

万有引力シミュレーターの作成

2年B組 稲益 秀成
指導教諭 米田 隆恒

1. 要約

顧問の先生に、宇宙探査機は惑星の万有引力を利用し、進む方向や速度を変化させるスイングバイという技術を使うということを聞き、そこから万有引力について興味をもち、万有引力シミュレーターを作成することにした。

今回は、万有引力シミュレーターの第一段階として2つの物体を万有引力によって移動させるシミュレーターをJava言語で作成した。そして、スイングバイを再現することに成功したので報告する。

キーワード Java、万有引力、スイングバイ、シミュレーション

2. 研究の背景と目的

スイングバイとは、惑星の万有引力を利用することにより宇宙探査機の進む方向、速度を変更する技術のことである。宇宙探査機は、惑星に近づくと惑星の重力により加速する。そして惑星に最も近づいたときに速度が最大になり、宇宙探査機が惑星から離れていくときは減速する。そのとき、惑星は公転しているため、結果的に宇宙探査機は燃料をあまり使うことなく加速または減速し、方向も変化する。

このようなスイングバイをより深く理解したいと思い、万有引力シミュレーターを作成することにした。

3. 研究内容

今回作成したプログラムは、2つの物体が宇宙空間で万有引力のみで運動する様子をシミュレーションするものである。これにより、物体の質量、初期座標、初速度を変更したとき、物体の動き、2物体間の距

離や物体の速度の変化がどのように変化するかを調べることができる。

<加速度の計算方法>

物体(大)の質量、位置、速度、加速度を $m_1, p_1(p_{1x}, p_{1y}), v_1(v_{1x}, v_{1y}), a_1(a_{1x}, a_{1y})$ 、物体(小)の質量、位置、速度、加速度を、 $m_2, p_2(p_{2x}, p_{2y}), v_2(v_{2x}, v_{2y}), a_2(a_{2x}, a_{2y})$ とする。また、2物体間の距離を r とし、万有引力定数 G は、次の値とする。

$$G = 6.67259 \times 10^{-11} [\text{Nm}^2/\text{kg}^2]$$

2物体間の万有引力 F は、

$$F = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

で与えられ、物体(小)の加速度 a_2 は、

$$m_2 a_2 = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

より、

$$a_2 = G \frac{m_1}{r^2}$$

で求めることができる。

<プログラムの流れ>

①初期条件の設定

2 物体の初期位置と初速度を設定する。

②加速度の計算 $a_1 = G \frac{m_2}{r^2}$

$$a_2 = G \frac{m_1}{r^2}$$

③加速度のx成分とy成分 の計算

$$a_{1x} = a_1 \cdot \frac{p_{2x} - p_{1x}}{r}$$

$$a_{1y} = a_1 \cdot \frac{p_{2y} - p_{1y}}{r}$$

④速度の計算、 $dt=1$ として、

$$v_{1x} = v_{1x} + a_{1x} dt$$

$$v_{1y} = v_{1y} + a_{1y} dt$$

⑤座標の計算

$$p_{1x} = p_{1x} + v_{1x} dt$$

$$p_{1y} = p_{1y} + v_{1y} dt$$

⑥物体(小)も同様に③～⑤の計算を行う

⑦グラフ処理をし、②へ戻る。

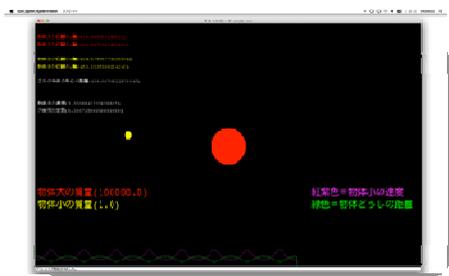


図1 実行中のスクリーンショット

4. 考察

今回作成した万有引力シミュレーターでは、(1)～(7)のことがわかった。

(1)物体(大)の質量が小さい場合と大きい場合の、2物体間の距離 r と物体(小)の速さ v_2 の変化を調べた。初期条件のうち、物体(大)の質量が 100000 の場合と 300000 の場合について、図2および図3を得た。これらの場合、物体(大)はほとんど動かない。

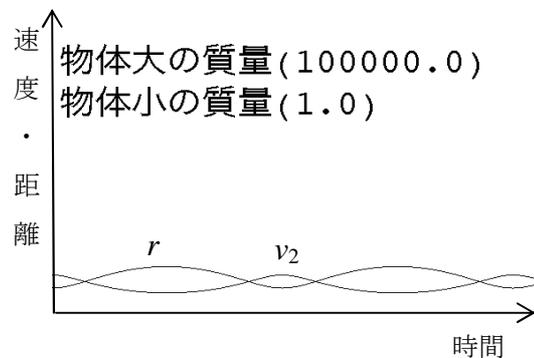


図2 物体(大)の質量が小の時の場合

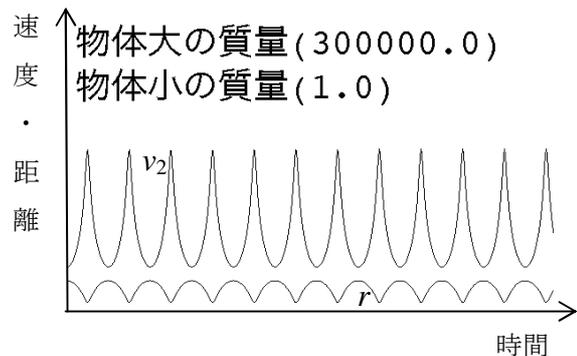


図3 物体(大)の質量が大の場合

図2と図3から、物体(大)の質量を増加させると、2物体間の最小距離 r が小さくなる。また、物体(小)の速さ v_2 の変化が大きくなるということがわかった。

(2) 初期条件のうち、物体(小)の初速度が小さい場合と大きい場合を調べた。初速度の向きは2物体を結ぶ線に対して直角である。その結果、2物体間の距離 r と、物体(小)の速さ v_2 の変化は、図4および図5となった。

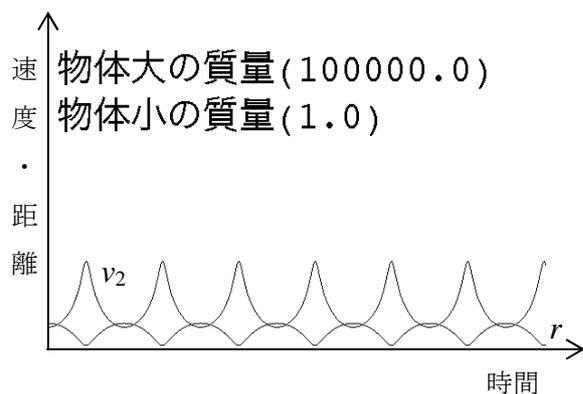


図4 物体(小)の初速度が小の場合

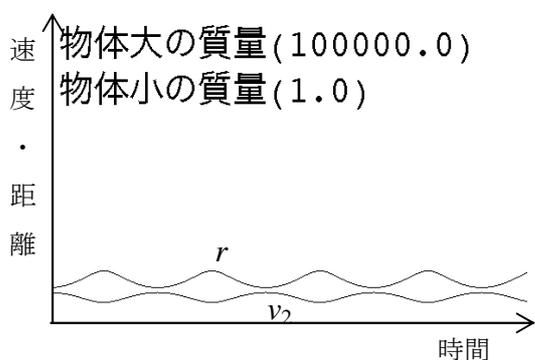


図5 物体(小)の初速度が大の場合

これらを比較すると、図4のように物体(小)の初速度 v_2 が小さいときは、2物体間の距離 r の変動が大きい。つまり、楕円軌道である。このとき、距離が小さいときは、物体(小)の速さは大きく、距離が大きくなると、速さが小さくなることがわかる。これは、図2から図10でもいえることである。

一方、図5のように、物体(小)の速さを少し大きくすると、図4に比べて、2物体間の距離の変化が小さくなる。つまり、円軌道に近くなることがわかる。また、物体(小)の速さの変化も小さくなる。さらに、物体(小)が物体(大)のまわりを回る周期は大きくなっていることがわかる。

(3) 図4、図5から、2物体間の距離の変動がなくなった場合、物体(小)の速さの変化がなくなるのではないかと予想できる。

実際、図5からさらに物体(小)の速さを少し増加させると、物体(小)の描く軌道がきれいな円に近くなった。それが図6である。2物体間の距離の変化が小さくなると、確かに、物体(小)の速さの変化が0に近づくことがわかる。

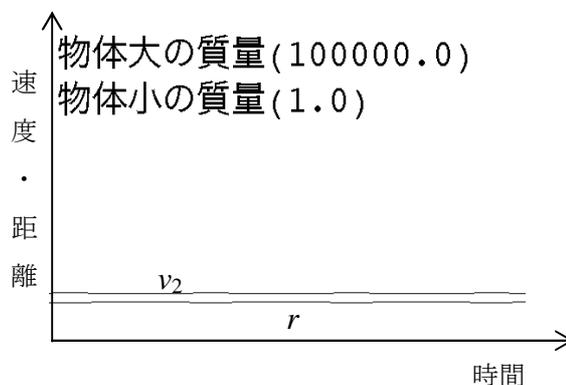


図6 物体(小)が描く軌道が綺麗な円に近い場合

(4) 物体(大)の初速度が0の場合と、0でない場合に、2物体間の距離 r と物体(小)の速さ v_2 の変化の様子を調べた。その結果、図7および図8を得た。

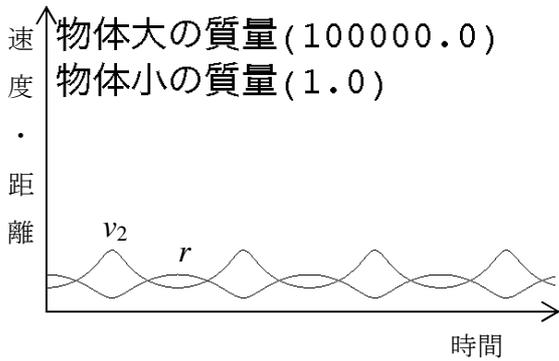


図7 物体(大)の初速度が0の場合

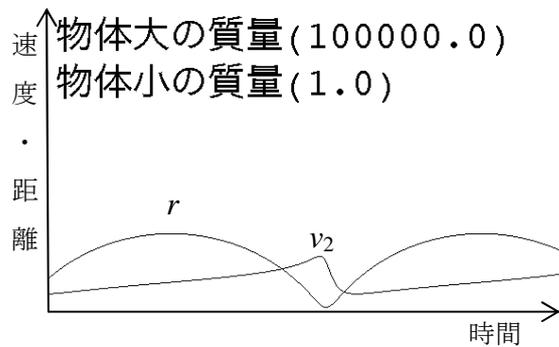


図8 物体(大)の初速度が0でない場合

図7と図8から、物体(大)の初速度を増加させたとき、 r に注目すると、2物体間の距離の変動が大きくなるのがわかる。つまり、楕円がより長い楕円になり、しかも、最も近づく距離は小さく、最も遠ざかる距離は逆に大きくなっている。また、物体(小)の速さに注目すると、最短距離の部分で速度が極端に変化しており、図7のような対称的な曲線でなくなっている。

これは、スイングバイに近づいているのではないかと考えられる。

(5) 物体(大)と物体(小)の初速度は同じにして、物体(小)の初期位置を2物体間の距離が大きい場合(図9)と、小さい場合(図

10)を比較した。初速度の向きは、2物体を結ぶ線に直角である。

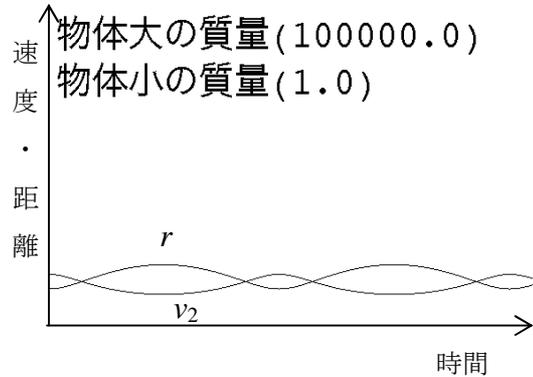


図9 最初の2物体間の距離が大きい

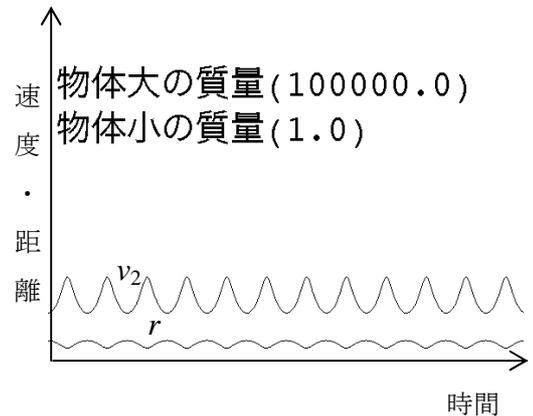


図10 最初の2物体間の距離が小さい

図9と図10より、物体(小)の初期位置を物体(大)に近づけると、物体(小)が物体(大)を一周する時間が短くなるのがわかった。また、物体(小)の速度が大きくなっている。つまり、初速度が同じ場合、半径が大きい軌道ほど、半径が小さい軌道よりも周期は長いといえる。

(6) 今回の万有引力シミュレーターでは、スイングバイをシミュレートすることに成功した。

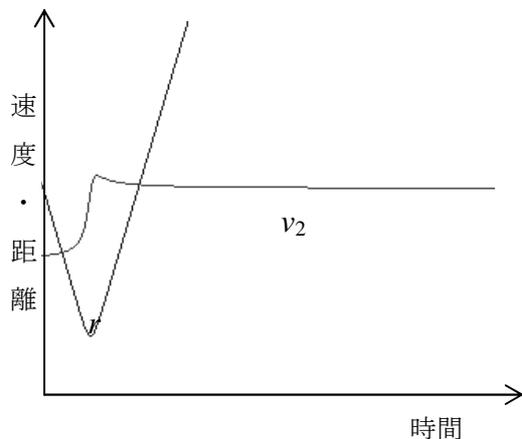


図 11 加速スイングバイのグラフ

図 11 のように、物体(小)が物体(大)の進行方向と逆の場所で、2 物体間の距離が最短になるようにしたとき、物体(小)は加速されることがわかった。そして、そのまま初期速度より大きい速さを維持していることがわかった。

(7) 物体(小)が物体(大)の進行方向側で 2 物体間の距離が最短になるようにしたとき、少し加速し、離れていくときに大きく減速し、減速した速さを維持することがわかった(図 12)。

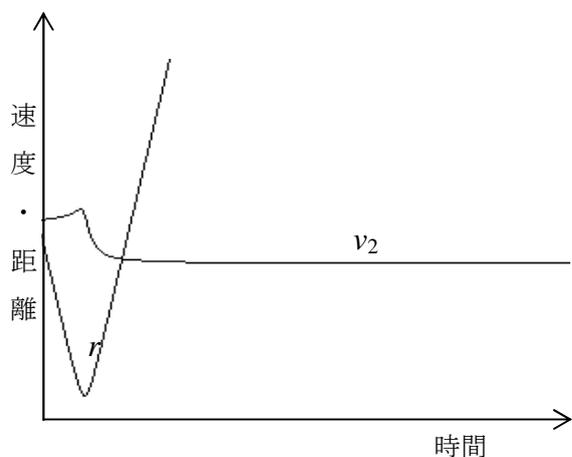


図 12 減速スイングバイ

5. 今後の課題

今回作成したプログラムでは、2 物体を万有引力で運動させることができた。

課題としては、2 つより多くの物体の計算ができるようにし、恒星と惑星と衛星の関係をシミュレートしたい。

次に、現時点では初期条件はプログラムを変更しないと変更することはできないので、プログラム上で初期条件を変更できるようにしたい。軌跡を描画することもできないので、描画し、保存できるようにしたい。

また、図 4 と図 5 は初速度を 2 種類しか試していない。これをいくつもの初速度で調べることにより、法則性を見つけたい。

加えて、グラフから r と v_2 は逆の動きをしていることに気づいた。 r と v_2 の関係を調べたい。

6. 参考文献

- [1] 「やさしい Java 第二版」
高橋麻奈、風工舎(2000 年)
- [2] 「やさしい Java 第三版」
高橋麻奈、風工舎(2002 年)
- [3] 万有引力 - Wikipedia
<http://ja.wikipedia.org/wiki/万有引力>
- [4] スイングバイ - Wikipedia
<http://ja.wikipedia.org/wiki/スイングバイ>

7. 謝辞

今回の研究にあたって、サイエンス研究会顧問の米田先生をはじめ、多くの先生方に多大なご指導をいただきました。また、サイエンス研究会の先輩方にも多くのアドバイスをいただきました。