

NSL 講座（3日目）参加レポート

3年A組 藤岡 侑里

1. 概要

2009年8月27日(木)、NSL 講座「宇宙の形を見る」(講師：本学大学院人間文化研究科教授 小林毅先生)に参加し、空間の形の数学的考察について学んだので、以下に報告する。

講義：2次元空間に現れた図形を3次元空間の視点から、3次元空間に現れた図形を4次元空間から考えた。

キーワード 2次元空間、3次元空間、4次元空間、球面

2. 講義内容

(1) 2次元空間とは

縦・横の二つの方向に広がりを持った空間のことを「2次元空間」と呼ぶ(より厳密な数学的な用語としては「2次元多様体」という言い方がある)。例えば、球面やドーナツ面は2次元空間の例になっている。

(2) 2次元空間を観る

縦・横の広がりだけが無限に広がっている空間(平面)を「平面国」、平面国の住人を「平面人」として考える。

①ある日、平面国に異変が起こった。突然点が現れて、それがすぐさま小さな円に変化した。次にその円がみるみる大きくなっていったかと思うと、あるところから次第に小さくなってゆき、最後は点になって消えてしまった。いったい何が起こったのだろうか。



図1 平面国で起こった現象①

図1の現象を3次元空間で見ることにしよう。これは、3次元空間に存在し、動き回っている球面(中身はつまっていない)が平面国を通ったという現象を表している。球面が平面と交わる様子が時間とともに変わっていつている。図2を見よ。

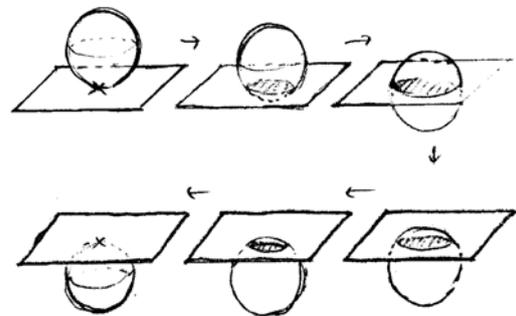


図2 3次元空間の視点から見る

②別の日には次のような事件が起こった。これは何を意味しているのだろうか。

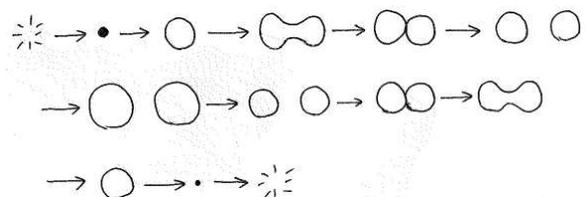


図3 平面国で起こった現象②

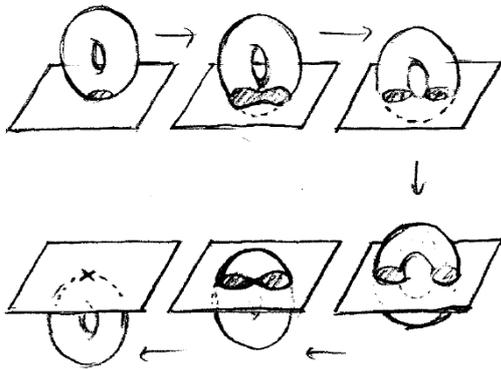


図4 3次元空間の視点から見ると

3次元空間に存在し、動き回っていたドーナツ面がたまたま平面国の中を通り抜けていった。

このように、平面人は3次元空間の中を移動する際の連続的な断面図として2次元空間を「観る」ことができる。ドーナツ面の切り口が変化の様子を眺めると、

- ・切り口の様子が変わる場所は有限個(この場合は4個)しかない
- ・この有限個の場所以外では切り口形は変化しない

というようなことがわかる。

(3) 3次元空間を観る

平面人が2次元空間を「観た」方法を参考に、私たちが3次元空間を観る方法を考える。



図5 3次元空間での現象

4次元空間に存在するある図形が、私たちの住んでいる3次元空間を通過していったと考えられる。

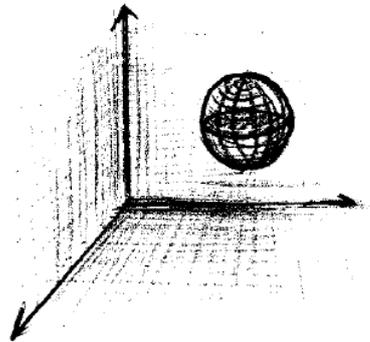


図6 4次元空間の図形が通過する

ある図形とはどんな図形なのだろうか。

図7において、左のボールから出ようとする、右のボールに移動してしまう。また、右のボールから出ようとする、左のボールに移動してしまう。このように、2つのボールの世界から抜け出すことはできない。つまり、この2つのボールの表面がつながった図形が、4次元空間の中を動いていた。それを3次元空間で見ると、図5のような現象に見えるのである。

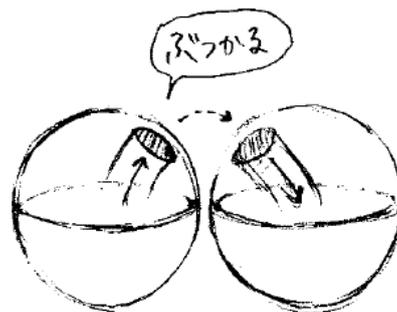


図7 2つのボールの表面がつながった図形

(4) 平面国の冒険①

AさんとBさんは平面国に住んでいる。

① Aさんは、図8の×地点から赤い糸を延々と引っ張って西へ進んだ。

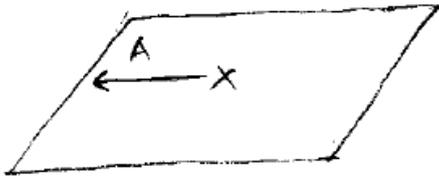


図8 Aさんの移動

②Aさんは東から×地点へ戻ってきた。そこでBさんは、×地点から黄色の糸を延々と引っ張って南に進んだ。

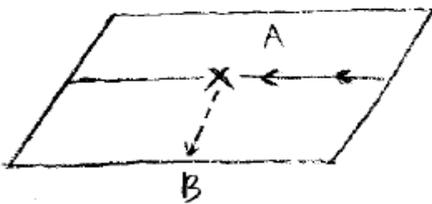


図9 Bさんの移動

③Bさんは北から×地点へ戻ってきた。しかし、BさんはAさんの張った赤い糸を途中で横切ることにはなかった。

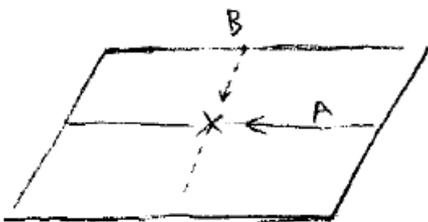


図10 AさんとBさんは交差しない

平面国が球面であったと仮定して、同様に、×地点からAさんは赤い糸を、Bさんは黄色い糸を引いて別々の方向に進み、一周してまた×地点に戻ってくる場合を考えよう。しかし、2つの糸が必ず交わることになる。したがって、平面国は球面ではない。

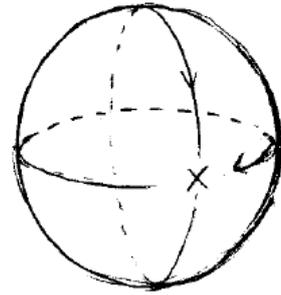


図11 平面国が球面だと仮定した場合

(5)平面国の冒険②

平面国に、遠くまでよく見える性能の良い望遠鏡があったとする。図12の×地点から、互いに反対方向に同じ星Aが見えた。他の方向に星Aは見えなかった。

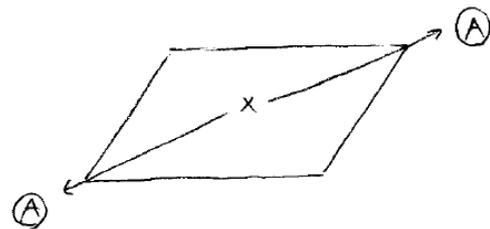


図12 平面国で星Aを観察する

平面国がドーナツ面であったと仮定して、同様に、×地点から互いに反対方向に同じ星Aが見えた場合を考えよう。この場合は、図13のように、反対方向にも同じ星を観察することができる。

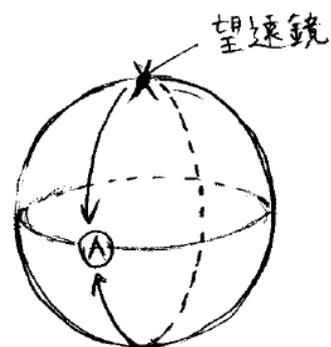


図13 平面国が球面だと仮定した場合

(6) 平面国の冒険③

平面国がドーナツ面であったと仮定しよう。図 14 のように、たくさんの方向に星 A を見ることができるようになってしまうだろう。

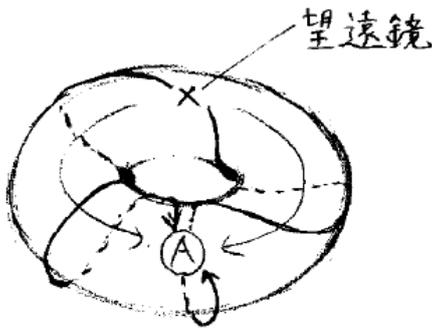


図 14 平面国がドーナツ面だと仮定した場合

平面国の人には図 15 のように見えると考えられる。

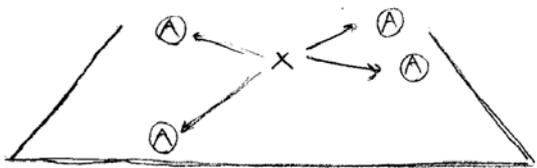


図 15 平面国の人からの見え方

望遠鏡の性能が良くなる程、星 A は様々な方向にたくさん見えるようになる。

現在、このような考え方をもっと発展させて、宇宙の形を数学的に探ろうという研究が行われている。

3. 感想

今回この講座を受講して、宇宙を普段はあまり考えることのない「空間」という視点から考えることができた。2次元空間を3次元空間から観るという発想は、考えたこともなかったので新鮮に感じた。

宇宙の形を考えるなかで、数学の力も必要だということが分かった。実際に人工衛星などで観察するだけでなく、様々な角度から仮説を立てて考えることも大切だと思った。