

黄金比と植物

3年C組 山田莉彩 出水明日香 古川紗帆

指導教員 櫻井 昭

1. 要約

植物と黄金比との関連性を調べようと、キク科の頭状花序の花の並びとセイタカアワダチソウの葉のつき方を調べた。当初は黄金比との関連性について調べていたが、キク科の頭状花序の花の並びに関連性は見られたものの、セイタカアワダチソウには見られないことが分かった。

キーワード フィボナッチ数列 黄金比 黄金角 セイタカアワダチソウ

2. 研究背景

私たちは、黄金比やフィボナッチ数列という値が、植物の形態に見ることができるということを本で読んで知り、興味を抱いた。そこで、植物に対して実際にどのようなように利用されているのか、自分たちの手で確認することとした。

これまでの研究で、頭状花序でキク科のものは、花のつき方にフィボナッチ数列の螺旋がみられた。これにより、少ない面積に、より多く花をつけることで子孫を残す確率を高められるため、進化の過程でも生き残ってきたのではないかとということが分かった。また、セイタカアワダチソウの葉の付き方(葉序)の回転角に黄金角がみられるのではないかとすることを検証するため、2年間で3回にわたって採集および計測を続けてきた。しかし、過去3回のデータでは調査個体数が少なく、誤差が大きかったため、再度セイタカアワダチソウの葉序の回転角の計測を行った。また、今までの計測結果をまとめ、黄金角に近似しているのかを再考察することにした。

3. 研究内容

3.1 基本事項

●黄金比・黄金角

黄金比 $1:\phi$ は人類が最も美しいと感じる比率であるとされている。例として、パルテノン神殿や、様々な絵画などの長方形の比率に使われている。この黄金比は、自然界によく見られる値である。その比は

$$1:\phi = 1:\frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

で表すことができる。

黄金角とは、円周 360° を $1:\phi$ に分けた角度の 1 に当たる部分のことで、約 137.5° になる。(図1)

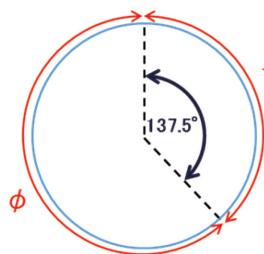


図1：黄金比と黄金角の関係

●フィボナッチ数列

また黄金比に関連性の深いフィボナッチ数列という数列があり、それは次のような

数列のことである。

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144...

この数列は、

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = 1$$

$$a_n = a_{n-1} + a_{n-2} \quad (n \geq 3)$$

という漸化式で表すことができ、数列上のある数の直前の2つを足すとその数になるという規則性がある。

この数列の前項と次項の比は、

1:1 1:2 2:3 3:5 5:8 8:13...

となり、黄金比 $1:\phi$ に収束するという性質がある。

3.2 仮説

基本事項を踏まえ、葉の配列には黄金角が最も適していると考えた。ゆえに、セイタカアワダチソウの茎に対する葉のつき方は、黄金角に従っていると考えられる。

3.3 方法

標本

平城宮跡のセイタカアワダチソウを採集

1回目 2012年10月～ 2本

2回目 2013年4月～ 3本

3回目 2013年10月～ 7本

4回目 2014年5月～ 15本

方法

セイタカアワダチソウを採取し、葉の付け根を残して葉を切る。その後、1つ目と2

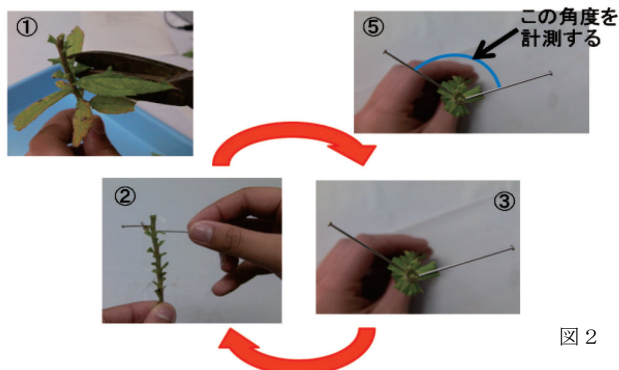
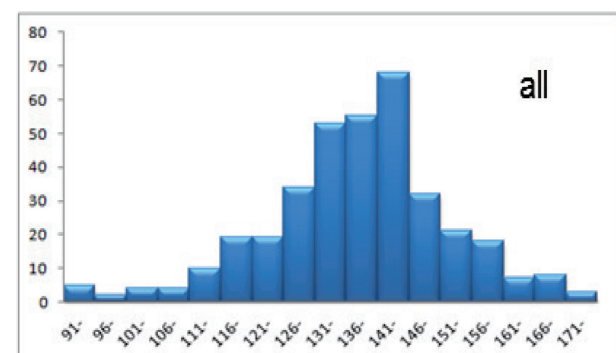
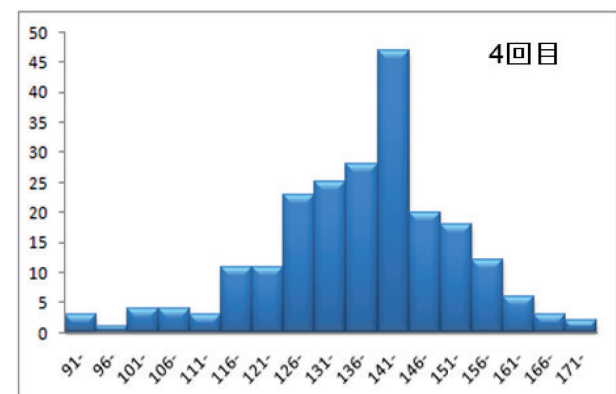
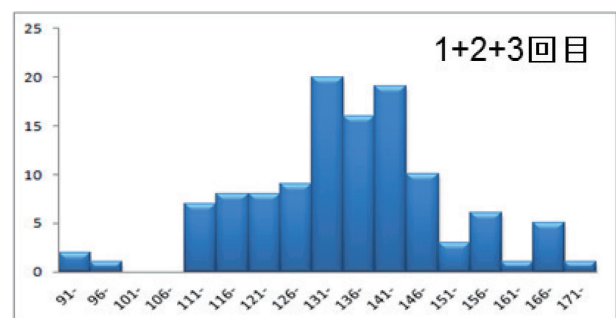


図2

つ目の付け根に、針を葉の中心に沿うように刺す。次に、茎の真上から写真撮影を行う。以上の操作を、全ての葉の付け根に対して繰り返す(図2)。撮影した写真を使って、葉と葉の間の角を計測する。

3.4 実験結果

以下のグラフは、縦軸は調べた葉と葉の間の数、横軸は角度を表している。



4回目: 平均値 138.14° 中央値 140°

4. 考察

以前は、「セイタカアワダチソウの葉のつ

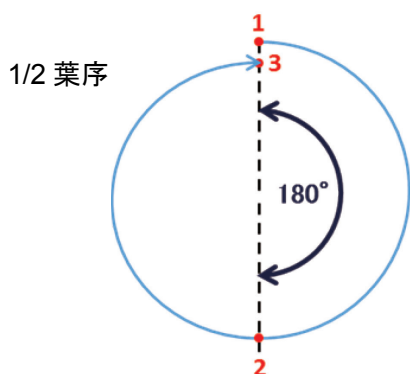
き方は黄金角に従っている」と考察で結論付けていた。

しかしこの研究の間、黄金比と植物に関する本やソースを調べているうちに、セイタカアワダチソウの葉と葉の間の角は、黄金角よりも「フィボナッチ数列に関する葉序」の方がより近いのではないかと思われるようになった。

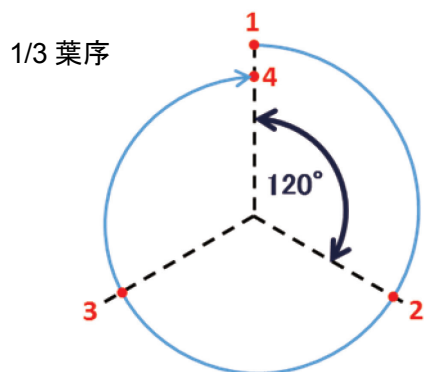
ここで、フィボナッチ数列に関する葉序について説明する。

このフィボナッチ数列に関する葉序は、葉序の配列がフィボナッチ数列に出現する数によって成り立っている。

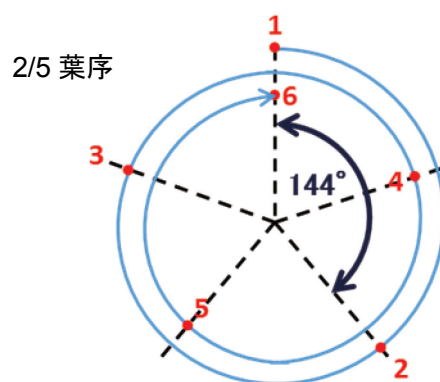
例として、1/2 葉序、1/3 葉序、2/5 葉序、3/8 葉序、5/13 葉序などがあげられる。



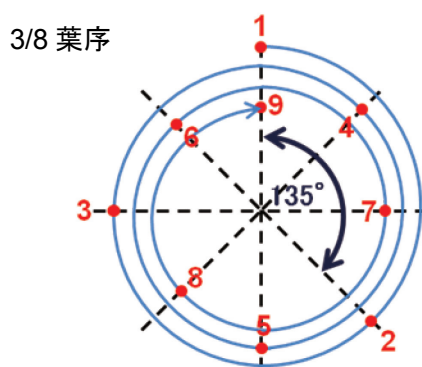
1枚目の葉が2枚目の葉と1回転で重なる。
回転角は 180°



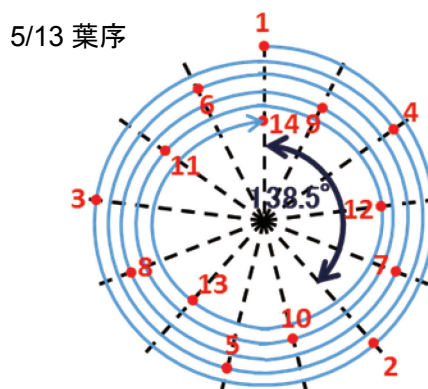
1枚目の葉が3枚目の葉と1回転で重なる。
回転角は 120°



1枚目の葉が6枚目の葉と2回転で重なる。
回転角は 144°



1枚目の葉と9枚目の葉が3回転で重なる。
回転角は 135°



1枚目の葉と14枚目の葉が5回転で重なる。
回転角は 138.45°

これらの葉序は、前の葉と次の葉の間の角度と 360° から回転角を引いた値の比がそれぞれ

1:1 1:2 2:3 3:5 5:8

となっていて、これは $1:\phi$ に、つまり黄金角に収束する。

今回、中央値は 138.14° となった。これは、黄金角の回転角の理論値 137.5° よりも、フィボナッチ数列に関する葉序の、5/13 葉序の回転角の理論値である 138.45° と近似している。従って、セイタカアワダチソウの葉序の配列には、黄金角よりも、13 枚の葉が 5 回転すると 14 枚目が 1 枚目の葉に重なるという 5/13 葉序の方が近似しているとみられる。

このフィボナッチ数列に関する葉序は、1 周期にかかわる枚数が多くなればなるほど、その回転角は、黄金角に近づいていくという性質がある。そのため、セイタカアワダチソウは進化の過程で、回転角が黄金角に近づいていっているのではないかと考えられる。

また、花と葉は茎の先端(シュート)で同じように発生する。キク科の植物は、花がささっている台座(総苞)が、平面である。花は平面上に敷き詰めることができるが、セイタカアワダチソウの葉は、茎に立体的に配置される。茎から葉の芽がでるとき、葉の回転角は黄金角でも、葉と葉を立体的に配列するとき、つまりセイタカアワダチソウが成長するときに環境などの要因で、黄金角からずれたのではないか。

■立てられた仮説のまとめ

① セイタカアワダチソウの葉序は、フィボナッチ数列に関する葉序である 5/13 葉序に従っている。現在の葉序は進化の過程において光を得やすい黄金角に近づく過程なのではないか。(或いはそれ以上黄金角に近づく必要がない何らかの要因があると考えられる)

② セイタカアワダチソウの葉序は、もともと黄金角だったが、環境などの要因により黄金角からずれ、フィボナッチ数列に関する葉序に近似したのではないか。

5. 今後の展望

今回のデータの最頻値は 141° であった。平均値こそ 5/13 葉序の回転角に近かったものの、最頻値は 5/13 葉序とは少し離れた数値になっている。このような結果になった理由を調べたいと思う。考察において、複数の仮説を立てることができたため、今後その検証を立証するために、シュートでの葉の発生状況を顕微鏡で観察し、5/13 葉序が環境に左右されたものでなく、本当に正しいのかを標本数を増やす、できるだけ周囲に障害物のない場所で標本を採集する、いくつかの地点で標本を採集するなどの方法で確認したいと思う。また、どこで葉と葉の間の角度が決まるのか、その植物の共通点を調べたいと思う。

6. 参考文献

- [1]「黄金比 自然と芸術にひそむもつとも不思議な数の話」, スコット・オルセン著, 藤田優里子訳, 創元社, 2009
- [2]「不思議な数列 フィボナッチの秘密」, アルフレッド・S・ポザマンティエ, イングルマル・レーマン著, 松浦俊輔訳, 日経 PB 社, 2010
- [3]「フィボナッチ数列と葉序 - 大日本図書」
www.dainippon-tosho.co.jp/mathlab/flash/no_002/math2.html

7. 謝辞

これまで私達を指導してくださった櫻井先生、数学的な面において相談にのって下さった河合先生、佐藤先生に、感謝の意を示します。