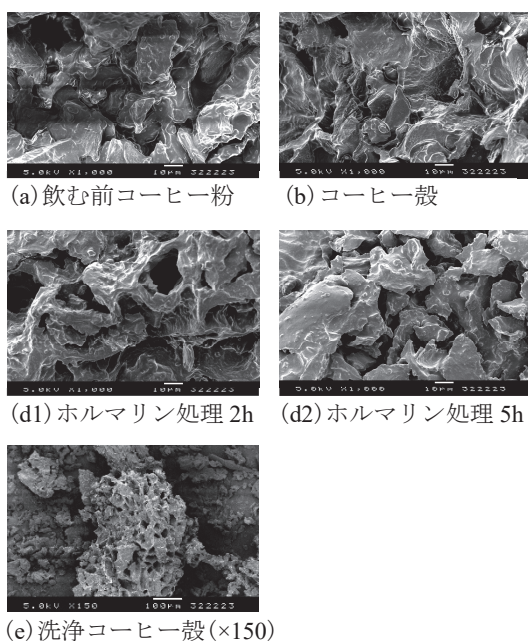


図 2. コーヒー殻の SEM 画像 ((e)のみ 150

倍, 他は 1000 倍で撮影した)

## 5. まとめ

コーヒー殻などの多孔質の植物質素材には、含まれる食物繊維とポリフェノールによって水中の銅(II)イオンを捕集除去する能力があることが分かった。水溶性ポリフェノールを用いた実験から、銅(II)イオンと結合した水溶性ポリフェノールは水中で安定に存在し、除去によって除去できないことが分かった。この効果を防止するためホルマリンを用いて水溶性ポリフェノールの高分子化を行った。SEM を用いて各種コーヒー殻の表面の撮影を行った。観察結果から、ホルマリン処理後のコーヒー殻の除去効率が処理前に比べ低下しているのは、表面積の低下によるものであることが推察できた。

## 6. 今後の展開

各除去剤で実際に除去された銅(II)イオンの定量を行い、滴定結果と比較することで、見かけの除去効果を裏付けることができる。方法としては、吸着後の除去剤から、酸性条件下で銅(II)イオンを遊離・回収し、再度滴定を行うなどが考えられる。また等温吸着式を求める実験を行って実用化モデルを構築したい。

## 謝辞

東京工業大学附属科学技術高等学校の成田彰先生には SEM 測定をしていただきました。ありがとうございました。

## 参考文献・注釈

- 1) 渡邊泉, 重金属のはなし 鉄, 水銀, レアメタル, 中央公論社, 2012.



- 2) 全日本コーヒー協会の web ページの統計資料 <http://coffee.ajca.or.jp/data> (2020-8-31)
- 3) 安田みどり, 尊田民喜, 長谷川のぶみ, 熊川景子, 日本家政学会誌 2003, 54, 827.
- 4) 松岡雅忠, 化学と教育 2014, 62, 594.
- 5) ヨウ素滴定: ヨウ化カリウム (ヨウ化物イオン  $I^-$ ) の還元作用を利用して, 遊離したヨウ素  $I_2$  をチオ硫酸ナトリウム標準溶液で滴定し, 間接的に定量する方法である。
- 6) 0.100 mol/L チオ硫酸ナトリウム標準溶液: チオ硫酸ナトリウム五水和物  $Na_2S_2O_3 \cdot 5H_2O$  24.8 g を純水に溶かし, 1.0 L とした。標定は, 過塩素酸カリウムにより行い, 標準溶液の力価  $f$  を求めた。
- 7) 除去効率[%]は次の式で表した。  
除去効率[%] =  $(N_1/N_2) \times 100$ ,  
 $N_1$ : 除去された  $Cu^{2+}$  の物質質量,  $N_2$ : 初めの水溶液中の  $Cu^{2+}$  の物質質量[mol]
- 8) 木村優, ぶんせき 1981, 5, 297.
- 9) 高井ゆり, 小澤二子, 2000 年度奈良女子大学附属中等教育学校サイエンス研究会論文集, 2021.
- 10) 直径 10 mm の円筒形の試料台に 7 mm 角の導電性の両面テープを貼り付け, 接着面を試料の中に入れ試料を試料台に採取。試料台に振動を与えて大きな粉体を除去し, Au スパッタリングした。
- 11) 緒方文彦, 富岡壽人, 藪田仁志, 川崎直人, 表面科学, 2011, 32, 461.

# 擬一次反応の統計力学的考察

6年A組 山縣 暖  
指導教員 増井 大二

## 1. 概要

高校化学では、最も反応が単純な場合に、反応速度式の<sup>べき</sup>冪と化学反応式の係数が一致するとされている一方で、化学反応は分子同士の衝突によって引き起こされるとも説明されるが、これら2つの説明をつなげ、反応速度式を理論的に導出することは行われていない。研究では、擬1次反応について、反応速度式に理論的な根拠を与えるために、2つの数理モデルを考案した。多くの粒子を含む物質中で生じる素反応を統計的に処理し、反応時間が統計力学におけるボルツマン分布と類似の形式で表現されると仮定することによって反応速度式を導出した。さらに、溶液中での粒子の衝突というミクロな現象が、反応速度というマクロな現象とどのように対応するのかについて2つのモデルを比較検討して明らかにした。

キーワード 擬1次反応 反応速度式 数理モデル ボルツマン分布 統計力学

## 2. はじめに

高等学校の化学教科書には、反応速度は反応物の濃度の累乗に比例するが、その指数は実験によってのみ求めることができるという記述<sup>1)</sup>がある。

ところで、最も単純な反応では、化学反応式の係数と反応速度式中の冪は一致するとされている<sup>2)</sup>。この場合では、化学反応は活性化エネルギー以上の運動エネルギーを持った反応物分子同士の衝突で説明できる<sup>3)</sup>。しかし、分子同士の衝突という現象から、反応速度式の冪と反応式の係数との一致を理解することは容易ではない。

例として、酸塩基反応の指示薬として用いられるフェノールフタレイン (PP) 溶液の退色を取り上げた。無色の PP 溶液に塩基を加えると赤色に着色するが、強塩基性の溶液中で時間が経つと退色する。この反応の反応速度や反応機構はすでに報告されており<sup>4)</sup>、PP 分子は塩基性溶液中で2価の陰

イオン(PP<sup>2-</sup>)となって赤色を示すが、周りの水酸化物イオン(OH<sup>-</sup>)と結合して、無色である3価の陰イオン(PP<sup>3-</sup>)となる。このとき、水酸化物イオン濃度[OH<sup>-</sup>]は、2価イオンの濃度[PP<sup>2-</sup>]に比べてはるかに大きいことから、この反応の反応速度は[PP<sup>2-</sup>]に比例すなわち、[PP<sup>2-</sup>]の1次式で表され、このときの変化は擬一次反応と呼ばれる。実際にPPの退色がどのように時間変化するか、吸光光度計を用いて確認実験を行い、反応速度がPP濃度に比例することを確かめることができた。

このような、化学反応の中でも最も単純な場合の1つである擬1次反応において、物質の濃度変化と時間の関係や反応速度式は、分子運動や分子同士の衝突という化学反応の背景がどのように表れた結果であるのかを考えた。

### 3. 目的

擬 1 次反応における反応物濃度および反応速度の時間変化が、下の(4)式および(5)式で与えられる。本論文では、数理モデルを構築し、これらの式を導出することにより、反応速度式の冪と化学反応式の係数の一致について、理論的な根拠を与える。

また、それらのモデルがどのような物理的意味をもつのか考えることで、化学反応に見いだされる原理や法則について考察する。

### 4. 反応速度および反応物の濃度の時間変化式の導出

#### 4-1 モデル反応とその反応速度式

はじめに、反応速度に関する数式の導出を確認する。



という、A に対して B が過剰な場合に擬 1 次反応となる化学反応について考える。

A と B との反応において化学量論係数と反応速度式の冪が一致するとした場合、反応速度式は(1)式で表される。

$$v = kx \quad (1)$$

$k$ は(1)式の比例定数であり、物質 B の濃度  $H$  と、反応速度定数  $k'$  を用いて、 $k = Hk'$  と表される。 $x$  を A の濃度と設定する。

#### 4-2 反応速度式からの反応物濃度と時刻の関数の導出

$$v = -\frac{dx}{dt} \quad (2)$$

(2)式は反応速度  $v$  の定義式であり、 $t$  は時間を表す。これと(1)式を用いて、

$$-dx/kx = dt$$

$$-\int \frac{dx}{kx} = \int dt$$

$$-\frac{1}{k} \log x = t + C \quad (C \text{は積分定数})$$

$$\log x = -k(t + C)$$

$$x = e^{-k(t+C)} \quad (3)$$

ここで、 $t = 0$  のときの A の濃度を  $x_0$  とすると、(3)式は

$$x_0 = e^{-kC}$$

よって(3)式に代入し、

$$x = e^{-kC} e^{-kt}$$

$$x = x_0 e^{-kt} \quad (4)$$

(4)式を  $t$  で微分すると、反応速度  $v$  の時間変化は(5)式となる。

$$\frac{dx}{dt} = -kx_0 e^{-kt}$$

$$v = kx_0 e^{-kt} \quad (5)$$

以上より、実験から得られる反応速度式(1)を解き、反応物の濃度の時間変化の式(4)と反応速度の時間変化の式(5)を導出することができた。

### 5. モデル化

次に、分子運動のモデルを構築し、そのモデルから、反応速度式 ((1)式) もしくはそれを解いた(4), (5)式が導かれるかを検討する。

#### 5-1 モデル 1 : Maxwell 速度分布を用いた反応速度式の導出

粒子の分子運動する速さには分布がある。ここでは、速さの分布として、よく知られた Maxwell 速度分布を採用してモデル化を行う。ただし、Maxwell 速度分布は次の(6)式で表される ( $v$ :溶液内の A の速さ、 $m$ :粒子の質量、 $k$ :ボルツマン定数、 $T$ :絶対温度)。

$$P(v) = 4\pi v^2 \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) \quad (6)$$

### モデル1の仮定

- 1.1 溶液内の A の平均の速さ (以下で定義) の分布は, Maxwell 速度分布 ((6)式) に従う。
- 1.2 A の濃度は B の濃度に対して非常に小さいため, B の濃度は反応開始から終点まで変化しないとする。
- 1.3 反応状態に移行する際, 一つの A 分子と一つの B 分子が衝突するものとする。
- 1.4 A と B は, 反応前には均等に分散しているものとする。

#### 1-1 平均の速度について

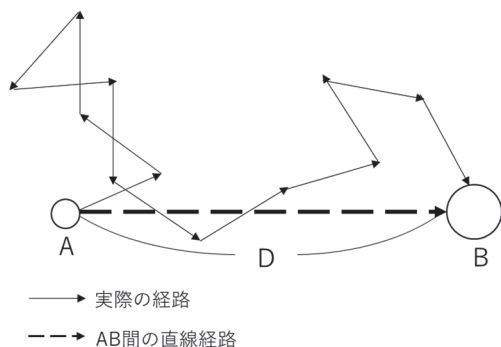


図 1

ここで, 図 1 のように, 動く A が静止している B に, ランダムな方向に進みながら衝突する。B は A に対して大量に存在するため, 仮定 1.2, 1.4 より反応中は常に等間隔に存在するとし, 理想的に動かないと考える (実際は水分子によって B は運動するものの, 簡単のために, 大量に存在する B は動かないとする)。

以下では, 平均の速さを定義する。A が図 1 のように距離  $D$  だけ離れた最初の状態から B に衝突するまでの時間を  $t$  とする。また, A は一定の距離ごとに進行方向を変え

るものとする。この状態で, A の平均の速さ  $V$  を

$$V = \frac{D}{t} \quad (7)$$

と定義する。

#### 1-2 モデル 1 による(4)式の導出

仮定 1.1 より, (6)式は  $v$  についての分布を表す関数であるため, この関数内の変数  $v$  が平均の速さ  $V$  に置き換わる。また, 以降では簡略化のため,

$$4\pi x^2 \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{mx^2}{2kT}\right) = \text{maxwell}(x)$$

のようにあらわすと, 平均の速さが  $V$  である確率  $p(V)$  は

$$p(V) = \text{maxwell}(V)$$

となる。

ここで, (7)式より  $D$  が一定という仮定 1.4 を置いているので,  $V$  が定まると  $t$  が求まることがわかる。以上より  $t$  がその値をとる確率を  $p(t)$  とすると,

$$p(t) = p(V) = \text{maxwell}\left(\frac{D}{t}\right)$$

よって, ある粒子が  $t$  秒後に衝突する確率が  $\text{maxwell}(D/t)$  で表されるので, A の濃度と衝突確率  $p(t)$  の積から時間  $t$  で衝突する粒子の濃度が求められる。これを  $n(t)$  と表す。 $n(t)$  と衝突時に反応が進行する確率  $q$  (活性化エネルギーを超える分だけの運動エネルギーを A が持つ確率。平均の速さと  $q$  の間には関係がないとする。) の積が, 時刻  $t$  (1-1 の「衝突するまでの時間  $t$ 」と同じ) で反応する粒子の濃度  $N(t)$  である。以上の説明を式で表すと,

$$n(t) = x_0 \text{maxwell}\left(\frac{D}{t}\right)$$

となり,

$$N(t) = qn(t) = qx_0 \text{maxwell}\left(\frac{D}{t}\right)$$

が成立する。

$N(t)$ は、「 $dt$ の時間に減少するAの濃度」を表すため、はじめてAとBが衝突する時間を $t_0$ とし、ある時間 $t$ でのAの濃度を $x$ とすると、

$$x = x_0 - \int_{t_0}^t qx_0 \text{maxwell}\left(\frac{D}{t}\right) dt \quad (8)$$

となる。

### 1-3 モデル1についての考察

モデル1による式(8)の妥当性について検証する。(8)式を時間 $t$ について微分すると、

$$\frac{dx}{dt} = -qx_0 \text{maxwell}\left(\frac{D}{t}\right)$$

となる。これは、反応速度の時間変化は、Maxwell分布式に従うことを表しているが、これは実験的事実より導出される(5)式に明らかに反する。つまり、モデル1はモデル化に失敗したと言える。

(8)式が(5)式と一致しない原因の一つは、モデル1がAとBのたった一度の衝突についてのみ扱っているからである。モデル1は、図1のようにAとBが初めて衝突するまでの衝突時間の分布を導出した。しかし、実際はAとBは何度も衝突しうる。つまり、モデル1が扱ったAとBが1回衝突するまでの時間分布は、化学反応が起こるまでの時間にあまり重大な影響をもたらさないと考えられる。

### 5-2 モデル2: 等確率の原理を用いた反応速度式の導出

1-3で述べたように、化学反応が進行する途中、あるAはBと何度も衝突すると考えられる。そこで、モデル2ではモデル1と考え方を変え、「Aが何回目のBとの衝突で

反応するかは、完全にランダムであり等確率である」と仮定する。

#### モデル2の仮定

- 2.1 等確率の原理の拡張
- 2.2 総衝突回数一定
- 2.3 AとBの衝突回数 $n$ と時間 $t$ には

$$n = aHt \quad (10)$$

が成立する。(a, Hについては2-3参照)

#### 2-1 仮定2.1 (等確率の原理の拡張)の説明

等確率の原理は、あるエネルギーを持つ粒子が分布していて、それぞれの粒子を区別するとき、粒子全体があるエネルギー状態をとる確率が等しいとする統計力学の原理である。この原理をAがBと衝突して化学反応を起こすまでの衝突回数に適用できると仮定する。

まず状況を設定する。 $N$ 個のAそれぞれを区別して考える。あるAがBと化学反応するときのBとの衝突回数を $n$ とする。この時、仮定2.1は、すべての $n_0$  ( $n_0$ は自然数)について $n = n_0$ の値をとる確率と、 $n = n_0 + 1$ となる確率が等しい、と仮定している。

そして、この仮定を用いて、 $N$ 個のA全体の、反応するまでにBと衝突した回数の分布について考える。

$N$ 個のAの衝突回数についての分布は、図2のように表現することができる。ここでそれぞれのAを $A_1, A_2, A_3, \dots, A_N$ と番号を付け、区別する。

図2はAが衝突して反応を起こす時のBとの衝突回数を、棒グラフのように図式化し、それを番号順に並べたものである。例えば図中の $A_N$ は、 $n$ 回目の衝突で反応したことが読み取れる。また、 $n$ 回目の衝突でBと

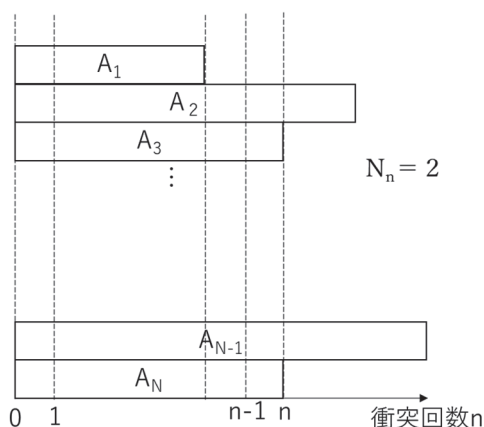


図 2

化学反応を起こした A の数を、 $N_n$  と表す。図 2 において、 $n$  回目の衝突では  $A_3$  と  $A_N$  の 2 つが反応するため、 $N_n = 2$  となる。

仮定 2.1 は一つの A の衝突回数について等確率であるとしていたが、仮定 2.1 を用いると、図 2 のような A 全体の反応時の衝突回数の分布も、A を区別して数えるときにはどのような場合であっても等確率で起こりえる。

### 2-2 仮定 2.2 の説明：総衝突回数一定

A の数が  $N$  個、またすべての A が反応し終わった時の B との衝突回数を  $i$  とする。このとき、 $i$  回目までの衝突におけるすべての A についての B との衝突回数の合計はいかなる分布でも一定である、と仮定する。つまり、上記の仮定を表すと

$$\sum_{n=0}^i N_n n = \text{一定} \quad (9)$$

とするものである。

### 2-3 仮定 2.3 の説明

簡単のためにすべての A は同時に B と衝突する、と考える。また、単位時間あたりの A と B の衝突回数は、反応の進行度合いによらず一定である。なぜならば A の濃度に対して B の濃度が非常に大きいので、A の濃度反応の進行による B の個数の減少は B の濃度には影響がないからである。A と B

との衝突回数は B の濃度と時間に比例するため、衝突回数  $n$  (実数全体を動く) と時間  $t$ 、比例定数  $a$  を用いて

$$n = aHt \quad (10)$$

と表せるとする。ただし、この  $a$  は単位時間・B の単位濃度あたりの衝突回数だけでなく、立体的な分子構造の障壁による反応確率も含める。また  $a$  の単位は  $L/mol \cdot s$  である。

### 2-4 分布と場合の数について

2-1 では、図 2 のような A それぞれが何回目の B との衝突で反応するかについての分布について述べた。しかし、実際に A を  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_N$  と区別して分布を調べることは不可能なので、区別を排除して考えなくてはならない。反応速度式より導出された A の濃度—時間関係 ((4) 式のこと) は、つまり何個の A が何回目の B との衝突まで残っているかについての分布である。よって、以下ではそれぞれの A を区別せず、何個の A が何回目の衝突で B と反応したのか、つまり図 2 中の  $N_n$  について考える。以下では、図 3-1 のような  $n$  に対する  $N_n$  の分布を、「衝突分布」とする。

以下の議論は、ボルツマン分布の導出と対応付けて説明することができる。衝突分布は A を区別しないで数えているために、逆に、ある衝突分布が与えられた時、その衝突分布には A の区別の仕方の場合の数が定義できる。

図 3 は衝突分布とそれに対する A の区別の仕方の具体例である (図 3 は参考文献 5) の図 5-3 を参考にした)。

$(N_1, N_2) = (2, 1)$  という分布について考える。図 3-1 は与えられた  $N_n$  の条件を、軸が衝突回数になるように図示したものであり、これが衝突分布に対応する。それに対して、

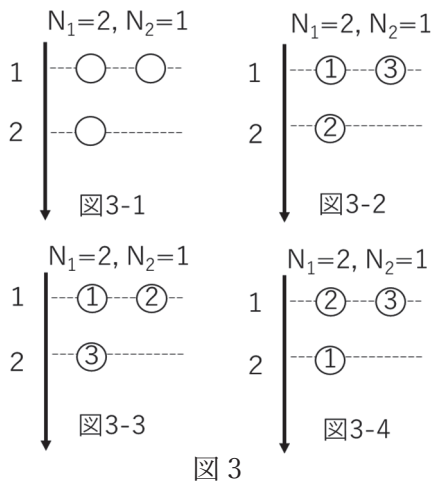


図 3

図 3-2, 3-3, 3-4 は与えられた  $N_n$  の条件をみだし、さらに A に 1 から 3 の番号を付け区別した分布である。仮定 2.1 より、図 3-2 ~ 図 3-4 の 3 つの分布は、それぞれが起こる確率が等しい。衝突分布  $(N_1, N_2) = (2, 1)$  には、以上の 3 つの A の当てはめ方が存在する。

以上の議論を一般の衝突分布について当てはめると、ある衝突分布に対する場合の数  $W$  の計算式は、同じものを含む順列の考え方より

$$W = \frac{N!}{N_0! N_1! \dots N_i!} \quad (11)$$

である。

ところで、確率は

$$(\text{事象}X\text{が起こる確率}) = \frac{(\text{事象}X\text{が起こる場合の数})}{(\text{起こりえるすべての場合の数})}$$

で求まるので、(11)式より求まる場合の数が最も大きい衝突分布から実際の反応で起こる A の濃度分布を導出することができる。

### 2-5 場合の数を最大化する分布の導出

(この節は、参考文献 5)からの引用)

まず、前提となる条件を求める。  $N_n$  を足し合わせると A の個数と一致するため、

$$\sum_{n=0}^i N_n = N \quad (12)$$

はいかなる分布も満たす条件である。

以下では、(9), (12)式を満たし、かつ場合の数  $W$  を最大にする衝突分布を導出する。また、その衝突分布を、特に最大分布  $N_p$  (また、その分布の衝突回数も  $n$  ではなく  $p$  で表す)とする。

ここで、場合の数  $W$  は、衝突分布を  $N_n$  で区別すると、(このとき、最大分布  $N_p$  は、  $N_n$  の特別な場合となる。)  $N_n$  の関数となっている。

最大分布  $N_p$  は、場合の数  $W$  が最大値をとるときの  $N_n$  の値であり、つまり

最大分布  $N_p$  は、すべての  $n$  に対して

$$\frac{\partial W}{\partial N_n} = 0$$

を満たす必要がある。…(13)

((13)式は極大値が最大値と一致すると考えており、極小値の場合も(13)式を満たすが、それについては 2-7 で述べる。)

スターリングの公式を用いるために場合の数  $W$  の自然対数をとると  $\log W$  も条件(13)を満たし、

$$\frac{\partial \log W}{\partial N_n} = 0$$

となる。  $W$  に対してスターリングの公式を用いて

$$-\sum_{p=0}^i \frac{\partial N_p}{\partial N_n} \log N_p = 0 \quad (14)$$

と変形できる。ただし、  $N_n$  と  $N_p$  は独立な変数ではない。

ここで(9), (12)式を  $N_n$  で偏微分するとそれぞれ

$$\sum_{p=0}^i \frac{\partial N_p}{\partial N_n} p = 0 \quad (15)$$

$$\sum_{p=0}^i \frac{\partial N_p}{\partial N_n} = 0 \quad (16)$$

となる。最大分布 $N_p$ は、(14)、(15)、(16)式を同時に満たす。ラグランジュの未定乗数法を用い、(実数 $\beta, \alpha$ を用いて)

$$-\sum_{p=0}^i \frac{\partial N_p}{\partial N_n} \log N_p + \beta \sum_{p=0}^i \frac{\partial N_p}{\partial N_n} p + \alpha \sum_{p=0}^i \frac{\partial N_p}{\partial N_n} = 0$$

をすべての $n, p$ について満たす $N_p$ を考えると、

$$N_p = e^{\beta p + \alpha}$$

が成立する。ここで $e^\alpha = C$ とおくと、

$$N_p = C e^{\beta p} \quad (17)$$

となる。以上より、条件を満たし、場合の数 $W$ を最大化する分布 $N_p$ の分布を求めることができた。(引用終わり)

## 2-6 反応速度式の導出

2-5 で導出したのは、場合の数を最大化する衝突分布である。この分布を、以下ではAの濃度—時間分布になるよう変形する。

$n-1$ 回目までに反応した粒子の個数を $S_n$ と定義すると、

$$S_n = \sum_{p=0}^{n-1} N_p$$

である。

(17)式に示す通り、 $N_p$ は $p$ についての等比数列なので、(17)式と等比数列の和の公式より、

$$S_n = C \frac{(1 - e^{\beta n})}{1 - e^\beta} \quad (18)$$

となる。ここで、仮定2.2より、最大分布 $N_p$ において、(9)式にあたる $\sum_{p=0}^i N_p p$ がある値に定まる。つまり、(18)式で $n \rightarrow \infty$ の時、 $S_n$ が無限大に発散しないことがわかるので、 $\beta$ は負である。 $i$ の値は十分に大きいので、(18)

式で $n = i$ の時、無限等比級数の公式より

$$N = \frac{C}{1 - e^\beta}$$

が成立する。よって、上式を $C$ について変形して(18)式に代入すると、

$$S_n = N(1 - e^{\beta n})$$

となる。よって、 $n$ 回目の衝突時のAの個数を $X_n$ とすると、

$$X_n = N - S_n = N - N(1 - e^{\beta n})$$

よって

$$X_n = N e^{\beta n} \quad (19)$$

と求まる。

仮定2.3より、(10)式を(19)式の $n$ に代入すると

$$X_n = N e^{\beta a H t} \quad (20)$$

となる。これは実験より導いた(4)式と対応するものである。ここで、AとBの衝突回数が非常に多いため、 $X_n$ は離散的であるが、以降では連続的に扱えるものとする。(20)式の両辺を $t$ で微分すると、

$$\frac{dX_n}{dt} = N \beta a H e^{\beta a H t} \quad (21)$$

となる。ここで $\beta$ の値が負であることと反応速度の定義(溶質濃度の時間微分の絶対値)より、

$$v_{\text{反応速度}} = -\frac{dX_n}{dt}$$

の関係が成立するので、(20)、(21)式と上式より、

$$v_{\text{反応速度}} = -\beta a H X_n$$

が成立する。上式は、Aの個数( $X_n$ が単位体積あたりのAの個数の時、濃度と同一視してよい)に反応速度が比例する関係を表しており、つまり反応速度式(1)式と対応する。



2-7 下線部についての補足

条件(13)は $W$ が極大値、極小値の両方の場合に当てはまる。(9), (12)式はすべての分布が満たす式であるため、よって(17)式は最大分布 $N_p$ もしくは極小の場合の数の衝突分布の可能性はある。

ここでは、条件(13)が表す状況を示す図4について述べる。図4-1は条件(13)を極大値が満たすとき、また図4-2は極小値が満たすときを表している。なお、横軸の $N_n$ がパラメータ $n$ によって変化するので、グラフの形状も同様に $n$ によって変化する。

グラフ上の点は、 $n$ 回目の衝突におけるある衝突分布の $N_n$ の値を横軸、その分布の場合の数を縦軸にプロットしたものである。つまり、図4のグラフは、仮定2.2を満たすすべての衝突分布の $n$ 回目の衝突における $N_n$ と $W$ との組み合わせの集合の軌跡である。よって、以下の条件

$n$ の値が変わるとグラフの形状は変わるが、各衝突分布における $W$ の値は $n$ が変化しても一定である。よって、 $n$ が変化するとグラフ上の点(衝突分布と場合の数の組み合わせである)は横軸方向に平行移動するが、縦軸方向には移動しない。(各衝突分布同士の場合の数 $W$ の大小関係は変化しない)…  
(22)

が成立する。さらに、2-5節の結果より  
(9), (12), (13)を満たす式が(17)式一つし

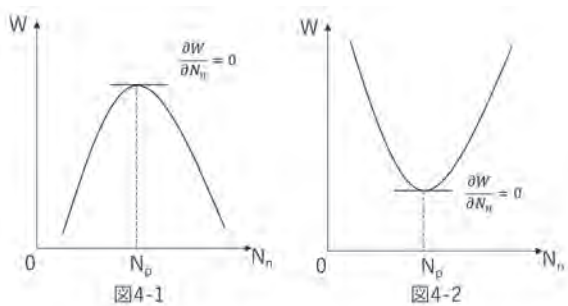


図4

表1

衝突回数	1	2	3	4	...	k	...	i
反応したA	0	0	0	0	...	N	...	0

かないため、すべての $n$ に対して極大値、もしくは極小値を持つ衝突分布 $N_n$ は必ず一つである。…(23)

と言える。

(i)条件(13)を極大値が満たす時:

極大値が最大値であることの説明

条件(23)より、すべての $n$ の値で極大値や極小値を持つ衝突分布は(17)式以外に存在しない。よって、必ず図4-1のような状況( $N_p$ のみが極大値を取る)を満たす $n$ が存在する。このとき、図4-1のグラフより $N_p$ は最大値をとる。条件(22)より、図4-1のような状況が一度成立した時点で、 $N_p$ はすべての $n$ の値で最大値を取り続ける。

(ii)条件(13)を極小値が満たすとき

極小値をすべての $n$ についてとる衝突分布が存在しないことの説明

条件(13)を極小値が満たす場合、最大値の説明と同様にして、図4-2のようなグラフになる $n$ の値が必ず存在することを示すことができる。よって、最小値と極小値は一致する。

ここで、モデル2の3つの仮定を満たす衝突分布のうち、場合の数 $W$ が最小値となるものを求める。これは、明らかに表1に示した場合しかない。すなわち、表1のような衝突分布では、すべてのAが $k$ 回目の衝突で一斉に反応する。表1の場合の数は $W = 1$ であり、これが最小である。しかし、これは極小値が従う(17)式の分布とは明らかに一致しない。このことより、条件(13)は極小値についての条件ではないことが明らかになった。

以上(i),(ii)より、条件(13)とそこから導出した(17)式は、場合の数を最大にする分布を示すことがわかる。

## 2-8 モデル2の考察

モデル2では、3つの仮定をおくことにより反応速度式を導出できた。すなわち、これらの仮定は実際に化学反応が進行する際の原理を表していると考えられる。

仮定2.1により、あるAが何回目の衝突で反応するか正確に予測することは不可能であることが分かる。これは、従来の反応速度論における、分子が活性化エネルギー以上の運動エネルギーを持つときにのみ化学反応することに対応する。

また、モデル2で最終的に導出した反応速度式で $-\beta aH$ はAの濃度の比例定数となるが、これを反応速度式と比較すると $-\beta a$ が反応速度式における反応速度定数に対応する。反応速度定数については、次のアレニウスの式が成立することが知られている。

$$k' = Ae^{-E_a/RT}$$

Aは頻度因子(衝突さえすれば必ず反応に至るとした場合の速度定数)、 $e^{-E_a/RT}$ は活性化エネルギー $E_a$ のエネルギーを持ったAの存在割合を示す<sup>6)</sup>。ここで、式(21)で用いた比例定数aはアレニウスの式における頻度因子に対応するものであり、以上より $-\beta$ が、従来の反応速度論における衝突した時に反応する確率となる。

## 6. まとめ

モデル1では、反応速度式をMaxwell速度分布から導こうとした。しかし、すべてのAがこれから反応するBに向かって等速直線運動しているという仮定が成立せず、またAとBの一回の衝突のみを考慮していた

ために反応速度式の導出には至らなかった。

モデル2では、ボルツマン分布の導出方法や統計力学の等確率の原理を衝突回数に応用した。さらに、AとBのブラウン運動を考慮せず、単位時間あたり一定の回数で衝突すると近似することによって反応速度式を導出することができた。

ここで、仮定1.1と仮定2.3を用いてモデル1とモデル2の関係の考察を行う。モデル1は一つのAの運動、さらにAとBの1回の衝突における衝突時間の確率分布を導出し、そこから反応速度式を導出することが目的である。Aのブラウン運動を平均の速さを用いて等速直線運動であると近似した点が、モデル1が反応速度式の導出に失敗したことの理由の一つである。つまり、モデル1のようなミクロな視点では、ブラウン運動の影響を排除することはできない。

それに対して、モデル2はN個あるAすべてについての反応時間の分布を導出した。つまり、モデル1と比べてモデル2は対象とするAの個数、Bとの衝突回数が多いという点でマクロな視点から導出したモデルである。

モデル2における仮定2.3より、衝突時間と衝突回数は比例する、という簡潔なモデルから反応速度式を導出できたということは、つまり反応速度のような大量の分子についての現象では、複雑なブラウン運動によって生じる、AとBの1回あたりの衝突の時間間隔の確率分布を考慮しなくてもよいということである。つまり、ブラウン運動などの不確定なミクロな現象は、マクロな現象にはあまり大きな影響を及ぼさないと考えられる。

## 7. 今後の展望

モデル 2 より導出できたのは擬 1 次反応における反応速度式のみであるため、今後はモデル 2 の仮定を 2 次反応, 3 次反応の場合にも適用できるか検討し, その場合の反応速度式を導出したい。また, 可逆反応の場合は, 逆反応の衝突分布も考える必要がある。そうした可逆反応の進行を数理モデルで表し, 平衡状態で成立する化学平衡の法則を, モデル 2 で採用した場合の数の概念を用いて説明したい。

## 8. 参考文献

- 1) 斎藤烈, 藤島昭編, 化学改訂版, 啓林館, p.122(2020).
- 2) 石田尚行, 化学と教育, 58, pp.226-229(2010).
- 3) 斎藤烈, 藤島昭編, 化学改訂版, 啓林館, pp.126-129(2020)
- 4) 藤岡和夫, 化学と教育, 48, pp.824-827(2000).
- 5) 竹内淳, 高校数学でわかるボルツマンの原理, 講談社, pp.156-171(2008).
- 6) 千原秀明, 稲葉章, 鈴木晴訳, アトキンス物理化学要論, 第 7 版, 東京化学同人, pp.263, 264(2020).

## 謝辞

今回の研究を行うにあたり, 奈良女子大学理学部化学科の衣川健一先生, 本校の米田隆恒先生, 松浦紀之先生, 及び今年度 SS 課題担当の増井大二先生に様々なアドバイスをいただきました。深くお礼申し上げます。

# アンモニアの可燃範囲の測定による爆発実験の定量化

5年B組 重松 和花

5年C組 片山 恵莉

指導教員 松浦 紀之

## 1. 概要

自作の爆発実験装置によりアンモニアの可燃範囲に関する実験を行い、爆発実験を定量化することを目的とした。アンモニアの爆発範囲は、空気中か酸素中かの条件の違いにより、大きく異なることが分かった。この違いをアンモニアの最小着火エネルギーにより説明することができた。

キーワード アンモニア 爆発 爆発範囲 エネルギー 窒素酸化物

## 2. はじめに

アンモニアは、脱炭素社会の新たな次世代エネルギーキャリア、すなわちエネルギー貯蔵・輸送用の媒体として期待されている。また、アンモニアを水素エネルギーが普及するまでの有効な燃料として、発電所などを中心に導入が進められている<sup>1)</sup>。アンモニアは構造中に炭素を含まないため、燃焼しても二酸化炭素  $\text{CO}_2$  を排出しない。しかし、アンモニアは窒素を含むため、その燃焼生成物には、大気汚染物質である窒素酸化物が含まれる可能性がある<sup>2)</sup>。エネルギーや大気環境問題は、温暖化対策の国際的な枠組「パリ協定」<sup>3,4)</sup>や持続可能な開発目標 SDGs<sup>5)</sup>とも関連しており、解決すべき課題として重要である。

アンモニアは空気中では着火しにくく、燃焼するときの空気との混合割合の範囲が狭い。また、バーナー上で火炎が安定しない<sup>6)</sup>。アンモニアの燃焼の測定実験は、大学や研究所にある大がかりな装置が必要である<sup>7,8)</sup>。しかし、アンモニアは気体であるので、

体積を測り取ることで高校生でも簡単な装置で定量的な燃焼実験を行うことができると考えた。そこで本研究では、自作の爆発実験装置より、アンモニアの可燃範囲に関する実験を行い、爆発実験を定量化することを目的とした<sup>9,10)</sup>。また、爆発後の生成物についての予備的知見を得て、実際にアンモニアを燃料として利用する際に放出されると予想される大気汚染物質の抑制方法を考える手助けとしたい。

## 3. 実験方法

試薬は市販のものをそのまま用いた。酸素はケニス実験用酸素ボンベ（純度 95%）を用いた。注射筒は、ガラス製ルアーガラス先を用いた。三方活栓は、ポリカーボネート製のものをを用いた。小型誘導コイルは、島津理化の ISC-15（最大出力電圧 15 kV）を用いた。

爆発実験の際には安全に配慮し、先生の指導の下、点火場所を実験用アクリル板で囲むなどの対策を行った。

### (1) 気体のアンモニアの生成

**方法1:**塩化アンモニウム 20.0 g (0.374 mol) と水酸化カルシウム 15.0 g (0.202 mol) を薬包紙の上で手早く混ぜ、試験管 (φ 18 mm) に入れた。この試験管の口を少し下に向けてスタンドに固定して、誘導管を取り付け、試験管の下部部分をガスバーナーで穏やかに加熱した。発生した気体は、水酸化ナトリウム (25 g) を入れた乾燥管を通して、100 mL のガラス注射筒で捕集した。

**方法2:**濃アンモニア水 10 mL を試験管 (φ 18 mm) に入れてスタンドに固定し、誘導管を取り付けた。水浴中 (40°C) で加熱することで、気体のアンモニアを発生させ、水酸化ナトリウム (25 g) を入れた乾燥管を通して、100 mL のガラス注射筒で捕集した<sup>11)</sup> (図1)。



図1. アンモニアの生成 (方法2)

発生させた NH<sub>3</sub> は、乾燥剤 (ソーダ石灰や水酸化ナトリウム) を通すことで、水を除いた (図上)。乾燥させた NH<sub>3</sub> は、注射筒にはかり取った (図下)。

### (2) 酸素中でのアンモニアの爆発実験

炭酸飲料用の 500 mL ペットボトル (容積 530 mL) に、ペットボトル本体を 1 cm×2 cm 程度に切断した破片を 2 個入れた。乾燥 NH<sub>3</sub> と乾燥酸素 O<sub>2</sub> とをガラス注射筒を用い

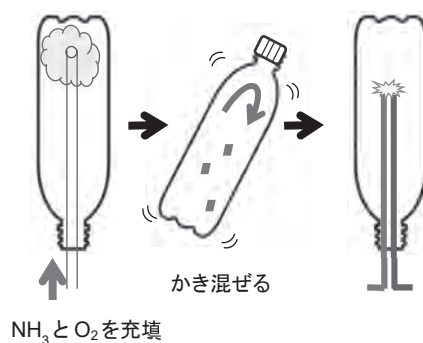


図2. アンモニアの爆発実験 (反応容器部分)  
ペットボトル内にペットボトルの破片を入れて振り混ぜることで、気体を攪拌した。

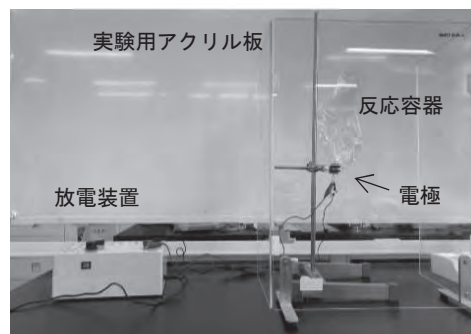


図3. 自作の爆発装置



図4. 反応容器 (PE袋) と自作コック  
放電用の2本の電極と気体を入れるための管を通してている。

て様々な割合で混合し、蓋をして、よく振ることで、ペットボトル容器内の気体を攪拌した(図2)。また、ペットボトルの代わりにポリ袋(ポリエチレン製、容量 416 mL)を用いて同様の実験を行った。

使用した実験装置は文献を参考にして自作した<sup>12)</sup>(図3)。放電用電極は直径 1.6 mm または 0.8 mm の市販のステンレス針金を加工して用い、小型誘導コイルを用いて放電により点火した(図4)。安全のために、周囲に実験用アクリル板を設置し、誘導コイルの電源を入れる操作は離れた場所から行った<sup>13)</sup>。

#### 4. 結果と考察

##### (1) 酸素中でのアンモニアの爆発実験

実験の結果、O<sub>2</sub> 中での NH<sub>3</sub> の爆発範囲は 25~70% であり、これは、空気中での爆発範囲(文献値<sup>14)</sup>: 16~25%) と大きく異なっていた(表1)<sup>15)</sup>。爆発の様子を動画撮影してその画像を解析したところ、爆発の火炎は一気に伝播していた。また、爆発後の容器内は、実験条件によって NH<sub>3</sub> 臭があった。容器内の気体を水に溶かすと酸性であり、この溶液は褐色環反応を示した<sup>16, 17)</sup>。また、ザルツマン試薬を加えると赤色を呈したこ

とから、発生した気体には、窒素酸化物が含まれていることが分かった<sup>18, 19)</sup>。

NH<sub>3</sub>-空気系の着火エネルギーは、爆発上限と下限に近づくほど大きい<sup>20)</sup>。これより、O<sub>2</sub> 中での NH<sub>3</sub> の爆発のしやすさと最小着火エネルギーとの間には関係があるといえる。そこで、文献<sup>21)</sup>の NH<sub>3</sub>-空気系の着火エネルギーを参考にして、私たちの実験結果をもとに NH<sub>3</sub>-O<sub>2</sub> 系について検討した。

空気中での NH<sub>3</sub> の爆発範囲が 16~25% であるのに対して、O<sub>2</sub> 中では爆発範囲が 25~70% と広がっている。そこで、空気中または O<sub>2</sub> 中での着火エネルギーを縦軸にとり、NH<sub>3</sub> の濃度を横軸にしたグラフを描いた(図5)。

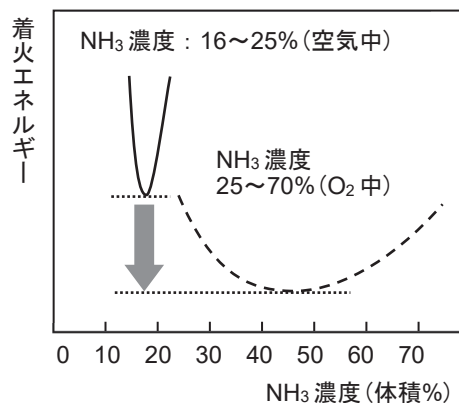


図5. 最小着火エネルギー

— : NH<sub>3</sub>-空気系(文献値<sup>21)</sup>)  
 --- : NH<sub>3</sub>-O<sub>2</sub>系(予想値)

表1. NH<sub>3</sub> と O<sub>2</sub> を混合して放電により点火したときの様子

(◎爆発した, ×爆発しなかった)

体積比[%]

体積比	NH <sub>3</sub>	10	20	25	30	40	50	60	65	70	80	90	100
	O <sub>2</sub>	90	80	75	70	60	50	40	35	30	20	10	0
実験回数	1	×	×	◎	◎	◎	◎	◎	◎	×	×	×	×
	2	×	×	×	◎	◎	◎	◎	◎	◎	×	×	×
	3		×	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	×		
	4			×						◎			
	5			◎									

実験より、空気中で  $\text{NH}_3$  は爆発しにくかったが、酸素中では  $\text{NH}_3$  が容易に爆発したことから、酸素中での  $\text{NH}_3$  の最小着火エネルギーのグラフは空気中でのグラフよりも低エネルギーに位置すると考えられる。これは、空気中よりも  $\text{O}_2$  中の方が、爆発範囲が広くなることと矛盾がない。空気には  $\text{O}_2$  以外に窒素  $\text{N}_2$  が 78.1%含まれているため、 $\text{N}_2$  の影響で最小着火エネルギーが大きくなっていると考えた。

## (2) アンモニアの燃焼後の気体

ポリ袋に  $\text{NH}_3$  と  $\text{O}_2$  を合計 200 mL 入れ、放電により点火した。爆発後、50 mL の純水を入れて袋内の気体を水に溶かし、pH メーター (HORIBALQUA twin pH-11B) を用いて溶液の pH を測定した。実験の結果、 $\text{NH}_3 : \text{O}_2 = 1 : 1$  のときの溶液の pH は 2.6 であった。一方、 $\text{NH}_3 : \text{O}_2 = 7 : 3$  のときの溶液の pH は 9.8 であった (表 2)。これより、 $\text{NH}_3 : \text{O}_2 = 1 : 1$  の爆発後の低い pH の値 (酸性) は窒素酸化物の生成による。また、 $\text{NH}_3 : \text{O}_2 = 7 : 3$  のときの高い pH の値 (塩基性) は、未反応の  $\text{NH}_3$  のためと考えた。今後、 $\text{NH}_3 : \text{O}_2$  の他の割合でも実験を行う。また、気体検知管を使用して、爆発後の窒素酸化物の定量を行う。

表 2.  $\text{NH}_3 - \text{O}_2$  燃焼後の様子

$\text{NH}_3 : \text{O}_2$	爆発後のポリ袋内の様子	水溶液
1 : 1	水滴があった。淡黄色の気体が見られた。袋の一部を開けると、白煙が出てきた。	pH 2.6
7 : 3	水滴があった。淡黄色の気体も白煙も見られなかった。	pH 9.8

(白煙は硝酸アンモニウムと考えられる)

## 5. まとめと今後の展望

自作の爆発装置を用いて、アンモニアの爆発実験により爆発条件の定量化を行った。アンモニアの爆発範囲は、空気中か酸素中かの条件の違いにより、大きく異なることが分かった。この違いを、アンモニアの最小着火エネルギーにより説明した。

酸素中でアンモニアを爆発させたとき、爆発後には酸性の物質が生じた。この物質の水溶液にザルツマン試薬を加えると赤色を呈したことから、窒素酸化物が生成していると考えた。

今後は、酸素中と空気中のアンモニアの爆発の両方について、爆発させたあとの気体中にどの程度の窒素酸化物が含まれているかを調べたい。また、燃焼時に窒素酸化物が生成しない条件を突き止めたい。アンモニアに水素を加え空気中で燃焼させると、水素は最低着火エネルギーが低い上に燃焼範囲が広いので安定した火炎が生じ、しかも窒素酸化物が生じない可能性がある。窒素酸化物をつくらない方法について、高校の実験室でも再現できる方法の開発を行い、アンモニアを燃料として利用する際の大気汚染物質の抑制の方法について考えていきたい。

## 謝辞

アンモニアの燃焼実験の装置作成について、大阪府高等学校理化教育研究会顧問の石津丹勇先生 (元大阪府立清水谷高等学校) からアドバイスを頂きました。

燃焼・爆発の理論、アンモニア燃焼の最小着火エネルギーについて、東京大学大学院工学系研究科准教授の茂木俊夫先生に教えて頂きました。

本研究は、特定非営利活動法人 研究実験施設・環境安全教育研究会 (REHSE) の「令和 3 年度 高校生による環境安全とリスクに関する自主研究活動支援事業」による支援を受けています。

#### 参考文献・注釈

- 1) 日本政府は 2020 年 12 月に「2050 年カーボンニュートラルに伴うグリーン成長戦略」を公表し、水素を「脱炭素のキーテクノロジー」、アンモニアを「水素社会に向けた移行期の燃料」と位置づけ、混焼技術の確立や船舶燃料利用なども目標に掲げた。
- 2) 鈴木仁美, 窒素酸化物の事典, 丸善, 2008.
- 3) 2015 年にパリで開催された国連気候変動枠組条約第 21 回締約国会議 (COP21) で採択された国際条約。18 世紀の産業革命前からの気温上昇幅を 2°C 未満に抑えることをめざし, 約 190 の国・地域が批准している。すべての締約国が, 5 年ごとに温室効果ガスの削減目標を更新, 提出する。
- 4) 環境省 Web ページ「気候変動の国際交渉関連資料」,  
<http://www.env.go.jp/earth/ondanka/cop/shiryo.html> (2022/1/10 参照)
- 5) 外務省 Web ページ「JAPAN SDGs Action Platform」,  
<https://www.mofa.go.jp/mofaj/gaiko/oda/sdgs/about/index.html> (2022/1/10 参照)
- 6) 鶴田俊, 化学と教育 1999, 47, 382.
- 7) 石塚悟, 燃焼学, 森北出版, 2021.
- 8) アメリカ鉱山局 (U. S. Bureau of Mines) が採用した装置による値が標準として認

知されている。直径 5 cm, 長さ 125~150 cm の垂直ガラス管内に混合気を導入し, 下部で 1~2 mJ のエネルギーの電気火花で点火し, 火炎が上方まで伝播した場合に爆発であるとし, 組成を変化させて爆発範囲を求める方法である。

- 9) 爆発とは, 蓄積されたエネルギーが急激に放出される現象である (文献 7)。
- 10) 燃焼工学の分野では「燃焼範囲」, 安全工学の分野では「爆発範囲」と呼ぶことが多い。
- 11) 増訂化学実験辞典, 赤堀四郎, 木村健二郎監修, 講談社, 1973, pp.257-262.
- 12) 石津丹勇, 化学と教育 2003, 51, 261.
- 13) 毎回の実験時の天候, 温度, 気圧, 湿度について記録した。
- 14) 柳生昭三, 安全工学 1965, 4, 36.
- 15) アンモニア: 水蒸気が 2:1 よりも水蒸気が多くなると, 爆発しなくなる (文献 14)。当日の気象データ (奈良地方気象台; 測定地点 (露場) は本校敷地内に設置されている) から計算したが, 水蒸気量の計算が一致しなかった。詳細は検討中である。
- 16) 木村健二郎, 三宅泰雄, 池田長生, 無機定性分析改訂版, 共立出版, 1972, pp.300-301.
- 17) 試料溶液 5 mL を試験管に入れ, これに 5 mL の濃硫酸を加えた。試験管を冷水で冷やした後, 硫酸鉄 (II) の飽和水溶液 5 mL を試験管の内壁を伝わらせて静かに加え, 液を 2 層にした。硝酸イオン  $\text{NO}_3^-$  が存在するときには, 2 層の境界に暗褐色の帯状が生じる (褐色環反応, 褐輪反応)。
- 18) 水の分析第 5 版, 日本分析化学会北海道支部編, 化学同人, 2005, pp.311-317.



- 19) ザルツマン法：大気中の二酸化窒素の測定法。二酸化窒素を酢酸などからなる試薬の水溶液に吸収させ、ジアゾ化によって生成する橙色のアゾ染料の発色から、大気中の窒素酸化物の濃度を測定する方法。
- 20) 北川徹三, 小林義隆, 遠藤瞭, 楠木英吾, 工業化学雑誌 1966, 69, 1263.
- 21) 飯塚義明, 泉峰雄, 安全工学 1986, 25, 132.

# 溶液中のコロイド粒子は結晶成長を妨げるのか —酢酸ナトリウムの飽和水溶液を用いた結晶化実験—

3年A組 水戸 愛琳  
3年A組 辻本 理菜  
3年C組 由井さくら  
指導教員 松浦 紀之

## 1. 概要

酢酸ナトリウムの水溶液中に不純物である水彩絵の具が含まれると、結晶がどのように析出するのかを実験により確かめた。まっすぐ伸びた結晶の長さや本数の比較から、水彩絵の具の量が多いほど、枝分かれの程度が多くなることが分かった。水彩絵の具の粒子は、酢酸ナトリウムの結晶成長に影響を及ぼす程度の大きさと質量であることが分かった。

キーワード 酢酸ナトリウム 再結晶 過飽和 コロイド粒子 結晶成長

## 2. はじめに

2年生の夏休み、理科の授業で「ミョウバンのきれいな結晶を作る」という宿題が出された。ミョウバンの結晶<sup>1)</sup>は、八面体をしている。ミョウバンの水溶液中で、1週間程度で1cmくらいの結晶に成長した。ミョウバン以外にも、理科の授業では、食塩の結晶(直方体)、硫酸銅の結晶(板状)<sup>2)</sup>などを学習した。これらは、水溶液を放置して溶媒の水を蒸発させたり、加熱した溶液を冷却することで結晶を作ることができる。しかし、大きな結晶を作ろうとしたとき、溶液中に小さなごみが入っていたり、先に微小の結晶が表れているときには、結晶は大きくは成長しなかった。先生に相談したところ、大きな結晶をつくるためには、「溶液中にごみなどの不純物が入っていないこと」、そして、「種結晶と呼ばれる、すでに結晶になっている小さな1粒を溶液中に入れることで、

この種結晶が成長して大きな結晶になる」ということを教えて頂いた。

私たちは、溶液中に不純物が入っているとき、結晶がどのように成長するのかについて興味を持った。1年生の授業では、溶液とは目に見えない粒子が溶媒に溶けている状態であることを学習した。例えば、ビーカーに入った硫酸銅の水溶液を見ると、色は青色だが、粒子は見えずに透き通っており、ビーカーの向こう側が見える。さらに調べてみると、コロイド溶液というものがあるそうだ。コロイド溶液とは、コロイド粒子という大きさが $10^{-9}$ ~ $10^{-7}$  m程度の粒子が水中(溶媒中)に分散している状態のことである<sup>3)</sup>。例えば、牛乳や泥水、寒天、墨汁などが当てはまる。これらは、溶液が透き通っておらず、濁って見える。粒子がいつまでも水中に漂っているためだ。

コロイド溶液中では、結晶はどのように

成長するのだろうか。コロイド粒子を不純物と見立てて、過飽和<sup>4)6)</sup>の溶液から針状の結晶を容易に作るができる酢酸ナトリウムを用いて、結晶成長の様子を調べる研究を行うことにした。酢酸ナトリウムは、針状の結晶なので、成長の様子を一方向で比較することができるメリットがある<sup>7)</sup>。

そこで本研究では、コロイド溶液中での酢酸ナトリウムの再結晶の仕方を調べることが目的とした。酢酸ナトリウムの過飽和溶液に種結晶を落とすと、種結晶の先端から針状の結晶が放射状に伸びるように進んでいく。もし、溶液中に不純物としてコロイド粒子があり、これによって結晶の成長が妨げられるなら、結晶は枝分かれするのではないかという仮説を立てた(図1)。

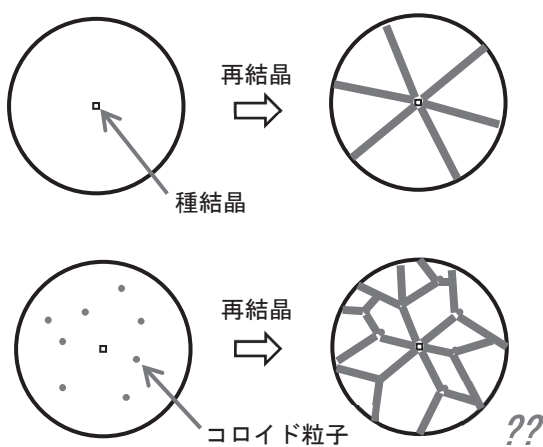


図1. コロイド粒子を含む水溶液から酢酸ナトリウムの結晶を析出させる実験

## 2. 実験

実験で用いた酢酸ナトリウム三水和物は、ナカライテスク(試薬特級)をそのまま利用した。温度の測定には、アルコール温度計を用いた。純水や溶液をはかり取るときは、マイクロピペットを用いた。

## 予備実験「酢酸ナトリウムの観察」

酢酸ナトリウム三水和物の無色の結晶 0.50 g を金属製の葉さじに乗せ、バーナーの炎で加熱し、その様子を観察した<sup>8)</sup>。

## 実験1「どの濃度の酢酸ナトリウム水溶液のときに結晶が析出しやすいか」

6本の試験管A～F(内径18mm)に、酢酸ナトリウム三水和物  $\text{CH}_3\text{COONa} \cdot 3\text{H}_2\text{O}$  の結晶 10.0 g (0.0735 mol) をそれぞれ入れた。これらに表1に記載した体積の純水をそれぞれ加えて、試験管をよく振った<sup>9-11)</sup>。

表1. 実験1で加えた純水の体積

試験管	A	B	C	D	E	F
酢酸ナトリウム三水和物 [g]	10	10	10	10	10	10
加えた純水 [cm <sup>3</sup> ]	2.0	5.0	6.0	7.0	8.0	10.0

試験管A～Fを水浴中で振り混ぜながら80°Cまで加熱し、固体の酢酸ナトリウムを完全に溶解させた。この溶液を、シャーレ(直径9cm)に流し入れて室温(16.0°C)で放置した。室温付近まで冷えたら、シャーレA～Fの中央に、酢酸ナトリウム三水和物の種結晶(約0.8mm)を落とし結晶化の様子を観察した。実験は、複数回行い、再現性があることを確認した。

## 実験2「コロイド粒子中での酢酸ナトリウム結晶の析出(1)」

赤色の水彩絵の具<sup>12)</sup>0.70 g を電子天秤ではかりとり、純水 25 cm<sup>3</sup> を加えて均一な溶液とした(これを、絵の具標準溶液とする)。この絵の具の溶液と純水を表2のように、混合して全量を 5.0 cm<sup>3</sup> にした。液体をはか

り取るときには、マイクロピペットを用いた。

表 2. 絵の具標準溶液の希釈

水彩絵の具の溶液	①	②	③	④	⑤
絵の具標準溶液[cm <sup>3</sup> ]	0	0.1	0.2	0.3	0.4
加えた純水[cm <sup>3</sup> ]	5.0	4.9	4.8	4.7	4.6

5本の試験管G~K(内径18mm)のそれぞれに、酢酸ナトリウム三水和物CH<sub>3</sub>COONa・3H<sub>2</sub>Oの結晶10.0g(0.0735mol)を入れた。表2に記載した絵の具の溶液①~⑤をそれぞれ加えて、試験管をよく振った。試験管を80°Cまで加熱し、固体の酢酸ナトリウムを完全に溶解させた。この溶液を、シャーレ(直径9cm)に流し入れて室温(16.0°C)で数分間放置した。室温付近まで冷えたら、シャーレG~Kの中央に、酢酸ナトリウム三水和物の種結晶(約0.8mm)を落とし結晶化の様子を観察した。

### 3. 結果と考察

#### 予備実験「酢酸ナトリウムの観察」

酢酸ナトリウムには、無水塩(CH<sub>3</sub>COONa)と三水和物(CH<sub>3</sub>COONa・3H<sub>2</sub>O)の2種類が販売されている。

市販の酢酸ナトリウム三水和物は、無色の結晶であり、グラニュー糖よりも小さい粒状であった(0.4~0.8mmの大きさ)。固体のまま金属製の葉さじの上でバーナーの炎で加熱すると、すぐに融解した<sup>13)</sup>。その様子は水溶液が煮詰まっていくように見えた。これは水和水が融けて、水溶液になっているからだ。調べてみると、熱帯魚などの飼育で、水道水から溶けている塩素を除くた

めに使われている「カルキ抜き剤」の成分であるチオ硫酸ナトリウム十水和物でも、同じような現象があるとのことだ。さらに葉さじの上で加熱すると、溶液が煮詰まったように見え、白色の固体となった。これは、酢酸ナトリウムの無水塩である。さらにしばらく加熱すると黒い粉末になった。今回の結晶化の実験では、種結晶として三水和物を用いた。

#### 実験1「どの濃度の酢酸ナトリウム水溶液のときに結晶が析出しやすいか」

酢酸ナトリウム三水和物10.0gに水を加えて加熱して過飽和の状態をつくったのち、種結晶を入れて観察した結果、酢酸ナトリウムの針状の結晶がきれいに析出する条件は、水の量が5.0cm<sup>3</sup>のとき(シャーレB)であった(図2)。

1年生の理科の授業では、溶解度曲線について学習した。酢酸ナトリウムの溶解度曲線<sup>14)</sup>は、図3のようになり、水温が高くなるにつれて、溶解度は大きくなる。溶解度曲線は、物質の溶解度と温度との関係をグラフにしたものであるため、ある温度において溶液中に結晶が析出するかどうか分かる。

溶解度曲線から求めた最も結晶が析出しやすい条件は、水の量が2.0cm<sup>3</sup>のときである。しかし、実際に実験すると、水の量が2.0cm<sup>3</sup>のときは、水の体積が少ないためか、結晶がきれいに成長しなかった。また、水の量が8.0cm<sup>3</sup>以上のときは、種結晶を入れても、種結晶自体が水に溶けてしまい、結晶が析出しなかった(飽和になっていなかった)。この結果から、きれいな結晶を析出させる実験の水の量を5.0cm<sup>3</sup>とした。

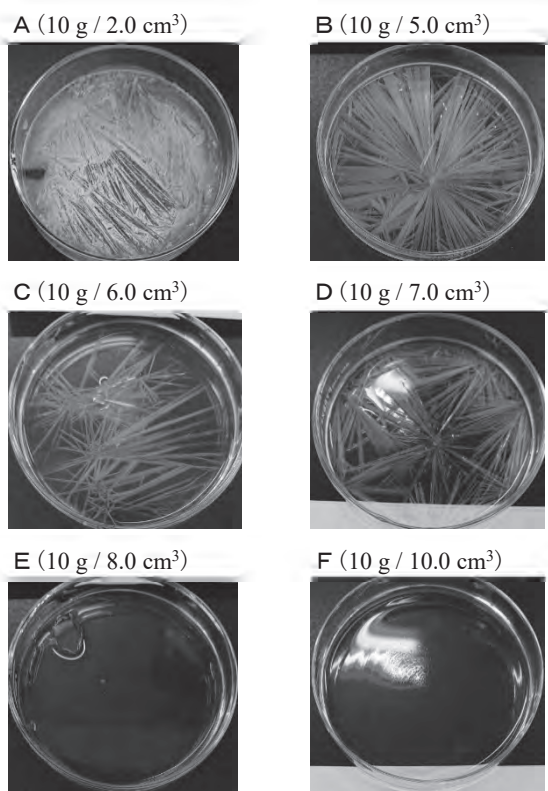


図2. 実験1「どの濃度の酢酸ナトリウム水溶液のときに結晶が析出しやすいか」の結果  
写真左上より, A (10 g / 2.0 cm<sup>3</sup>), B (10 g / 5.0 cm<sup>3</sup>), C (10 g / 6.0 cm<sup>3</sup>), D (10 g / 7.0 cm<sup>3</sup>), E (10 g / 8.0 cm<sup>3</sup>), F (10 g / 10.0 cm<sup>3</sup>)

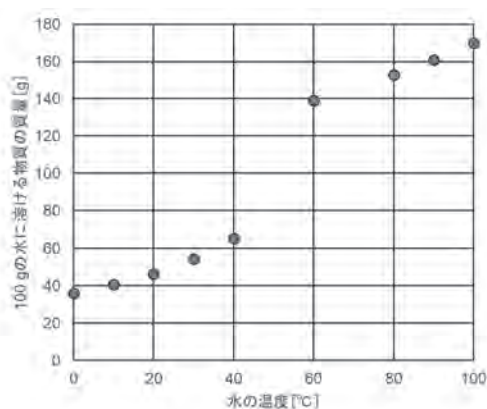


図3. 酢酸ナトリウムの溶解度曲線<sup>15)</sup>  
水温が高くなると、酢酸ナトリウムの溶解度が大きくなること分かる。

### 3-3. 実験2「コロイド粒子中での酢酸ナトリウム結晶の析出(1)」

コロイド粒子には様々な種類がある。コロイド粒子は有機物であったり、無機物であったりする。調べてみると、有機物であるコロイド粒子は、親水コロイドと呼ばれるコロイドになることが多い<sup>16)</sup>。親水コロイドは、水中では水和と言って、水分子がコロイドの周りに集まっており、安定化しているため沈殿することはない。しかし、多量の電解質を加えると、コロイド粒子に引きつけられている水分子が取り除かれて、親水コロイドの粒子が集まり、沈殿してしまう(これを塩析という)。手作り石鹸をつくる時に、途中で食塩水を入れる操作があった。これも塩析現象であり、電解質である食塩(塩化ナトリウム)によって石鹸分子が沈殿する。

酢酸ナトリウムは、水中では、酢酸イオン  $\text{CH}_3\text{COO}^-$  とナトリウムイオン  $\text{Na}^+$  とに電離する電解質である。有機物のコロイドでは塩析が起こり、実験がうまくいかないことが予想される。そこで、無機物であるコロイド粒子(そのほとんどは疎水コロイドである)を用いることにした。

さらに調べていくと、疎水コロイドでも、溶液中に電解質があるとコロイド粒子が沈殿する(これを凝析という)。社会(地理)の授業で、大きな川の河口に三角州ができることを習った。疎水コロイドである粘土(泥水)が、河口近くで海水に触れ、粘土粒子が集まって沈殿するために起こるのも凝析である。また、保護コロイドというものがあることを知った。これは、疎水コロイドに親水コロイドを加えると、疎水コロイドの粒子の周りに親水コロイドが取り囲み、凝析し

にくくなるものである。市販の墨汁も疎水コロイドである「煤」に保護コロイドの「にかわ」（動物から得られるコラーゲンなどタンパク質が主成分）を加えている<sup>17)</sup>。

そこで、実験で用いるコロイド溶液として、まず墨汁を選んだ。しかし、実際に行くと結晶が黒くなり見にくかった。そこで、コロイド溶液（粒子）には、市販の水彩絵の具（絵の具も無機物の顔料が含まれ、沈殿しにくい工夫がしてある）を用いることにした<sup>18-19)</sup>。

シャーレ G～K の赤色水彩絵の具を含む水溶液中で析出した結晶を比較すると、いずれも結晶が析出した（図 4）。どの濃度の場合でも、針状の結晶が放射状に生成している。また、この実験条件では、結晶の成長点がたくさんあった。一見すると、シャーレ G～K の結晶の様子には違いがない。

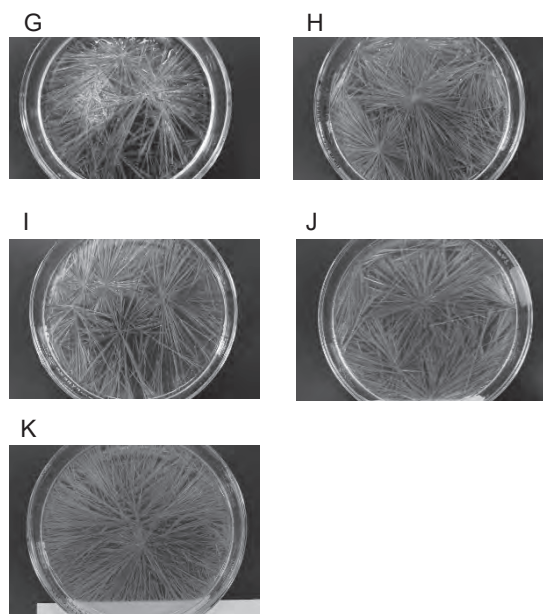


図 4. 実験 2「コロイド粒子中での酢酸ナトリウム結晶の析出(1)」の結果

赤色水彩絵の具を含む過飽和溶液からの結晶析出。写真左上より、G, H, I, J, K。

### 3-4. コロイド溶液の濃度

実験 2 では、析出した結晶の様子に大きな違いがなかった。繰り返し実験を行ったが、やはり違いがなかった。これより、酢酸ナトリウムの過飽和溶液から結晶ができる際には、実験 2 で加えたコロイド粒子の量では影響が少ないと考えた。そこで、コロイド溶液の濃度を変えて、実験を行った。

### 実験 3 「コロイド粒子中での酢酸ナトリウム結晶の析出(2)」

青色の水彩絵の具 1.61 g を電子天秤ではかりとり、純水 24.0 cm<sup>3</sup> を加えて均一な溶液とした（これを、絵の具標準溶液(青)とする）。この絵の具の溶液と純水を表 3 のように、混合して、溶液の全量を 5.0 cm<sup>3</sup> にした。

表 3. 絵の具標準溶液(青)の希釈

水彩絵の具の溶液	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩
絵の具標準溶液(青) [cm <sup>3</sup> ]	0	0.3	0.6	0.9	1.2
加えた純水 [cm <sup>3</sup> ]	5.0	4.7	4.4	4.1	3.8

5 本の試験管 L～P（内径 18 mm）のそれぞれに、酢酸ナトリウム三水和物 CH<sub>3</sub>COONa・3H<sub>2</sub>O の結晶 10.0 g (0.0735 mol) を入れた。表 3 に記載した絵の具の溶液⑥～⑩をそれぞれ加えて、試験管をよく振った。試験管を 80℃まで加熱し、固体の酢酸ナトリウムを完全に溶解させた。この溶液を、シャーレに流し入れて室温（20.0℃）で数分間放置した。室温付近まで冷えたら、シャーレ L～P の中央に、酢酸ナトリウム三水和物の種結晶を落とし結晶化の様子を観察した。

実験の結果、シャーレ L～P 中の成長した結晶には、違いがあった（図 5）。コロイ

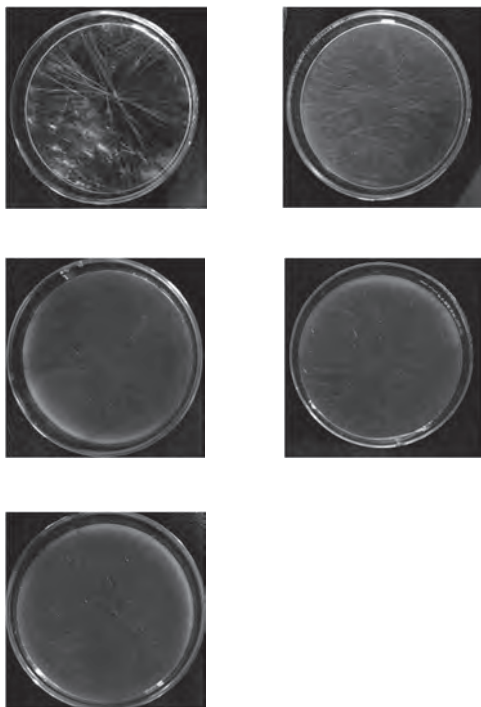


図5. 実験3「コロイド粒子中での酢酸ナトリウム結晶の析出(2)」の結果

写真左上より, L, M, N, O, P. 残っている溶液から, さらに結晶が析出するのを防ぐために, 結晶が析出したシャーレL~P中の溶液をシャーレから取り出し, 結晶だけにした。このシャーレの写真を取り, 6倍に拡大コピーした(図6中の写真)。そして, コピーおよび実際のシャーレを観察した。

ド溶液の濃度が高いと, 仮説の通り, 枝分かれが多い結晶になることが分かった。枝分かれが多いと, 結晶の透明性が低下して, 白っぽく見えた。この実験は, 赤色の絵の具でも青色の絵の具でも同じ結果が得られ, 再現性もあった。

図6の結果より, 種結晶の中心から放射状に伸びた結晶が初めに枝分かれするまでの距離のばらつきについては, 大きな差はなかった。しかし, 枝分かれしている結晶の数については, 明らかに溶液⑨の水彩絵の具を含む過飽和溶液からの結晶化の方が多かった。

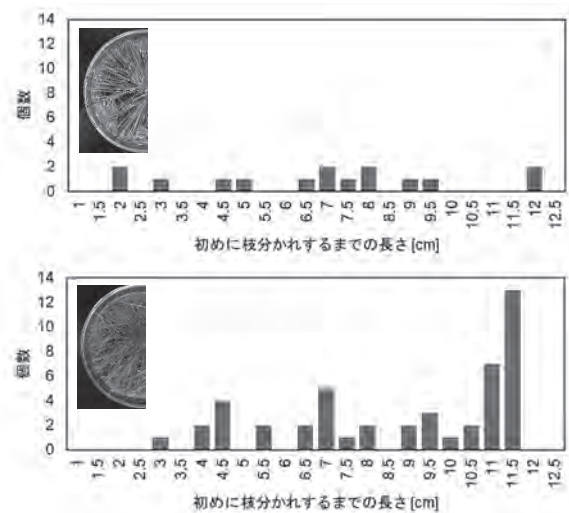


図6. 初めに枝分かれするまでの長さ[cm]とその個数

(a)溶液⑥(水彩絵の具なし), (b)溶液⑨(水彩絵の具あり)。溶液番号(⑥と⑨)は, 表3の絵の具標準溶液(青)の希釈に相当する。写真は, 観察した結晶(測定はシャーレの半分)。

表4は, 観察結果をまとめたものである。種結晶の中心から放射状に伸びた結晶が初めに枝分かれするまでの距離の中央値について, 水彩絵の具の溶液⑥(絵の具なし)と⑨(絵の具あり)とを比較すると, 絵の具無しの方が, 枝分かれまでの距離は若干長いことが分かる。絵の具の濃度が異なる他の実験でも, 絵の具なしよりも短めであったが, 大きな違いはなかった。しかし, シャーレの中心に落とした種結晶から放射状に伸びた結晶が枝分かれせずにシャーレの端(シャーレの直径は9cm)まで届いている本数を比較すると, 溶液⑥の方が溶液⑨よりも多かった。この結果は, 初めに枝分かれするまでの距離の測定に用いた本数の差と矛盾はない。なお, 赤色絵の具でも同様の傾向があった。

表 4. 成長した結晶の様子と比較

水彩絵の具の溶液※	⑥(絵の具なし)	⑨(絵の具あり)
初めに枝分かれするまでの距離の中央値 [cm]	9.7	7.1
シャーレの端まで枝分かれせず伸びている本数	27	6

※水彩絵の具の溶液の番号は、表 3 に対応している

枝分かれまでの長さの決定や本数の調査について、平面であるシャーレで実験したものの、溶液には厚みがあったため、針状の結晶が重なりあって判別しにくかったため、絵の具の濃度の違いによる定量的な比較が難しかった。この点が今後の研究の課題である。

#### 4. まとめ・今後の展望

水彩絵の具を含む酢酸ナトリウムの過飽和溶液に種結晶を落とすと、放射状に結晶が成長した。この実験をシャーレ中で行い結晶の様子を写真に撮り、まっすぐ伸びた結晶の長さや本数の比較から、水彩絵の具の量が多いほど、枝分かれの程度が多くなることが分かった。水彩絵の具を構成する顔料粒子の大きさは不明であるが、水中では底に沈まずに溶液中に分散している。この水彩絵の具の粒子は、酢酸ナトリウムの結晶成長に影響を及ぼす程度の大きさと質量であることが分かった。

現在、画像解析ソフトの Image J を用いて酢酸ナトリウム結晶の面積を求めることで、より定量的に結晶の枝分かれの程度を求める実験を行っている最中である。この方法を発展させると、溶液中のコロイドの量や濃度を求める新しい実験方法になる。

#### 謝辞

酢酸ナトリウムの結晶化のコツについて、仁川学院中学校・高等学校の米沢剛至先生に教えて頂きました。ありがとうございました。

#### 参考文献・注釈

- 1) この実験で用いたミョウバンは、カリウムミョウバン（硫酸アルミニウムカリウム十二水和物  $\text{AlK}(\text{SO}_4)_2 \cdot 12\text{H}_2\text{O}$ ）である。
- 2) 析出した青色板状の結晶は、硫酸銅(II)五水和物  $\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$  である。
- 3) 日常の化学辞典, 左巻健男, 山田洋一, 吉田安規良編, 東京堂出版, 2009, pp.120-122.
- 4) 飽和以上に濃い溶液のことを過飽和溶液という。この中に 1 粒の結晶を入れると、たちまち結晶が成長する。
- 5) ときめき化学実験, 林良重編, 裳華房, 1993, pp.85-86.
- 6) 酢酸ナトリウムが過飽和になりやすい理由として、溶液中で電離して生じた酢酸イオン  $\text{CH}_3\text{COO}^-$  の形が複雑なために、溶解度を超えても溶液中で結晶のような配列ができにくいためと考えられる（文献 5）。
- 7) L. A. フォード, E.W. グルンドマイア, 秋山仁監訳, おもしろ化学マジック, 白揚社, pp.138-140.



- 8) 山本進一, 水間武彦, 化学と教育 2003, 51, 422.
- 9) 米沢剛至, 化学と教育 1996, 44, 556.
- 10) 山本進一, 化学と教育 2001, 49, 346.
- 11) 盛口襄, いきいき化学 明日を拓く夢実験, 新生出版, 1994, p.233.
- 12) 使用した水彩絵の具は, サクラクレパスのマット水彩(ポリチューブ入)である。
- 13) 酢酸ナトリウム三水和物の融点は, 58°Cである (文献 10)。
- 14) 化学便覧基礎編改訂 5 版, 日本化学会編, 丸善, 2004, p.158.
- 15) 酢酸ナトリウムの溶解度曲線は, 文献 14 のデータを用いて作成した。
- 16) 身近な現象の化学, 日本化学会編, 培風館, 1978, pp.191-210.
- 17) 呉竹 Web ページ,  
<https://www.kuretake.co.jp/product/calligraphy/sumi> (2021.8.20 参照)
- 18) 米沢剛至, 化学と教育 1996, 44, 61.
- 19) 文献 18 には, 水彩絵の具はカリウムミョウバン溶液で凝析を起こすと書いてあるが, 今回用いた実験条件では凝析しなかった。

# 白血球における貪食活性評価法の確立とハーブが及ぼす影響

6年B組 初田 葵

指導教員 櫻井 昭

## 1. 要約

体を守るために働く免疫機能を、身近な食材によって向上させることを目指し、研究を行った。身近な食材としてハーブ3種類（タイム、セージ、スペアミント）を選択し、抽出液を作成した。次に、マウス由来のマクロファージ様細胞株 Raw264.7 にビーズを貪食させ、蛍光顕微鏡で観測、計測し、貪食作用の評価方法を確立した。この方法を用いて、5種類のサンプル(3種のハーブ抽出液、LPS、PBS)ごとのビーズの取り込み量を比較した結果、スペアミントの抽出液においては貪食作用の活性を確認することができたが、タイム、セージの抽出液では有意な差は認められなかった。

**キーワード** 貪食作用, マウス由来マクロファージ様細胞株(Raw264.7), ハーブ

## 2. 研究の背景と目的

風邪や感染症へのかかりやすさには免疫力が関係しているといわれている。生まれつき備わっている免疫機能だが、日々の生活習慣から免疫を高めることができることを知り、その働きについて興味を持った。特に、免疫力を高めるといわれている食材が実際に免疫力を向上させるのか、その仕組みや真偽を検証したいと考えた。体内にウイルスや細菌等の抗原が侵入してきた際、白血球はこれらを細胞内に取り込む食作用と呼ばれる働きにより排除する。この働きは自然免疫でも見られる反応であるが、B細胞やT細胞による獲得免疫を誘導し、重要な役割を果たしている。従って、白血球の食作用を向上させることで、免疫賦活活性を確認できる。また近年、免疫機能や生体防御機構に対する食品成分や野菜抽出物の効果が盛んに調べられている<sup>[1][2]</sup>。そこで本研究では、一般に免疫を高めるといわ

れている食材を、白血球に与えることにより、白血球の食作用を向上させることができるのではないかと考えた。そこで注目した食材が、ハーブである。ハーブは、古くから抗炎症作用、抗菌作用を持つものとして世界中で利用されている。中国では漢方としても用いられてきた歴史がある。ハーブの中でも比較的手に入りやすいタイム、セージ、スペアミント3種が免疫機能の要である白血球の食作用を活性化させるのか、その真偽を検証することにした。

## 3. 研究内容

### 3.1 研究材料

本研究に用いたマウス由来のマクロファージ様細胞株（以下、Raw264.7）は、関西医科大学の松田達志准教授から提供して頂いた。この Raw264.7 は 37℃の CO<sub>2</sub> インキュベーターにて培養し、2～3日に一回植え継ぎを行った。また、培養液にはダルベ

ツコ変法イーグル培養液（ニッスイ）500 mLに、3%グルタミン 5 mL、炭酸水素ナトリウム水溶液 5 mL、ペンシリン-ストレプトマイシン 5 mL、牛胎児血清（非動化済み）50 mLを添加し、使用するまで冷蔵保存した。使用時は室温に温めて使用した。

### 3.2 研究方法

#### 3.2.1 ハーブ3種（セージ、タイム、スペアミント）の成分抽出

ハーブ（セージ 1.8 g、タイム 1.7 g、スペアミント 1.3 g）を乳鉢ですりつぶし、40%程度のエタノール 10 mLに浸し、12日間暗所に置いた。このハーブ抽出液 2 mLと純水 60 mLをビーカーに入れ煮沸し、全量が半分～1/3ほどの量になるまで煮詰め、滅菌フィルターに通して殺菌した。これを抽出液とした。

#### 3.2.2 ハーブ抽出液の Raw264.7 に及ぼす影響

ハーブ抽出液を培養液に加え、**実験 3.2.1**の抽出液が Raw264.7 に及ぼす影響について調べた。細胞計算盤で細胞密度が  $3.4 \times 10^5$  /mL になっていることを確認した培養液に、以下の2通りの濃度条件になるようにハーブ抽出液を加え、1晩インキュベーションした後、細胞の観察を行った。

条件1 培養液：ハーブ抽出液=10：1

条件2 培養液：ハーブ抽出液=1：1

条件1では細胞に影響がみられなかったが、条件2では細胞の破壊が起こったため、以後、条件1の濃度で実験を行うこととした。

#### 3.2.3 細胞数計測法の確立

1 mm×1 mmの格子をつけたシャーレに、継続培養した Raw264.7 培養液を 500

μL 加えた。1晩培養後、1マス分の細胞数を計測し、細胞計測盤で計測した細胞数との比較を行った。前者では細胞数  $2.3 \times 10^5$  個/500 μL、後者では細胞数  $2.9 \times 10^5$  個/500 μL となり、誤差 25%程度に収まった。

#### 3.2.4 蛍光標識ビーズを与えたときの Raw264.7 の経過観察

継続培養した Raw264.7 の細胞浮遊液をガラスボトムディッシュに 170 μL ずつ、5つ分注し、1晩培養した。その後、各々のガラスボトムディッシュの古い培養液を捨て、新しい培養液 200 μL、サンプル(表1) 20μL、蛍光標識ラテックスビーズ (0.1μm Phagocytosis Assay Kit, IgG FITC 500290) 0.4μL を添加した。全てのディッシュを2時間インキュベーションした後、観察を行った。

	サンプル
陽性対照	LPS ; Lipopolysaccharide, from E.coil 0111(by phenol extraction) 10μg/mL
陰性対照	PBS ; リン酸緩衝食水
ハーブ抽出液	タイム
	セージ
	スペアミント

表1 20μL ずつ添加したサンプル

陽性対照として先行研究<sup>[4]</sup>により貪食作用の活性化が認められている LPS を用いた。同様に陰性対照として PBS を用いた。

#### 3.2.5 Raw264.7 のビーズ取り込み量の比較(2h)

本実験では、光学顕微鏡での観察を可能とするため、2.0 μm のラテックスビーズ (2.0μmPOL19814)を培養液で0.1%に希釈したものを用いた。培養液 1 mL の入ったディッシュに、継続培養した Raw264.7 の培養液をマイクロピペット 5～7 滴移し、1晩培養した。このディッシュから液体成分

のみを取り除き、新たに培養液 1 mL, サンプル 100  $\mu$ L, ラテックスビーズ 2  $\mu$ L を混合して添加した。2 h インキュベーションした後、ディッシュ内の細胞をランダムに選び、細胞が取り込んだビーズの総数をカウントした。

### 3. 2. 6 Raw264. 7 のビーズ取り込み量の比較(18~20h)

本実験では、光学顕微鏡での観察を可能とするため、実験 3. 2. 5 と同様、2.0 $\mu$ m のラテックスビーズを用いた。培養液 1 mL の入ったディッシュに、継続培養した Raw264. 7 の細胞浮遊液をマイクロピペット 5~7 滴移し、1 晩培養した。その後、このディッシュの液体成分のみを取り除き、培養液 1 mL で 2 回洗浄した。次に、培養液 1 mL, サンプル 100  $\mu$ L, ラテックスビーズ 2  $\mu$ L を混合した溶液を準備し、細胞を洗浄したディッシュに 1.1 mL 加えた。18~20 h インキュベーションした後、液体成分のみを取り除き、5%に希釈したホルマリン溶液 500  $\mu$ L を加え固定した。10 分後にホルマリン溶液を取り除き、PBS 1 mL を加えた。ディッシュの底面には 1 mm 四方の格子をレーザーで描いておいたため、この 1 mm 四方の枠の隣り合った 3 つを 1 セットとして、ランダムに選び、この 3 つの枠内にある細胞が取り込んだビーズの総数をカウントした。

## 4. 研究結果

### 4. 1 蛍光標識ビーズを与えたときの Raw264. 7 の経過観察結果

奈良女子大学理学部化学生物環境学科生物科学コースの保智己教授の指導の下、光学顕微鏡で観察を行った。その結果、細胞

内に蛍光標識ビーズを取り込む様子がみられた(図 1)。

しかし、光学顕微鏡での観察では細胞の表面等に蛍光標識ビーズが付着している可能性を否定できないため、合わせて共焦点レーザー顕微鏡による観察を行った。これにより、細胞内に蛍光標識ビーズが取り込まれていることを確認できた(図 2)。

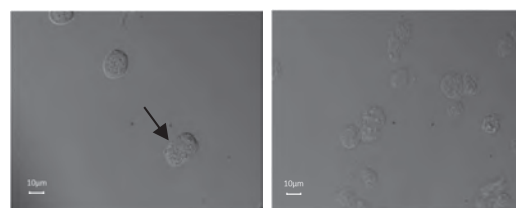


図 1 光学顕微鏡によるビーズ取り込み確認

左が蛍光標識ビーズを加えた時の Raw264. 7 の光学顕微鏡写真であり、右が蛍光標識ビーズを加えなかった時のものである。矢印は、蛍光標識ビーズを示している。



図 2 共焦点レーザー顕微鏡によるビーズ取り込み確認

左から、共焦点レーザー顕微鏡写真、蛍光顕微鏡写真、共焦点顕微鏡写真である。黄色太矢印が細胞表面の蛍光標識ビーズを示し、細矢印が細胞内の蛍光標識ビーズを示している。

### 4. 2. 1 Raw264. 7 のビーズ取り込み量の比較結果(2h)

本校の光学顕微鏡において、Raw264. 7 のビーズ取り込みを観察することができた(図 3)。

次に隣り合う 3 マス内の細胞が取り込んだラテックスビーズの総数をカウントし、細胞 100 個あたりのビーズ総数で比較した(表 2, 図 4)。

### 4. 2. 1 Raw264. 7 のビーズ取り込み量の比較結果(18~20h)

実験は合計 5 回行った。細胞内に取り込んだビーズ量は、細胞 100 個あたりのビー

ズ総数で比較した(表 3, 図 5)。

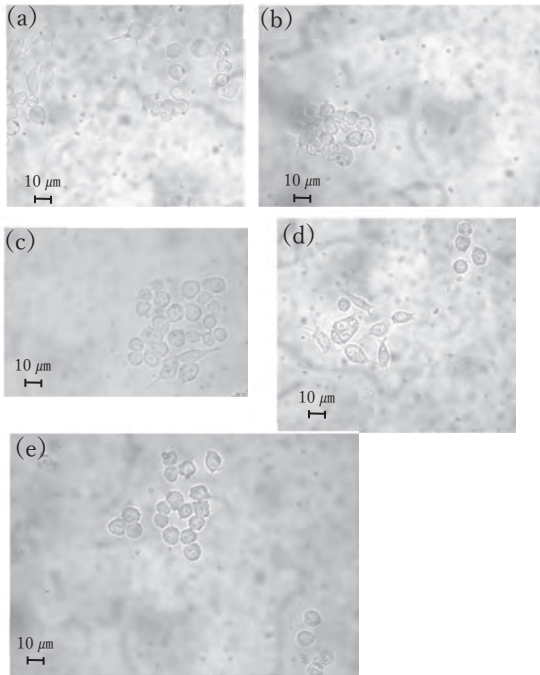


図 3 光学顕微鏡によるビーズ取り込み確認

(a) は LPS を加えた時, (b) は PBS を加えた時, (c) はセージの抽出液を加えた時, (d) はタイムの抽出液を加えた時, そして (e) はスペアミントの抽出液を加えた時の Raw264.7 の光学顕微鏡で撮影した写真を示している。

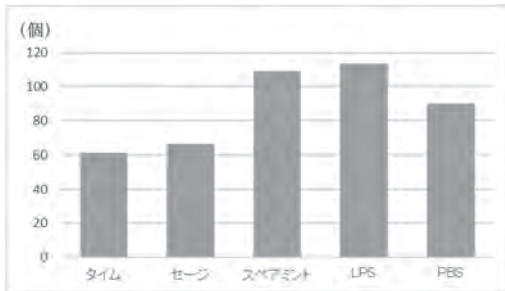


図 4 サンプルと細胞 100 個あたりのラテックスビーズ食食数

縦軸はラテックスビーズの総数。横軸は各サンプルを示す。

タイム	60.7
セージ	66.4
スペアミント	109.1
LPS	113.5
PBS	89.7

表 2 2h インキュベーションさせた時のサンプルと細胞 100 個あたりのラテックスビーズ食食数

	①	②	③	④	⑤
タイム	364.7	460	439	487.3	493.1
セージ	417.1	366.7	613.8	470.8	401.7
スペアミント	400	547.8	473.4	628	489.6
LPS	507.3	839.1	416.7	571.7	385.7
PBS	200	300	554.5	398.4	452.7

表 3 18~20h インキュベーションさせた時のサンプルと細胞 100 個あたりのラテックスビーズ食食数

①~⑤は実験回数を示している。

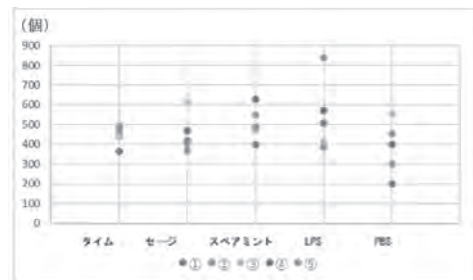


図 5 サンプルと細胞 100 個あたりのラテックスビーズ食食数

縦軸は、細胞 100 個あたりのラテックスビーズ数を示している。①~⑤は実験回数を示している。

## 5. 考察

全てのサンプルにおいて、長時間インキュベーションするほど細胞 100 個あたりのラテックスビーズの食食数が多いことから、2 時間~18 時間では Raw264.7 の食食活性が維持されると考えられる (表 2, 表 3)。

実験結果 4.2.1 において LPS (陽性対照), PBS (陰性対照) に対する t 検定を行った結果,  $p = 0.075 > 0.05$  となり, 有意差が認められなかった。また, ③⑤では, 陽性対照の LPS よりも陰性対照の PBS のビーズ取り込み量が多くなるというイレギュラーな結果となっていると言える(表 3)。そこで, ③と⑤の結果を外れ値と考え, ①, ②, ④の結果をもとにグラフを作成すると, 図 6 が得られた。

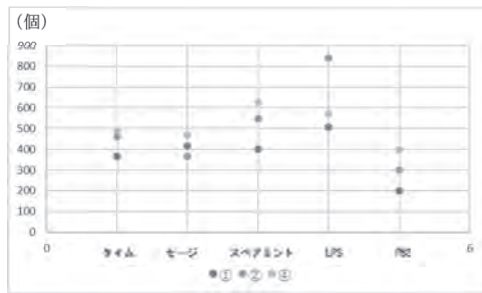


図6 外れ値を除いた、サンプルと細胞 100 個あたりのラテックスビーズ貪食数

縦軸は、細胞 100 個当たりのラテックスビーズ数を示している。①、②、④は実験回数を示している。

LPS (陽性対照)、PBS (陰性対照) に対する t 検定の結果、 $p = 0.029 < 0.05$  から有意差が認められた。タイム、PBS では、 $p = 0.063 > 0.05$  から有意差が認められなかった。スペアミント、PBS では、 $p = 0.032 < 0.05$  から有意差が認められた。セージ、PBS では  $p = 0.082 > 0.05$  から有意差が認められなかった。

各サンプルの PBS との有意差を t 検定により検討すると、スペアミントは Raw264.7 の貪食作用を活性化させると考えられる。しかしタイム、セージに関しては、図 6 より概ね同様の傾向がみられるが、有意差は確認することができなかった。

細胞にラテックスビーズを貪食させ、計測させる一般的な方法として、フローサイトメトリー法を用いたものがある<sup>[4][5][6]</sup>。

しかし、この方法は多額の費用を必要とし、調整操作による誤差といった様々な誤差が発生する可能性がある。本研究によって、これらの誤差を極力省き、蛍光顕微鏡下で可視化した貪食活性の評価が可能となった。また、ビーズにより貪食活性を調べる際、見かけ上の貪食があることが問題とされる<sup>5</sup>。今回の手法では、インキュベーション後に細胞を 2 回洗浄することにより、貪食されず表面に付着しているビーズが計測されることを防ぎ、実際に貪食されたビーズのみを計測できるようにした。そして、

測定精度をより向上させるためには、貪食数が上昇しない飽和状態で測定を行うことが必要だと考えられる。そのため、インキュベーション 18h 以上を設定した実験を行い、最適な培養時間の検討を行う必要がある。

## 6. 今後の課題

セージ、タイムのサンプルで有意差が認められなかった要因は、濃度条件が適切でなかったことが考えられる。つまり、この 2 種のハーブが細胞に影響を及ぼすほどの濃度ではなかったか、もしくは影響を与えすぎる濃度だったかもしれない。これらの真偽を検証し、ハーブ 3 種が最も貪食作用を活性させる濃度を明らかにする必要がある。そのためには、抽出液の濃度条件を変え、複数の濃度条件で実験する必要がある。また、ハーブ抽出液の溶媒として用いた蒸留水には、エンドトキシンを除去するためのフィルターがついていなかったため、エンドトキシンの影響が否定できない。エンドトキシンが除去された純水を用いて追試を行い、エンドトキシンの影響の有無についてもさらなる調査が必要である<sup>[7]</sup>。

LPS は、マクロファージ様細胞の細胞膜表面にある TLR4 というセレプターに結合することにより、貪食作用を活性化させる。つまり、LPS が貪食作用を活性化させるメカニズムには、その構造が関係している<sup>8</sup>。今回サンプルとして用いたハーブについても、成分分析を行い、TLR4 に結合する構造をしているのかどうかなど、分子メカニズムを解明したい。

本研究の結果と同様の傾向がヒト細胞においても得られれば、免疫機能を向上させ

ることを目的とした食品や薬品等へ応用できると考えられる。

## 7. 謝辞

本研究を進めるにあたり、奈良女子大学理学部の保智己教授、安田恵子教授、渡邊利雄教授に多大なるご助言をいただきました。また、関西医科大学松田達志准教授には、細胞提供とともに、研究方法に関するアドバイスを頂きました。この場を借りて深く感謝申し上げます。

## 8. 参考文献

- [1] Shihoko Kaku, Koji Yamada, Nasra Hassan, Takashi Watanabe & Michihiro Sugano, Effect of Vegetable Extracts on Immunoglobulin Production by Mesenteric Lymph Node Lymphocytes of Sprague-Dawley Rats, *Bioscience, Biotechnology, and Biochemistry*, 1997
- [2] 川村博幸・瀬野公子・熊谷武久・渡辺紀之・八巻幸二・津志田藤二郎, 日本食品科学工学会誌, 乳酸菌体成分および野菜抽出物のラットマクロファージ貪食能に対する効果, 2000年
- [3] 物部真奈美, 平成19年度農林水産省補助事業食品機能性評価マニュアル集第II集, マクロファージ様ヒト細胞を用いた貪食活性の評価, 平成19年
- [4] 山脇克広・辻田美香子・橋本美保・米田昭代・木戸口とも子・赤塚尚美・西山和弘・藤原卓・庵原俊昭・神谷齊, 医療, ぶどう球菌, 大腸菌標準株を刺激物質に用いたフローサイトメトリー法による顆粒球機能検査, 1991年
- [5] 岩崎秀生・林正敏・湯沢賢治・大塚雅昭・深尾立・岩崎洋治・中沢正樹, 日本臨床免疫学会会誌, フローサイトメーターを用いた末梢血Leu-M3陽性細胞の貪食能の測定, 1988年
- [6] Steinkamp, J. A., Wilson, J. S., Saunders, G. C., Stewart, C. C.: Phagocytosis: Flow Cytometric Quantitation with Fluorescent Microspheres. *Science*, 215: 64-66, 1982
- [7] 岸本武利・山上征二・丹羽允・前川正信, 日本透析療法学会雑誌, 透析とエンドトキシン (ET), 1989年
- [8] Kensuke Miyake, Endotoxin recognition molecules, Toll-like receptor 4-MD-2, *Seminars in Immunology* 16:11-16, 2004

# 植物に含まれるアリシンの抽出による防菌剤の作成

6年A組 大塚 雄大

指導教員 櫻井 昭

## 1. 要約

カビは私達の生活に非常に身近な存在であるが人間に有害な成分を持っていることがある。そして私達を用いる防カビ剤にも、人体に有害な物質を含んでいるものが存在する。そこで一部の植物が自身をカビや細菌から守るために合成しているアリシン( $C_6H_{10}OS_2$ )を利用した人体への有害性が低い防菌剤の開発を目指し研究を行った。その結果、アリシン化合物を生成することができ、この化合物の殺菌作用をディスク拡散法にて確認することができた。

キーワード ニンニク, ノビル, アリシン, 殺菌作用, 阻止円

## 2. 背景と目的

私達の生活と最も身近な自然毒は何か、を考えたときに、その一つにカビ毒が挙げられる。カビ毒はカビが生えた穀物や果実の摂取等により体内に入り体に害を及ぼす。カビ毒には様々な種類の成分があるが、その多くは加熱による分解ができないものである。例えば、O157や黄色ブドウ球菌などが生産するエンテロトキシンは $100^{\circ}C$ 、20分加熱しても分解されない。日本国内で最もよく見かけるカビの一つであるアオカビも、人体への有毒性の有無は不明であるが、マウスでの実験では有毒性が確認されている。

我々は一般的に防カビ剤を使うことでカビの発生への対処をしている。防カビ剤には、金属イオン系と呼ばれるものや光触媒系と呼ばれるものなどがあるが、人体への毒性が強い成分を含んでいるものがある。例えば金属イオン系防カビ剤はCu, Ag, Znのイオンをケイ酸塩などの無機化合物に担

持させたものを有効成分としている。メカニズムとしては金属イオンがカビの細胞内に入り脱水素酵素などの活性酵素へ直接阻害を行い、代謝を止めることで殺菌作用をもたらすが人間が金属イオンを過剰に摂取してしまうと銀沈着症の発症リスクや、発がんのリスクを上げてしまうことが分かっている。また自然界へ流出した場合、自然界の植物の成長を阻害すると言われている。

防カビ剤を使用する際の誤飲や食器などへの付着による事故の可能性や自然界への多量の流出による生態系への被害を考え、私は毒性が無い、または毒性が低い防カビ剤を作りたいと考えた。そこで私が着目したのは食物中に含まれる成分である。私たちが口にすることは毒性が低いはずであるからだ。その中でもカビへの殺菌作用を示すアリシンという物質に注目した。

アリシンはネギ属の植物が特に多く生成する物質である。ネギ属の植物はアリイン( $C_6H_6OS$ )を含んでおり、これらを液胞内に



含む細胞が破壊されるとアリインとアリナーゼ酵素が酵素反応を起こし、アリインがアリルスルフェン酸(C<sub>3</sub>H<sub>6</sub>OS)に分解される。二つのアリルスルフェン酸が結合することでアリシン(C<sub>6</sub>H<sub>10</sub>OS<sub>2</sub>)が生成される。アリシンが合成される過程からも分かるように、アリシンは外部からの刺激がない限り生成されない物質であり、あくまでも植物においては防衛手段として用いられているのである。またアリシンが還元されたものがジアリルジスルフィド(C<sub>6</sub>H<sub>10</sub>S<sub>2</sub>)であり、アリシンとこの物質がニンニク特有の刺激臭をつくり出している。アリシンは基本的には人体に対し無害であるが、胃が弱っている際に多量摂取することで胃壁や粘膜を傷つけることが確認されている<sup>[1]</sup>。とはいえ、前述の様な金属イオン系、光触媒系などの防菌剤に比較すると人体及び環境への影響が少ないことが予想される。よってアリシンを用いた防菌剤を研究することにした。

### 3. 研究内容

#### 3.1 研究材料

##### 3.1.1 材料

今回アリシンを抽出する植物として、スペイン産ニンニク、新潟県産ノビルを使用した。共にネギ属ヒガンバナ科の植物である。ニンニクは貯蔵葉(鱗茎)のみを使用。ニンニクは一般的な植物に比べるとアリシンを多量に、特に貯蔵葉(一般的に食用として販売されている部位)に多く含んでいる。先行研究<sup>[2]</sup>においてアリシン抽出にニンニクが用いられていたこと、及びその入手のしやすさ、低価格であることから今回材料として用いた。

ノビルもニンニク同様に鱗茎のみを使用。日当たりの良い土手などに生える野草であり、食用にもなる。ニンニクに比べると生命力が高い(養分が少ない土地、降雨量が少ない土地でも生育可能)。ネギ属であることからアリシンを含んでいることが予想された。またアリシンを含んでいるとするならば、ニンニクに比べるとノビルは乾燥した土地、寒い地域での栽培が可能なことより<sup>[3]</sup>、アリシンを主成分とする防カビ剤の材料としてニンニクよりも評価できると考え、今回材料として用いた。培地には標準寒天培地(酵母エキス 2.5 g, ペプトン 5.0 g, ブドウ糖 1.0 g, 寒天 15.0 g, pH7.1±0.1 日水製薬製)23.5 g に対し精製水 1000 mL を加え十分に攪拌し均一化したものに、121°C, 1 気圧で 20 分間滅菌をしたもの(滅菌後 40 分冷却)をシャーレに 20 mL ずつ分注して使用した。

##### 3.1.2 実験に用いた菌種及びその培養期間

###### *Aspergillus brasiliensis* (*A. brasiliensis*)

基本的には人体に対し無害だが免疫力が低下している者の体内に取り込まれた場合、日和見感染症の一つであるアスペルギルス症を引き起こすことがある。肺内や気道にコロニーができると発熱などを引き起こす。37°Cで1晩培養するとコロニーを確認することができる。

###### *Candida albicans* (*C. albicans*)

皮膚や腸内、口腔内に存在しているが何らかの原因で大量発生してしまった場合にカンジダ症を引き起こす原因となる。30°Cで2晩培養するとコロニーを確認することができる。

### *Escherichia coli (E.coli)*

グラム陰性細菌。人間の腸内に最も多く存在する好気性共生細菌である。一部の O157 株等はエンテロトキシンなどの毒素を産生する有毒な菌である。また無菌部位に侵入した場合、全ての種類の大腸菌が感染症を引き起こしうる。37°Cで1晩培養するとコロニーを確認することができる。

### *Bacillus subtilis subsp spizizenii (B.spizizenii)*

グラム陽性菌。自然界に広く分布しタンパク質やデンプン、ペクチンなどに対する分解酵素を生産。この酵素を利用し肌の角質を落とすことや、環境資材としての研究がされている。納豆の発酵に使われる納豆菌もこの一種であり、枯草菌は人体には無害である。37°Cで1晩培養するとコロニーを確認することができる。

### *Pseudomonas aeruginosa (P.aeruginosa)*

グラム陰性細菌。健常者には基本的に無害であるが免疫力が低下している者には日和見感染症である緑膿菌感染症を引き起こす。呼吸器感染症の原因になる。37°Cで1晩培養するとコロニーを確認することができる。

### *Staphylococcus aureus (S.aureus)*

O157 等と同様にエンテロトキシンなどの毒素を生産し人体に取込まれることで食中毒を引き起こす黄色ブドウ球菌。また皮膚で化膿した場合、ニキビの原因となる。37°Cで1晩培養するとコロニーを確認することができる。

これら6植物の菌を標準寒天培地にて培養した後、マイクロチューブに滅菌水 500  $\mu\text{L}$  とコロニーの一部を滅菌した爪楊枝で取ったものを入れ、よく混ぜたものを

100  $\mu\text{L}$  培地に塗布し、ディスク拡散法に用いた。

### 3.1.3 実験に用いた培地

培地には標準寒天培地（酵母エキス 2.5 g, ペプトン 5.0 g, ブドウ糖 1.0 g, 寒天 15.0 g, pH 7.1 $\pm$ 0.1 日水製薬製）23.5 g に対し精製水 1000 mL を加え十分に攪拌し均一化したものに、121°C, 1 気圧で 20 分間滅菌をしたもの(滅菌後 40 分冷却)をシャーレに 20 mL ずつ分注して使用した。3.1.2. で示した菌は全て標準寒天培地を固めて培養した。

### 3.1.4 実験に用いた抗生物質

カナマイシン (ALS 製), アンピシリン (ALS 製) を共に 10 mg/mL を使用した。アンピシリンを当初は使用していたが *C.albicans* に対し殺菌効果が見られなかったため、カナマイシンを使用した。

## 3.2 研究方法

### 3.2.1 アリシン化合物の作成

おろし器を用いてニンニク 35.34 g, ノビル 35.40 g をすり潰し、蒸留水 100 mL とそれぞれ混ぜ合わせる。混ぜ合わせたものをガーゼで濾し、35 mL のジエチルエーテルを加え分液漏斗に移した(図1)。

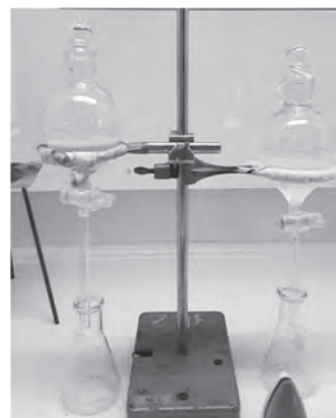


図1 分液漏斗を用いた分離  
左がニンニク、右がノビルにジエチルエーテルを加え、エーテルに溶けだした成分を分離している様子である。

二日間放置した後、半日ほど間隔をあけて上澄み液のみを採取し、ジエチルエーテル 35 mL を加え、得られた液に硫酸ナトリウム(ニンニクには 37.95 g, ノビルには 42.05 g)加えた。

その後、沈殿した結晶をろ過した。ろ液はエバポレーターにて (70°C 下で 15 分~20 分) 水分を飛ばし、結晶化させた。得られた結晶は、ニンニクのろ液から 16.60 g, ノビルのろ液から 7.00 g 得られた。(よってニンニクとノビルに含まれるアリシンの質量パーセントはそれぞれ 47.02%, 19.80% となった。) 得られた結晶を実験ごとに特定の濃度になるよう滅菌水に完全に溶解させて用いた。

### 3. 2. 2 ディスク拡散法

今回の実験では、ディスク拡散法を利用してニンニク及びノビルから抽出、合成したアリシン化合物の殺菌作用の有無を確認した。この方法は菌を塗布した培地の中心に、薬剤含有ディスク (調べたい液体をしみこませたディスク) を置き、培地中の水分を吸収させることで液体を拡散させるものである。調べたい菌に対して殺菌効果が現れると、ディスク周辺でのみコロニーが発生せず阻止円 (菌が発生していない範囲が円状に現れたもの) ができる。阻止円の有無、大きさにより感受性を確認した。

### 3. 2. 3 *A. brasillius* と *C. abilicans* に対するニンニク及びノビルの殺菌作用の確認

ニンニクとノビルからそれぞれ得たアリシン化合物が 216 mg/mL になるように調整した水溶液を作成した。(以降、これをニンニク抽出液、ノビル抽出液とする。) *A. brasiliensis* と *C. abilicans* の混濁液をそ

れぞれ塗布した培地を 9 枚ずつ用意した。

ニンニク抽出液、ノビル抽出液、滅菌水、カナマイシンを各 40 µL, 70 µL, 100 µL ずつ含ませたディスクを 1 枚ずつ用意し、培地に置いた。その後、それぞれの菌を十分に培養させ阻止円の有無を確認した。また、ニンニク及びノビル抽出液の濃度を 2 倍の値である 432 mg/mL に変え、ディスクに前回同様に抽出液を含ませ同条件下で実験を再度行った。なお全ての操作はクリーンベンチ内で行った。

### 3. 2. 4 より多くの種類の菌に対する殺菌作用の確認

*E. coli*, *B. spizizenii*, *Paeruginosa*, *S. aureus* をそれぞれ発生させた培地を 9 枚ずつ用意しニンニク抽出液、ノビル抽出液 (各 432 mg/mL) を 100 µL ずつディスクに含ませたもの、滅菌水を 100 µL 含ませたもの、アンピシリン溶液 0.1 mg/mL を 100 µL 含ませたものをつくる。その後、それぞれの菌を十分に培養させ阻止円の有無を確認した。

## 4. 研究結果

### 4. 1 *A. brasiliensis*, *C. albican* に対する殺菌作用

*A. brasillius* にカナマイシン含有ディスクを置いた培地にのみ阻止円が現れた。ニンニク及びノビル抽出液の濃度を 2 倍に変えても同様の結果となった。

### 4. 2 *E. coil*, *B. spizizeni*, *P. aeruginosa*, *S. aureus* に対する殺菌作用

理論上はニンニク抽出液とノビル抽出液に含まれるアリシン化合物は全く同じ成分であるのに、それぞれの *B. spizizenii* に対する作用の有無が異なっていた(表 1)。

表1 実験3.2.4の結果

○は阻止円が確認されたことを示し、×は阻止円が確認されなかったことを示す。

菌種 \ ディスクに含ませた溶液	ニンニク抽出液	ノビル抽出液	滅菌水	アンピシリン
<i>E.coli</i>	○	○	×	○
<i>P.aeruginosa</i>	×	×	×	×
<i>S.aureus</i>	○	○	×	○
<i>B.spizizenii</i>	×	○	×	○

そこで *B.spizizenii* に対する殺菌作用の有無を再確認するために *B.spizizenii* のみ再実験を行った。*B.spizizenii* において2回実験を行ったところ、ニンニク抽出液をディスクに含ませた培地、ノビル抽出液をディスクに含ませた培地の両方に阻止円は現れず *B.spizizenii* に対する殺菌作用は現れなかった。

## 5. 考察

実験3.2.4より①ニンニク、ノビルのそれぞれの抽出液は、*A.brasilius* と *C.abilicans* に対して殺菌作用を持たないこと、そして②アンピシリンの殺菌作用は *C.abilicans* に対してはたらないことが分かった。

また *B.spizizenii* に対する殺菌作用を調べた際に、ニンニク抽出液を用いた場合と、ノビル抽出液を用いた場合で異なった結果が当初得られた。考えられる可能性としては、ニンニク抽出液の殺菌作用がはたらかなかった、もしくは何らかの原因でノビル抽出液含有ディスクの方の培地には *B.spizizenii* のコロニーが発生しなかったことが考えられる。

今回得られた結果よりニンニク及びノビルから得られたアリシン化合物は *E.coil* と

*S.aureus* に対し殺菌作用があることが分かった。よってこれらの菌に対する防菌剤として利用できる可能性があると考えられる。

## 6. 今後の課題

私は当初、現在、一般的に使用されている防カビ剤は人体に有害であることや、環境への配慮がされてないことを問題として取り上げこの研究を始めた。しかし実際に今回得られたアリシン化合物が体内に取り入れられた場合、どのように身体に吸収されるか、そもそもその過程で身体に害を及ぼさないか、といった点や、川や海に流れた場合に水質に影響を与えないか、土中に含まれた場合に微生物等に影響をもたらすのか否か、といった点は十分に調べていない。今後はこれらの点において研究したい。

研究当初はあくまでも防カビ剤としての利用を考えていたが、仮に体内で無害な物質として吸収されるならば、体内に菌が取り込まれた際にアリシン化合物を摂取することにより体内での菌の発生を抑制できるのではないかと考えた。ただ、どのような方法で利用するにせよ、アリシン化合物の特有の臭いを除去する必要がある。アリシン化合物はいわばニンニクの刺激臭の原因物質であり、散布することや口腔から摂取することには向いていない。ゆえに他物質と混合させることや、更に細かく分離させることにより殺菌作用を残したまま臭いを除去できるか研究を進めたい。そして体内でも培地上と同様に殺菌効果が得られるかは不明であるため今後、この点を明らかにし、植物由来のアリシン化合物を身体に無害な防カビ剤として多用できるようにしたい。

## 7. 参考文献

[1]身の回りのありとあらゆるものを化学式で書いてみた, 2020, pp69-72.

[2]ニンニク(*Allium sativum*L.)鱗茎部の含硫化合物分量の系統間差異(藤井理恵子・森光康次郎・柳野利哉・野村弘司・田代亨), 1999. pp67-71.

[3]野蒜とは, [greensnap.jp/article/9725](https://greensnap.jp/article/9725)

## 8. 資料

阻止円が確認された *E.coli* 及び *S.aureus* の滅菌水及びニンニク, ノビル抽出液の培地の様子。

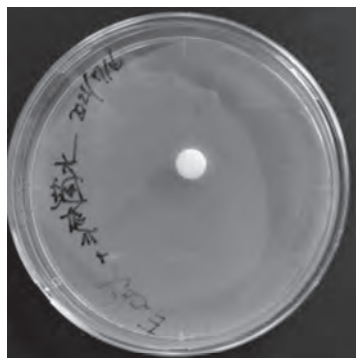


図2 *E.coli* の滅菌水に対する反応  
陰性対照実験。ディスクの周りに阻止円は確認されなかった。



図3 *E.coli* のニンニク抽出液に対する反応  
ディスクの周りに阻止円が確認された。

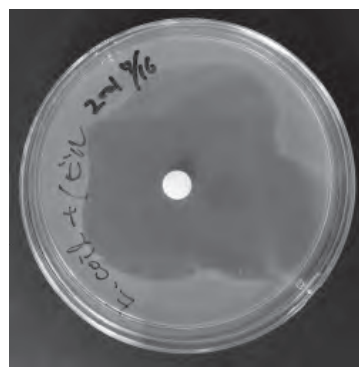


図4 *E.coli* のノビル抽出液に対する反応  
ディスクの周りに阻止円が確認された。

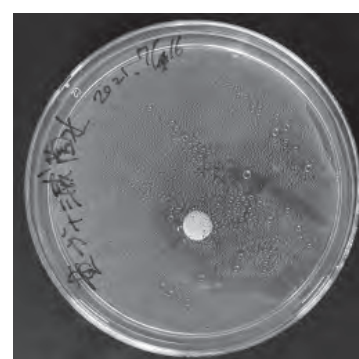


図5 *S.aureus* の滅菌水に対する反応  
陰性対照実験。ディスクの周りに阻止円は確認されなかった。

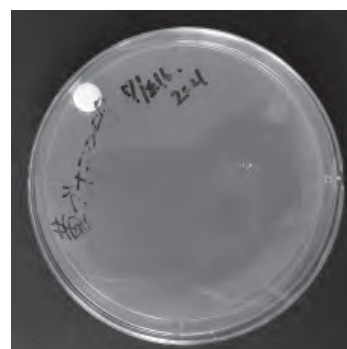


図6 *S.aureus* のニンニク抽出液に対する反応  
ディスクの周りに阻止円が確認された。

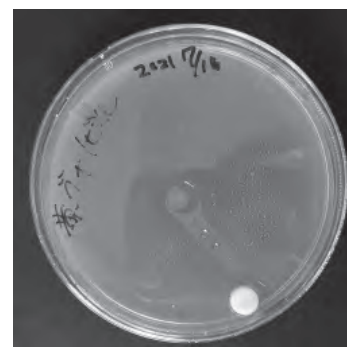


図7 *S.aureus* のノビル抽出液に対する反応  
ディスクの周りに阻止円が確認された。

# シカの DNA と性格の関係

6年B組 浦 真里奈

6年B組 大石 彩貴

指導教員 櫻井 昭

## 1. 要約

遺伝子情報から動物個体の性格を判別するシステム確立を目指し、シカの行動観察・DNA 採取・DNA 解析を行った。行動観察の結果から奈良公園のシカには警戒心に関する性格があることが示された。また DNA 解析から、ドーパミン受容体の発現量は、シカの警戒心に関する性格には関連性がない可能性が高い結果となった。

キーワード ニホンシカ, ドーパミン受容体, PCR, DRD4,

## 2. 背景と目的

近年、奈良公園のシカが観光客に危害を加えることが問題となっていることを知り、これは観光客がシカ個体の性格を考慮せずに近づいたり、餌をあげようとしていたりするためではないかと予想した。そこで、動物個体の性格が遺伝子情報から判定できる方法を確認することでこのような問題を解決したいと考えた。本研究ではシカの行動観察から見られる性格の特徴と DNA の関連性を見つけ出すことで DNA 情報から動物個体の性格を判別する指標を作ることを目指す。一般的に性格は、遺伝的要因と環境的要因により決定づけられるが、そのうちのひとつである遺伝的要因に注目した。

## 3. 研究内容

### 3.1 研究対象（観察場所）

奈良公園の浅茅原に生息しているニホンシカを対象とした。外的要因が少ない方が同じ条件での観察がしやすいため、人流や交通量、騒音が少ない場所を選ん

だ。ニホンシカは哺乳綱偶蹄目シカ科シカ属に属し、奈良に生息するものはホンシュウシカと呼ばれ天然記念物に指定されている(図1, 図2)。



図1 浅茅原に生息しているニホンシカ



図2 行動観察の様子

### 3.2 研究方法

DNA のある特定の塩基配列には個体によって反復回数が異なる、SNP が存在するなどの違いがあることが多い。この違いによって転写、翻訳されるタンパク質の量や種類が変わり、それに伴い神経伝達物質の分泌量に差ができ性格にも差異が生じる、という事例がイヌで報告されている。これをニホンシカでも確認するために行動観察と DNA 解析を行うことにした。まず行動観察を行うことで、ニホンシカにそもそも性格が存在するのかを確認すした。今回は警戒心に焦点をあ

て、数値化を試みた。次に DNA 解析を行った。今回は特定の塩基配列の反復回数に注目し、電気泳動で DNA 断片の長さによどのような差異が生じるか確認した。最後に 2 種類の結果を照らし合わせ、DNA 断片の長さを調べると、警戒心の度合がわかる、という指標作成を目指した。

### 3.2.1 行動観察（動画撮影）

奈良公園の二ホンシカ（以降シカと表記）の行動を一週間に一度の頻度で 2021 年 6 月から 9 月にかけて正午から 14 時頃に観察した（累計 21 匹）。以下に示す二種類の観察を行い、その様子を動画で撮影し、その動画を後日分析する形で行った。

観察 1：人が周りにいないシカを対象とし、実験者 1 名がシカから見て右斜め前方向から近づいた際のシカの反応を観察した。この反応が一時的なものであるか、性格によるものかを判別するために、同じシカに対して時間を空けて 3 回ずつ同じ観察を行った。

観察 2：観察 1 で対象としたシカに、中型鏡を所持した実験者 1 人が近づき、シカの目の前に到着した瞬間にその鏡面がシカの目に入るように鏡を向け、シカの反応を観察した。この観察も同じ日に行った。

### 3.2.2 行動観察（動画解析）

行動観察の際に録画した動画を、シカの警戒行動の有無や程度に注目してデータ化した。動物は近づいてくるものに対して、鼻や耳などの感覚器を用いて情報を得ようとしたり、逃げる・遠ざかるといった距離をとる行動をしたり、びくつく、などの反応を見せたりするため、これら三点に注目した。

### 3.2.3 DNA 抽出

行動観察を行ったシカの DNA を唾液から prepGEM™ Saliva を用いて抽出した。本来なら血液から抽出した方が、DNA の量も多く研究しやすいのだが、シカでは血液を採取することが難しかったため、唾液を採取することにした。滅菌した綿棒を用いてシカの唾液を採取し、すぐに 500 $\mu$ L の超純水が入ったマイクロチューブの内壁にこすりつけて一時保存した。その後実験室にて抽出の作業を執り行った。まず唾液が含まれた超純水を 20 $\mu$ L 測り取り新たな PCR チューブに入れる。その後 10 $\times$ BlueBuffer を 10 $\mu$ L、超純水を 69 $\mu$ L、prepGEM を 1 $\mu$ L 加えた。この PCR チューブをサーマルサイクラーに入れ 75 $^{\circ}$ C で 5 分、95 $^{\circ}$ C で 2 分、4 $^{\circ}$ C で保留状態という流れになるよう設定し熱処理をした。この処理の後 10 $\mu$ L の 10 $\times$ TEBuffer を添加し -20 $^{\circ}$ C 以下で保存した。

### 3.2.4 DNA 量測定

分光器を用いて、抽出処理した溶液に含有する DNA 量と濃度を測定した。

### 3.2.5 プライマー作成

先行研究<sup>[1][2]</sup>より、イヌの警戒心には、神経伝達物質のドーパミン受容体 DRD4 を関与することが明らかになっている。そこで、シカでこの DRD4 を調べることを考えたが、シカはあまり研究されておらず、DRD4 の塩基配列が解明されていない。そのため、Ensemble Genome Browser でシカに近縁で DRD4 の塩基配列(図 3)が解明されている動物の Siberian musk deer を探し出した。Siberian musk deer の DRD4 の塩基配列





個体の内、DNA 抽出を行った 10 個体のデータである。

性格を判断する基準として、大多数が共通して行う行動を割り出し、この行動に当てはまらない個体が性格的に特異である、とする方法を用いた。この視点から考えると、結果は次のようになる。

**図 4:** 見つめた長さが短く(10 秒以下), 立ち去ったシカが全試行の 64.7%であった。

**図 5:** びくついた個体の中で見つめる長さが短い(11 秒以下)シカは 93.4%であった。

**図 6:** 見つめた長さが短く(10 秒以下), 立ち去ったシカは全試行の 75.9%であった。

**図 7:** びくついた個体の中で見つめる長さが短い(11 秒以下)シカは 69.0%であった。

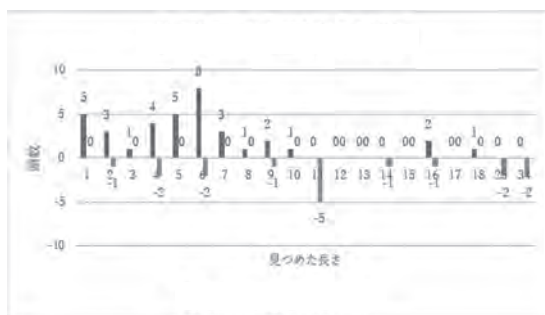


図 4 見つめた長さと立ち去りの関係(21 個体)  
縦軸が頭数、横軸が見つめた秒数を示す。正軸(青軸)が立ち去った頭数を、負軸(橙軸)が立ち去らなかった頭数を示している。

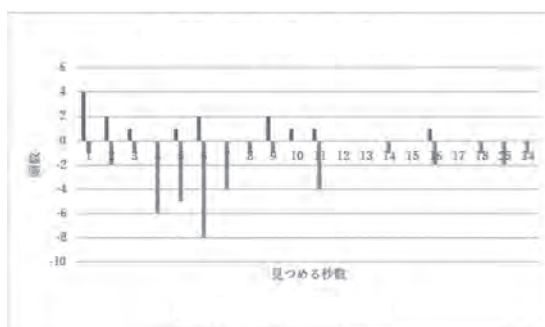


図 5 見つめる長さとびくつきの関係(21 個体)  
縦軸が頭数、横軸が見つめた秒数を示す。正軸(青軸)がびくついた頭数を、負軸(橙軸)がびくつかなかった頭数を示している。

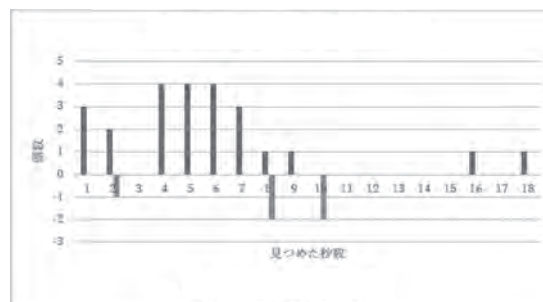


図 6 みつめた時間と立ち去りの関係(10 個体)  
縦軸が頭数、横軸が見つめた秒数を示す。正軸(青軸)が立ち去った頭数を、負軸(橙軸)が立ち去らなかった頭数を示している。

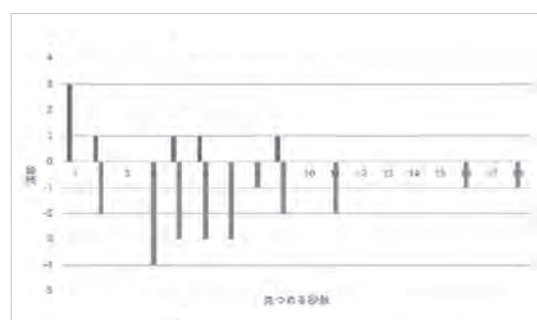


図 7 見つめる長さとびくつきの関係(10 個体)  
縦軸が頭数、横軸が見つめた秒数を示す。正軸(青軸)がびくついた頭数を、負軸(橙軸)がびくつかなかった頭数を示している。

## 4.2 DNA 解析の結果

**C02** のプライマー：予想通り全個体で同一位置にバンドが確認された。実験過程は正確だった。

**DRD4** のプライマー：電気泳動の結果

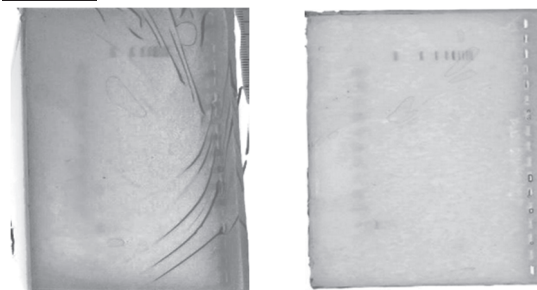


図 8 ゲル染色後のバンドの様子  
右が DRD4、左が C02 の電気泳動像である。どちらも右端にウェルがあり、左へ向かって DNA 断片は泳動された。上にラダーは 1kb のマーカーである。PCR 反応により増幅された DNA 断片はどちらも、100bp あたりに確認された。

100bp マーカー付近にバンドが確認できた。しかし予想に反し 10 個体間での差異を確認することはできず全てほぼ同じ位置にバンドがみられた。

## 5. 考察

図 4 と図 6 のグラフより、見つめる時間が短く、立ち去った個体が過半数であるため、見つめる時間が短い立ち去らなかつた個体や、長く見つめたうえで立ち去った個体は特異的であり、性格的特徴があると考えられる。

図 5 と図 7 のグラフより、びくつた個体のほとんどが見つめる時間が短いため、長く見つめたうえでびくつた個体は特異的であり、性格的特徴があると考えられる。

PCR 法による DNA 断片増幅では、C02 は予想通り同じ位置にバンドが全個体で確認されたため、DNA の抽出、PCR 及び電気泳動等の実験過程は正確に行われたといえる。DRD4 ではバンドは確認できたため、プライマーの設計は上手くいっており、DRD4 に関する遺伝子はシカにもあることを発見できた。しかし全てバンドの位置が同じであり、反復回数に個体間の違いがないと確認された。以上のことから、調査した 10 個体間には警戒心に差があることは確かめられた。

これらのことから、今回の行動観察で確認できた警戒心の違いには、DRD4 によるドーパミン受容体が関連している可能性は低いと判断した。しかしマーカーの 100bp と 200bp のバンドが非常に近いため、ゲルが固すぎて期待通りの値が出なかつたのかもしれない。もう少し詳し

く違いがわかるマーカーやゲルを用いると、差異が確認できる可能性は否定できない。

## 6. 今後の課題・展望

先行研究をもとに自分達で作成したプライマーの DRD4 と思われる DNA 断片の結果から、シカにおいてドーパミン受容体は、今回確認された警戒心への影響は少ない可能性が高いと考えられる。しかし、遺伝子解析の手法は確立できたため、次は DRD4 とは異なる神経伝達物質に関連する遺伝子のプライマーを設計し、同様に実験を行うことでシカの性格に関連する遺伝子とその影響を確認したい。本研究で用いた実験方法は、動物の血液などは必要なく、動物にとってもストレスの少ないものである。遺伝子情報から動物個体の性格を知ることができる指標を確立させ、伴侶動物・産業動物・野生動物などに対して、飼育・調査の際に各個体に合った環境を作ることで、動物と人間のよりよい共生社会に貢献したい。

## 7. 謝辞

中村教授、甲斐さん、河合先生には温かいご指導を賜りました。この場をお借りして心より感謝申し上げます。

## 8. 参考文献

- [1] アジア原産犬種および在来犬の遺伝的多様性 越村章子 在来家畜研究会 2006
- [2] イヌの性格を遺伝子から探る 村山美穂 The Japanese Journal of Animal Psychology 2012

# ニワトリ胚を用いた骨の成長促進に関与する物質の分析

6年A組 瀬古 薫奈

指導教員 櫻井 昭

## 1. 要約

脊椎動物の身長差には、遺伝以外にも外的要因が関係しているといわれている。そこで本研究では、胚発生を観察しやすいニワトリ胚を用いて、骨の形成にかかわっているといわれている物質を、有精卵に直接与え骨形成がどのように変化するか調査した。研究成果として、人工的に物質を加えるより、もともと備わっている養分で育てる方が速く正常に成長できるという結果が得られた。

キーワード 身長促進, ニワトリ胚, 透明骨格標本, 軟骨細胞

## 2. 研究の背景と目的

骨では、骨幹と骨端の間にある軟骨細胞が増えることで、伸長成長がおこることが知られている。その為、身長差には骨の形成にかかわっており、遺伝情報以外にも軟骨細胞の増殖にかかわる物質の成分が影響を及ぼすのではないかと考え、胚発生時に与える物質の成分の違いと骨の形成速度の関係を調べることにした。本実験では、骨の形成速度をニワトリ胚の発生時期における骨格形成量を比較することで計測できないかと考え、骨格を染色し比較する実験を行った。また、ニワトリ胚に加える物質としては、カルシウムとビタミンDとした。カルシウムは骨の主成分のため、カルシウムを加えて発生させると通常の条件下より、骨の成長が促進されると期待したからである。ビタミンDは、腸管からのカルシウムの吸収を促進し、血液に入ったカルシウムを骨まで運ぶ働きがあることが知られているため、カルシウムとともに加えることでより効果が期待できると考えたからである。

## 3. 研究内容

### 3.1 研究材料

本研究に用いたニワトリ胚は、竹内孵卵場で実験用に販売している白色の有精卵を使用した。37℃～38℃に設定したインキュベーターで、乾燥を防ぐために蒸留水を入れたビーカーをそばに設置し湿らしたティッシュの上に乗せて発生させた。参考文献<sup>2)</sup>より15日胚以降は前肢と後肢において関節以外の部分の硬骨化はほぼ終わっているとのことだったため、実験では最長で14日胚まで発生させた。5日胚辺りからは図1の様目や血管、そして心臓が動いている様子が確認できた。その後体が大きくなると共に、短い肢が四本伸びてきて成長する様子が確認できた。

### 3.2 研究方法

#### 3.2.1 予備実験

本研究で用いたニワトリの有精卵の通常条件下での、胚の成長速度を調べるための予備実験を行った。有精卵5個をそれぞれ違う日数発生させ、胚を取り出す操作を3

回実施した。実施条件は以下の2つを採用した。

(1) 成長の進捗を適宜確認するために卵の殻に穴をあけ、ラップで蓋をした状態で胚発生させ、観察した(図1)。

(2) 有精卵15個のうち2個はパラフィルムやプラコップを利用して人工殻を作り<sup>[1]</sup>、卵から胚を取り出しその中で胚発生を行った。

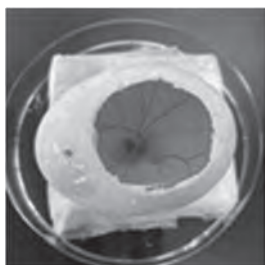


図1 有精卵の殻を一部取り除いた様子  
予備実験では発育の観察を行うためにこの方法を採用したが、既存のデータより発育が遅かったため、研究では採用しなかった。

### 3.2.2 本実験

#### 3.2.2.1 ニワトリ胚への物質注入

産卵されてから4日目の有精卵に、表1に示す物質を、注射器を用いて注入し、注射器によってあけられた穴はセロテープで留め、胚発生をつづけた。

サンプル番号	物質
1	水 0.5mL
2	水0.5mLに乳酸カルシウム0.05gを溶解したもの
3	水0.5mLに乳酸カルシウム0.05gとビタミンD0.001gを溶解したもの

表1 有精卵に注入した物質

水とカルシウムの分量は参考文献<sup>[1]</sup>に記載の分量を使用した。ビタミンDの分量は調べても見当たらなかったため人間の摂取目安量を調べ、0~5か月の乳児の摂取目安量がカルシウム250 $\mu$ Lに対し5 $\mu$ Lであったため、そこから比を求めて使用した。

その後同じ発生日数(15日胚)の段階で孵卵器から有精卵を取り出して発生を中止し、速やかに卵を割って胚を取り出した(図2, 図3)。取り出した胚は、卵黄や胚膜を除去した後10%ホルマリン溶液で2か月~3か月間固定処理した。

#### 3.2.2.2 透明骨格標本の作製

四肢の形態形成過程を観察するのに有効であることから、軟骨は青に、硬骨は赤紫に染め出すことができる二重染色法<sup>[2]</sup>を用いた。

以下、染色方法を記す。

- ① 固定液洗浄：ホルマリンを除去するために、半日から1日程度蒸留水に浸した。
- ② 表皮剥離及び内臓の除去：骨格観察の障害になる表皮及び内臓器官を除去した。必要に応じて眼球の除去も行った(図4)。
- ③ 脱水：軟骨染色処理の下処理としてエタノールによる脱水を行った。脱水処理のために、標本を25%、50%、75%のエタノール溶液に低濃度から順に各1時間程度浸し、最終的に95%エタノールで1晩置いた。
- ④ 軟骨染色：軟骨染色にはアルシャンブルーを用いた。染色液として95%エタノール：氷酢酸=4:1で調整した溶液にアルシャンブルーを2%になるように加えたものを用意した。作製した染色液は長期間の使用で劣化するため、使用は3回程度とした。軟骨染色の進行は比較的ゆっくりと進むため、標本の大きさによって異なるが、2日間から5日間の処理を行った(図5)。
- ⑤ 染色液除去：次の処理のために、エタノールを除く処理を行った。この過程で軟骨以外の組織に含まれる余分な染色液を除くことができる。処理は75%、50%、25%のエタノール溶液に高濃度から順に、標本

を各 1 時間程度浸し、最終的に蒸留水に 1 晩置いた。

⑥ 蛋白質分解前処理：次のトリプシン処理のため、標本をアルカリ処理した。処理には四ホウ酸ナトリウム飽和溶液を使用し、1 日程度浸した。

⑦ 蛋白質分解：30%四ホウ酸ナトリウム溶液に、0.5 から 1%になるように粉末のトリプシンを溶かし酵素液とした。処理には TAITEC のウォーターバスシェイカーを使用し、水温 37.5 度の条件下で軽く震盪させた。処理時間は標本の大きさによって加減したが、若い胚ではすぐに標本が崩壊したため、トリプシン処理は 7 日胚以降に限定した。

⑧ 透明化：トリプシン処理により十分に透明化が進む標本もあったが、次の硬骨染色の下処理も兼ね、アルカリ溶液による透明化を併用した。溶液は 2%水酸化カリウム溶液を使用した。

⑨ 硬骨染色：アリザリン溶液により硬骨の染色を行った。染色液は事前に調合したアリザリン原液（1% 包水クロラール 120ml, グリセリン 20ml, 氷酢酸 10ml を混合し、アリザリン粉末 100mg を溶解させる）を 2%水酸化カリウム溶液に 6%程度になるように加えたものを使用した。硬骨染色は進行が速く、長い時間漬けることにより筋肉などの染色も起こるため、長くても 1 日程度の処理とした(図 6)。

⑩ 染色液除去：余分な染色液を除去するために 50%エタノールに 1 日程度浸した。

⑪ 脱脂：白く残る脂肪組織を除去する目的で必要に応じてキシレンによる脱脂を行った。しかし、事前に手作業で脂肪組織の除去を行うことによりこの工程は省くこと

ができるため、最終的にこの工程は省略した。脱脂した場合はキシレンを除去するために 70%程度のエタノールに 1 晩浸した。

⑫ グリセリン置換：標本は最終的に 100%グリセリンに包埋するが、十分な浸透を行うため、25%、50%、75%のグリセリンに、低濃度から順に、各 1 時間程度浸した。グリセリン溶液は 2%水酸化カリウムによる希釈で作成したが、この工程の前半でさらに透明化が進み、余分な染色液を除去することもできた。



図2 卵から取り出した胚



図3 卵内の胚の様子



図4 眼球除去の様子



図5 軟骨染色



図6 硬骨染色

#### 4. 結果

きれいに骨格標本が得られたのは予備実験を除く二十二個体のうち次の 4 個体のみだった。また、図 7 の骨格標本のような骨格が明らかにわかるような染色ができなかった個体は図 8 のように染色され、身体の形や骨の染色の区別がつかなかった。

2021.6.3 生注入サンプル 1 の個体は、背骨から 2 つに分かれていた。原因は注射器を刺す際に胚に傷が入ったか水によって何らかの影響がでたのではないかと予想した。

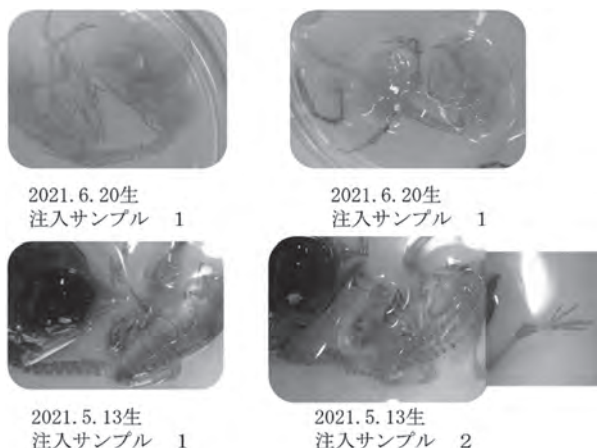


図7 染色が鮮明な標本例

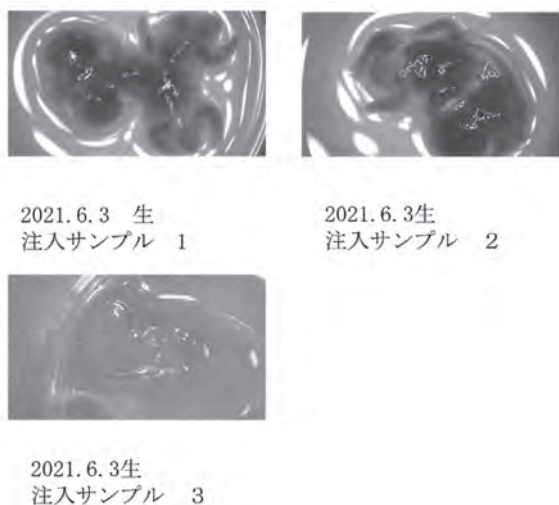


図8 染色が鮮明ではない標本例

## 5. 考察

身長は骨の端にある骨端線（成長軟骨板）という部分で伸びていく。そのため、軟骨と硬骨の量を比較して与えた物質と成長量の関係を調査しようと考えていたが、実際得られたデータでは、硬骨まで成長が進んだものがなく軟骨のみが染色されたため、軟骨と硬骨の比較はできなかった。また、

より多くの個体の結果が得られたら比較できたものの、同じ条件下でも成長が進まない個体の方が多く、比較対象にできたのは上記の4個体のみだったため個体同士の比較はうまくいかなかった。

しかし、その4個体のうち3個体が水のみ条件であったことと、全体的に見てカルシウムやビタミンDを加えた個体は水のみ個体より成長が止まっていたり遅れていたりする個体が多かったことから、人工的に物質を加えるより、もともと備わっている養分で育てる方が速く正常に成長できるという考察が得られた。

## 6. 今後の展望

得られた透明標本から、頭～尾までの関節の数や面積を数え、物質の及ぼす影響をさらに比較していきたい。軟骨（成長軟骨板）の軟骨内骨化（骨に置き換わる現象）によって骨は長軸方向に伸びていくことを利用して、硬骨と軟骨の染色分けの検討を重ね、軟骨と硬骨の物質とのかかわりや成長段階を比較していきたい。

## 7. 参考文献

- [1] 田原豊「鳥類胚の無殻培養法の開発と教材化」
- [2] 小杉山晃一, 柳澤秀人, 前島慎吾「発生学学習教材としてのニワトリ胚の活用」

## 8. 謝辞

今回の研究を行うにあたり、指導教員の櫻井先生には多大なご指導を賜りました。深くお礼申し上げます。



