

カプレカー変換に関する考察(3)

4年A組 市田 美玲
指導教員 川口 慎二

1. 要約

サイエンス研究会数学班 4年生はカプレカー変換について学習している。今回はカプレカー定数と、7桁のカプレカー変換について考察した。また、7桁における、循環までの過程をまとめたので紹介する。

キーワード カプレカー変換、カプレカー定数、循環、収束

2. 研究の背景と目的

カプレカー変換とは自然数において、各桁の数字を並びかえて作ることのできる最大の数から最小の数を引く操作のことである。この変換を続けると1つの値に収束するか、複数の値で循環することが知られている。しかし、どのような場合に収束あるいは循環が表れるのか、どのような値を経て収束、循環にたどりつくのか、カプレカー定数はどのような値なのかは明らかになっていない。

そこで、今回は7桁のカプレカー変換における循環の過程、カプレカー定数についての考察をまとめた。なお、2, 3, 4, 5, 6桁の場合については、参考文献[1], [2]にまとめている。

3. 研究内容

3. 1 基本事項

■ソート

各桁の数字を並びかえて、最大の数にする操作をいう。

■カプレカー定数

1回の変換によって、値が変化しない自然数のことをいう。

ただし、ぞろ目は最初の変換で0になるので、除いて考える。また、 n 桁の変換を考える際に変換により1桁減ってしまったとしても、 n 桁とみなして考える。

3. 2 カプレカー定数についての考察

これまでの研究で3, 4, 6桁のカプレカー定数は、495, 6174, 549945, 631764であることを示した。495と549945, 6174と631764はそれぞれ各桁の数字が似ている。そこで、この2つのパターンを考察し、さらに大きい桁数のカプレカー定数を予想できるのではないかと考えた。

3.2.1 495, 549945

495, 549945の変換の筆算はそれぞれ次のようになる。

$$\begin{array}{r}
9\ 5\ 4 \\
- 4\ 5\ 9 \\
\hline
4\ 9\ 5
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
9\ 9\ 5\ 5\ 4\ 4 \\
- 4\ 4\ 5\ 5\ 9\ 9 \\
\hline
5\ 4\ 9\ 9\ 4\ 5
\end{array}$$

筆算 1 筆算 2

筆算 1, 2 より、繰り下がりも含めた式で各位の計算を表すと、

$$\begin{aligned}
4-9+10=5, & \quad 4-9-1+10=4, \\
9-4=5, & \quad 9-4-1=4
\end{aligned}$$

の 4 つの式になり、変換を筆算で表記したとき 4, 5, 9 しか表れないようになっている。このようなカプレカ一定数を考察するために、一般化を行った。

各桁の数が 4, 5, 9 である n 桁のカプレカ一定数のソート後の値を $\langle a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1 \rangle$,

$$\begin{array}{r}
a_n \quad a_{n-1} \quad \dots \quad a_{n-k+1} \quad a_{n-k} \quad \dots \quad a_{k+1} \quad a_k \quad \dots \quad a_2 \quad a_1 \\
- a_1 \quad a_2 \quad \dots \quad a_k \quad a_{k+1} \quad \dots \quad a_{n-k} \quad a_{n-k+1} \quad \dots \quad a_{n-1} \quad a_n \\
\hline
p_n \quad p_{n-1} \quad \dots \quad p_{n-k+1} \quad p_{n-k} \quad \dots \quad p_{k+1} \quad p_k \quad \dots \quad p_2 \quad p_1
\end{array}$$

筆算 3

$$\begin{array}{r}
9 \quad a_{n-1} \quad \dots \quad a_{n-k+1} \quad a_{n-k} \quad \dots \quad 5 \quad 4 \quad \dots \quad a_2 \quad 4 \\
- 4 \quad a_2 \quad \dots \quad 4 \quad 5 \quad \dots \quad a_{n-k} \quad a_{n-k+1} \quad \dots \quad a_{n-1} \quad 9 \\
\hline
5 \quad p_{n-1} \quad \dots \quad p_{n-k+1} \quad p_{n-k} \quad \dots \quad p_{k+1} \quad p_k \quad \dots \quad p_2 \quad 5
\end{array}$$

筆算 4

p_k の位において、 $4 = a_k < a_{k+1} \leq a_{n-k+1}$ より、 $a_{n-k+1} = 5$ または $a_{n-k+1} = 9$ である。

$a_{n-k+1} = 5$ のとき、繰り下がり を考慮すると $p_k = 4 - 5 + 10 - 1 = 8$ より、適さない。

$a_{n-k+1} = 9$ のとき、 $p_k = 4 - 9 + 10 - 1 = 4$ より適する。

したがって、 $a_{n-k+1} = 9$ であり、 $p_k = 4$ とわかる。

また、 p_{n-k} の位において、 $5 = a_{k+1} \leq a_{n-k}$

変換後の値を $\langle p_n p_{n-1} \dots p_2 p_1 \rangle$ とおく。ただ

し、ここでは $n \geq 7$ として、 $a_n > a_1$ かつ

$$9 \geq a_n \geq a_{n-1} \geq \dots \geq a_2 \geq a_1 \geq 4$$

かつ $a_1, a_2, \dots, a_n, p_1, p_2, \dots, p_n \in \{4, 5, 9\}$ とする。

変換の結果を筆算で表すと筆算 3 のようになる。

条件より $a_n = 9$, $a_1 = 4$ となり、 $p_n = 9 - 4 = 5$, $p_1 = 4 - 9 + 10 = 5$ となる。

ここで、 $a_k = 4, a_{k+1} = 5$ とおくと計算結果は筆算 4 のようになる。

より、 $a_{n-k} = 5$ または $a_{n-k} = 9$ である。

$a_{n-k} = 5$ のとき、 $p_{n-k} = 5 - 5 + 10 - 1 = 9$ より適する。

$a_{n-k} = 9$ のとき、 $p_{n-k} = 9 - 5 - 1 = 3$ より適さない。

したがって、 $a_{n-k} = 5$ であり $p_{n-k} = 9$ 。

このとき、 $p_{n-k+1} = 9 - 4 - 1 = 4$,

$$p_{k+1} = 5 - 5 + 10 - 1 = 9$$

となり、それぞれ適する。

さらに、 a_1 から a_k までが4、 a_{k+1} から a_{n-k} までが5、 a_{n-k+1} から a_n までが9であるとわかるので、筆算で表すと次のようになる。ここで、9…9のように…の両端が同じ数のとき、…の間にある数はすべて両端の数（この場合は9）であることを表わしている。

$$\begin{array}{r} 9 \dots 9 \ 9 \ 5 \dots 5 \ 4 \dots 4 \ 4 \\ - 4 \dots 4 \ 4 \ 5 \dots 5 \ 9 \dots 9 \ 9 \\ \hline 5 \dots 5 \ 4 \ 9 \dots 9 \ 4 \dots 4 \ 5 \end{array}$$

筆算 5

筆算 5 より、9 と 4、5 と 9 はそれぞれ同じ個数だけあるから、4, 5, 9 はすべて同じ個数である必要がある。

以上から、各桁の数が 4, 5, 9 であるカプレカー一定数は

$$5 \dots 549 \dots 94 \dots 45$$

であり、4, 5, 9 は同じ個数であることが示された。

さらに、4, 5, 9 が同じ個数あればよいので、 $3k$ 桁（ただし、 k は自然数）のカプレカー一定数は存在することがわかる。

3.2.2 6174, 631764

6174 と 631764 の変換の筆算は次のようになる。

$$\begin{array}{r} 7 \ 6 \ 4 \ 1 \quad 7 \ 6 \ 6 \ 4 \ 3 \ 1 \\ - 1 \ 4 \ 6 \ 7 \quad - 1 \ 3 \ 4 \ 6 \ 6 \ 7 \\ \hline 6 \ 1 \ 7 \ 4 \quad 6 \ 3 \ 1 \ 7 \ 6 \ 4 \end{array}$$

筆算 6

筆算 7

筆算 6, 7 より 631764 は 6174 に 3, 6 を挿入した数であるということがわかる。

筆算 7 において、各桁の計算を見ると、下 1, 3 桁目、上 1, 3 桁目、つまり、筆算 6 と共通する 1, 4, 6, 7 は、ソートして変換すると 6, 1, 7, 4 が現れる。

残りの桁である 3, 6 も同様に変換後の数に 6, 3 が表れる。

したがって、631764 に 3, 6 を挿入しても、ソート後の値の各桁の数が変換後現れる。つまり、63317664 を変換すると、

$$76664331 - 13346667 = 63317664$$

となり、8 桁のカプレカー一定数となる。

筆算 6, 7 と同様に筆算を行うと、次のようになる。

$$\begin{array}{r} 7 \ 6 \dots 6 \ 6 \ 4 \ 3 \dots 3 \ 1 \\ - 1 \ 3 \dots 3 \ 4 \ 6 \ 6 \dots 6 \ 7 \\ \hline 6 \ 3 \dots 3 \ 1 \ 7 \ 6 \dots 6 \ 4 \end{array}$$

筆算 8

したがって、カプレカー一定数は

$$63 \dots 3176 \dots 64$$

と表せる。

さらに、6174 から 3, 6 の 2 つずつを挿入して加えていくので、 $2k+2$ 桁（ただし、 k は自然数）のカプレカー一定数は存在することになる。

3.3 カプレカー一定数と収束

自然数は変換を繰り返けるとある数で循環するか、カプレカー一定数で収束するかのどちらかにたどり着くことが知られている。

3.2 節より、 $3k$ 桁、 $2k+2$ 桁のカプレカー一定数が存在するので、 $3k$ 桁、 $2k+2$ 桁ではこれらのカプレカー一定数に収束する数があることがわかる。

3. 4 7桁のカプレカー変換

任意の7桁のソート後の数を $\langle abcdefg \rangle$ とおく。ただし a, b, c, d, e, f, g は整数として、 $a \geq b \geq c \geq d \geq e \geq f \geq g \geq 0$, $a > g$, とする。

変換を筆算で表すと、筆算9のようになる。

4. 考察

4. 1 変換を続けるとどうなるのか

任意の7桁の数 $\langle abcdefg \rangle$ について、変換を繰り返すとどのような数になるのかを考える。

$\langle abcdefg \rangle$ を変換すると筆算9より、
 $999999(a-g) + 99990(b-f) + 9000(c-e)$ となる。

ここから、変換後の値は $a-g$, $b-f$, $c-e$ の値によって決まることがわかる(ただし、 $a-g \geq b-f \geq c-e$)。そこで、この値によって場合分けし、変換を繰り返し

$$\begin{array}{rcccccccc}
 & a & b & c & d & e & f & g \\
 - & g & f & e & d & c & b & a \\
 \hline
 & a-g & b-f & c-e-1 & 9 & e-c+9 & f-b+9 & g-a+10
 \end{array}$$

筆算9

5. 今後の課題

今回、カプレカー定数と収束、7桁のカプレカー変換について、自ら考察することができた。しかし、収束、循環の過程の値についての考察は十分にはできなかった。また、今回は計算機を用いながら、自分で計算をまとめたことで、効率よく作業する

行った。

すると、すべて7桁の自然数は変換を繰り返していくと、

$$\begin{aligned}
 & 8649432 \rightarrow 7519743 \rightarrow 8429652 \\
 & \rightarrow 7619773 \rightarrow 8439552 \rightarrow 7509843 \\
 & \rightarrow 9529641 \rightarrow 8719722
 \end{aligned}$$

という循環節で循環することがわかり、7桁のカプレカー定数は存在しないことも確かめられた。また、最大で13回の変換で循環にたどり着くということが明らかになった。

4. 2 収束、循環の過程

7桁の循環の過程を表す表を後半に附した。変換後の値は $a-g$, $b-f$, $c-e$ の値によって決まるため、変換後の値は $a-g$, $b-f$, $c-e$ の値の組み合わせにより、それから先の変換の様子が決まる。その変換の様子を調べたものである。影のついた部分は、上述の循環節に入ったことを示している。最大13回の変換により、循環節に入ることが確認できる。

ことができた。今後はさらにカプレカー定数を詳しく考察することでどのような桁数のときに収束がおこるのかということをも明らかにしていきたい。

6. 参考文献

- [1] 「カプレカー変換に関する考察」, 市田美玲, 2013年度奈良女子大学附属中等教育学校サイエンス研究会生徒研究論文集
- [2] 「カプレカー変換に関する考察(2)」, 市田美玲, 2014年度奈良女子大学附属中等教育学校サイエンス研究会生徒研究論文集

7. 謝辞

今回の研究にあたりご指導くださった顧問の川口先生、ありがとうございました。また、サイエンス研究会の先輩、後輩の方々にもご協力いただきました。ありがとうございました。

a-g	b-f	c-e	1回目	2回目	3回目	4回目	5回目	6回目	7回目	8回目	9回目	10回目	11回目	12回目	13回目
1	0	0	999999	8999991	8099982	9709821	9859311	8849412	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843
1	1	0	1099989	9809811	9869211	8859312	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432
1	1	1	1109889	9869211	8859312	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743
2	0	0	1999998	8099982	9709821	9859311	8849412	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641
2	1	0	2099988	9709821	9859311	8849412	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722
2	1	1	2109888	9759321	8739522	7639533	6429654	7219773	8539542	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652
2	2	0	2199978	8719722	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652
2	2	1	2209878	9659331	8629632	7629633	7429653	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432
2	2	2	2219778	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652	7619733
3	0	0	2999997	7199973	8619732	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432
3	1	0	3099987	9619731	8839512	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743
3	1	1	3109887	9749421	8729622	7649433	6419754	8319762	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843
3	2	0	3199977	8619732	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743
3	2	1	3209877	9639531	8629632	7629633	7429653	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432
3	2	2	3219777	8539542	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722
3	3	0	3299967	7629633	7429653	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652
3	3	1	3309867	9539541	8609832	9649431	8619732	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641
3	3	2	3319767	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722
3	3	3	3329667	7429653	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652	7619733
4	0	0	3999996	6299964	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652
4	1	0	4099986	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743
4	1	1	4109886	9739521	8739522	7639533	6429654	7219773	8539542	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652
4	2	0	4199976	8529642	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552	7509843
4	2	1	4209876	9629631	8729622	7649433	6419754	8319762	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843
4	2	2	4219776	8529642	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552	7509843
4	3	0	4299966	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652	7619733
4	3	1	4309866	9519741	8829612	8659332	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432
4	3	2	4319766	8419752	8629632	7629633	7429653	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432
4	3	3	4329666	7319763	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641
4	4	0	4399956	6539544	6209874	9629631	8729622	7649433	6419754	8319762	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733
4	4	1	4409856	9409851	9839511	8849412	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722
4	4	2	4419756	8319762	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743
4	4	3	4429656	7219773	8539542	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641
4	4	4	4439556	6209874	9629631	8729622	7649433	6419754	8319762	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552
5	0	0	4999995	5399955	6439554	6209874	9629631	8729622	7649433	6419754	8319762	8639532	7529643	7419753	8429652
5	1	0	5099985	9439551	8609832	9649431	8619732	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641
5	1	1	5109885	9729621	8749422	7629633	7429653	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432
5	2	0	5199975	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722
5	2	1	5209875	9619731	8839512	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743
5	2	2	5219775	8519742	8629632	7629633	7429653	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432
5	3	0	5299965	7439553	6409854	9409851	9839511	8849412	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843
5	3	1	5309865	9509841	9839511	8849412	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722
5	3	2	5319765	8409852	9639531	8629632	7629633	7429653	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722
5	3	3	5329665	7309863	9539541	8609832	9649431	8619732	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843

a-g	b-f	c-e	1回目	2回目	3回目	4回目	5回目	6回目	7回目	8回目	9回目	10回目	11回目	12回目	13回目
5	4	0	5399955	6439554	6209874	9629631	8729622	7649433	6419754	8319762	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733
5	4	1	5409855	9399951	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743
5	4	2	5419755	8299962	7729623	7539543	6409854	9409851	9839511	8849412	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733
5	4	3	5429655	7199973	8619732	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432
5	4	4	5439555	6099984	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432
5	5	0	5499945	5539545	6099984	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722
5	5	1	5509845	9399951	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743
5	5	2	5519745	8299962	7729623	7539543	6409854	9409851	9839511	8849412	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733
5	5	3	5529645	7199973	8619732	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432
5	5	4	5539545	6099984	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432
5	5	5	5549445	5109885	9729621	8749422	7629633	7429653	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722
6	0	0	5999994	5399955	6439554	6209874	9629631	8729622	7649433	6419754	8319762	8639532	7529643	7419753	8429652
6	1	0	6099984	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743
6	1	1	6109884	9739521	8739522	7639533	6429654	7219773	8539542	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652
6	2	0	6199974	8529642	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552	7509843
6	2	1	6209874	9629631	8729622	7649433	6419754	8319762	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843
6	2	2	6219774	8529642	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552	7509843
6	3	0	6299964	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652	7619733
6	3	1	6309864	9519741	8829612	8659332	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432
6	3	2	6319764	8419752	8629632	7629633	7429653	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432
6	3	3	6329664	7319763	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641
6	4	0	6399954	6539544	6209874	9629631	8729622	7649433	6419754	8319762	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733
6	4	1	6409854	9409851	9839511	8849412	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722
6	4	2	6419754	8319762	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743
6	4	3	6429654	7219773	8539542	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641
6	4	4	6439554	6209874	9629631	8729622	7649433	6419754	8319762	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552
6	5	0	6499944	5549445	5109885	9729621	8749422	7629633	7429653	7429653	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843
6	5	1	6509844	9409851	9839511	8849412	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722
6	5	2	6519744	8319762	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743
6	5	3	6529644	7219773	8539542	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641
6	5	4	6539544	6209874	9629631	8729622	7649433	6419754	8319762	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552
6	5	5	6549444	5209875	9619731	8839512	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432
6	6	0	6599934	6539544	6209874	9629631	8729622	7649433	6419754	8319762	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733
6	6	1	6609834	9519741	8829612	8659332	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432
6	6	2	6619734	8419752	8629632	7629633	7429653	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432
6	6	3	6629634	7319763	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641
6	6	4	6639534	6319764	8419752	8629632	7629633	7429653	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722
6	6	5	6649434	6219774	8529642	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552
6	6	6	6659334	6319764	8419752	8629632	7629633	7429653	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722
7	0	0	6999993	6299964	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652
7	1	0	7099983	9619731	8839512	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743
7	1	1	7109883	9749421	8729622	7649433	6419754	8319762	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843
7	2	0	7199973	8619732	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743
7	2	1	7209873	9639531	8629632	7629633	7429653	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432

a-g	b-f	c-e	1回目	2回目	3回目	4回目	5回目	6回目	7回目	8回目	9回目	10回目	11回目	12回目	13回目
7	2	2	7219773	8539542	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722
7	3	0	7299963	7629633	7429653	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652
7	3	1	7309863	9539541	8609832	9649431	8619732	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641
7	3	2	7319763	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722
7	3	3	7329663	7429653	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652	7619733
7	4	0	7399953	6639534	6319764	8419752	8629632	7629633	7429653	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641
7	4	1	7409853	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743
7	4	2	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552	7509843
7	4	3	7429653	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552
7	4	4	7439553	6409854	9409851	9839511	8849412	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641
7	5	0	7499943	6549444	5209875	9619731	8839512	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722
7	5	1	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743
7	5	2	7519743	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552	7509843
7	5	3	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552
7	5	4	7539543	6409854	9409851	9839511	8849412	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641
7	5	5	7549443	6309864	9519741	8829612	8659332	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722
7	6	0	7599933	6639534	6319764	8419752	8629632	7629633	7429653	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641
7	6	1	7609833	9539541	8609832	9649431	8619732	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641
7	6	2	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722
7	6	3	7629633	7429653	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652	7619733
7	6	4	7639533	6429654	7219773	8539542	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552	7509843
7	6	5	7649433	6419754	8319762	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432
7	6	6	7659333	6429654	7219773	8539542	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552	7509843
7	7	0	7699923	7629633	7429653	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652
7	7	1	7709823	9639531	8629632	7629633	7429653	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432
7	7	2	7719723	8539542	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722
7	7	3	7729623	7539543	6409854	9409851	9839511	8849412	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843
7	7	4	7739523	7439553	6409854	9409851	9839511	8849412	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843
7	7	5	7749423	7429653	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652	7619733
7	7	6	7759323	7439553	6409854	9409851	9839511	8849412	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843
7	7	7	7769223	7539543	6409854	9409851	9839511	8849412	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843
8	0	0	7999992	7199973	8619732	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432
8	1	0	8099982	9709821	9859311	8849412	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722
8	1	1	8109882	9759321	8739522	7639533	6429654	7219773	8539542	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652
8	2	0	8199972	8719722	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652
8	2	1	8209872	9659331	8629632	7629633	7429653	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432
8	2	2	8219772	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652	7619733
8	3	0	8299962	7729623	7539543	6409854	9409851	9839511	8849412	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552
8	3	1	8309862	9649431	8619732	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432
8	3	2	8319762	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652
8	3	3	8329662	7629633	7429653	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652
8	4	0	8399952	7639533	6429654	7219773	8539542	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552
8	4	1	8409852	9639531	8629632	7629633	7429653	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432
8	4	2	8419752	8629632	7629633	7429653	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743

a-g	b-f	c-e	1回目	2回目	3回目	4回目	5回目	6回目	7回目	8回目	9回目	10回目	11回目	12回目	13回目
8	4	3	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641
8	4	4	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432
8	5	0	8499942	7549443	6309864	9519741	8829612	8659332	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641
8	5	1	8509842	9639531	8629632	7629633	7429653	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432
8	5	2	8519742	8629632	7629633	7429653	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743
8	5	3	8529642	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641
8	5	4	8539542	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432
8	5	5	8549442	7409853	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432
8	6	0	8599932	7639533	6429654	7219773	8539542	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552
8	6	1	8609832	9649431	8619732	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432
8	6	2	8619732	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652
8	6	3	8629632	7629633	7429653	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652
8	6	4	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652	7619733
8	6	5	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552
8	6	6	8659332	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652	7619733
8	7	0	8699922	7729623	7539543	6409854	9409851	9839511	8849412	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552
8	7	1	8709822	9659331	8629632	7629633	7429653	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432
8	7	2	8719722	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652	7619733
8	7	3	8729622	7649433	6419754	8319762	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722
8	7	4	8739522	7639533	6429654	7219773	8539542	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552
8	7	5	8749422	7629633	7429653	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652
8	7	6	8759322	7639533	6429654	7219773	8539542	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552
8	7	7	8769222	7649433	6419754	8319762	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722
8	8	0	8799912	8719722	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652
8	8	1	8809812	9759321	8739522	7639533	6429654	7219773	8539542	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652
8	8	2	8819712	8759322	7639533	6429654	7219773	8539542	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652	7619733
8	8	3	8829612	8659332	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652
8	8	4	8839512	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652	7619733
8	8	5	8849412	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652
8	8	6	8859312	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652	7619733
8	8	7	8869212	8659332	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652
8	8	8	8879112	8759322	7639533	6429654	7219773	8539542	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652	7619733
9	0	0	8999991	8099982	9709821	9859311	8849412	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641
9	1	0	9099981	9809811	9869211	8859312	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432
9	1	1	9109881	9869211	8859312	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743
9	2	0	9199971	8819712	8759322	7639533	6429654	7219773	8539542	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652
9	2	1	9209871	9859311	8849412	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432
9	2	2	9219771	8849412	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743
9	3	0	9299961	8729622	7649433	6419754	8319762	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641
9	3	1	9309861	9849411	8839512	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743
9	3	2	9319761	8839512	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652
9	3	3	9329661	8729622	7649433	6419754	8319762	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641
9	4	0	9399951	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652
9	4	1	9409851	9839511	8849412	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432

a-g	b-f	c-e	1回目	2回目	3回目	4回目	5回目	6回目	7回目	8回目	9回目	10回目	11回目	12回目	13回目
9	4	2	9419751	8829612	8659332	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743
9	4	3	9429651	8719722	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652
9	4	4	9439551	8609832	9649431	8619732	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722
9	5	0	9499941	8549442	7409853	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722
9	5	1	9509841	9839511	8849412	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432
9	5	2	9519741	8829612	8659332	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743
9	5	3	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652
9	5	4	9539541	8609832	9649431	8619732	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722
9	5	5	9549441	8509842	9639531	8629632	7629633	7429653	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722
9	6	0	9599931	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652
9	6	1	9609831	9849411	8839512	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743
9	6	2	9619731	8839512	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652
9	6	3	9629631	8729622	7649433	6419754	8319762	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641
9	6	4	9639531	8629632	7629633	7429653	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743
9	6	5	9649431	8619732	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743
9	6	6	9659331	8629632	7629633	7429653	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743
9	7	0	9699921	8729622	7649433	6419754	8319762	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641
9	7	1	9709821	9859311	8849412	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432
9	7	2	9719721	8849412	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743
9	7	3	9729621	8749422	7629633	7429653	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743
9	7	4	9739521	8739522	7639533	6429654	7219773	8539542	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652	7619733
9	7	5	9749421	8729622	7649433	6419754	8319762	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641
9	7	6	9759321	8739522	7639533	6429654	7219773	8539542	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652	7619733
9	7	7	9769221	8749422	7629633	7429653	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743
9	8	0	9799911	8819712	8759322	7639533	6429654	7219773	8539542	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652
9	8	1	9809811	9869211	8859312	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743
9	8	2	9819711	8869212	8659332	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743
9	8	3	9829611	8859312	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652
9	8	4	9839511	8849412	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743
9	8	5	9849411	8839512	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652
9	8	6	9859311	8849412	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743
9	8	7	9869211	8859312	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743	8429652
9	8	8	9879111	8869212	8659332	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743
9	9	0	9899901	9809811	9869211	8859312	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432
9	9	1	9909801	9979101	9879111	8869212	8659332	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722
9	9	2	9919701	9879111	8869212	8659332	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432
9	9	3	9929601	9869211	8859312	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743
9	9	4	9939501	9859311	8849412	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432
9	9	5	9949401	9849411	8839512	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743
9	9	6	9959301	9859311	8849412	8639532	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432
9	9	7	9969201	9869211	8859312	8649432	7519743	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432	7519743
9	9	8	9979101	9879111	8869212	8659332	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722	8649432
9	9	9	9989001	9979101	9879111	8869212	8659332	7529643	7419753	8429652	7619733	8439552	7509843	9529641	8719722