○×ゲームの決着をつけよう！

２年Ｃ組　川野 聡真
指導教員　川口 慎二

１．要約

○×ゲームとは２人で先攻と後攻を決め、先攻は○，後攻は×を 3×3 の格子にそれぞれ書き込んでいき、縦・横・斜めに記号を揃えた方が勝ちというゲームである。ここでは、n 番目に置く記号を○n，×n のように表記している。

キーワード　○×ゲーム、確率、引き分け

２．研究の背景と目的

○×ゲームは 3×3 の格子で行うと引き分けになる確率が大きく、決着がつかない。そこで私は条件を加えて「引き分けをなくす」ことと、「○と×の勝率を同じにする」ことを目的とし、この研究を行った。

３．研究内容

３－１　3×3 以外の格子・その１

条件 1　縦 3×横 4 の格子にする

＜ルール＞ 3×3 のときと同様に、縦・横・斜めに 3 つ記号を揃えた方が勝ちとする。

＜検証方法＞

(1) ○1 を 1 番上の行の左端に置く。×1 を、○1 を置いたマス以外のすべてのマスに置く。

(2) ○1 を中央の行の左端に置く。×1 を、○1 を置いたマス以外のすべてのマスに置く。

(3) ○1 を中央の行の左から 2 番目のマスに置く。×1 を、○1 を置いたマス以外のすべてのマスに置く。

(4) ○1 を 1 番上の行の中央のマスに置く。×1 を、○1 を置いたマス以外のすべてのマスに置く。

検証をしていく上で、例えば検証(1)であれば、○1 を 1 番上の行の左端に置いたとき、×1 の置き方は 3×4－1＝11（通り）あるため、その 11 通りすべての場合の○と×の勝つ確率を調べた。また今回は、○2 を置く場所を必ず○1 の縦・横・斜めにしか置かないようにした。したがって、○2 を置く場所は限られており、最高でも 8 通りである。この○2 に対する×2 の置き場所は限定されている。すると、○3 の置き方には 2 つの方法が考えられる。

①残っている 8 マスのうち、自由な場所に置く。

②×1 と×2 が縦・横・斜めにそろっており、場所が限定されている。

①の場合は残っている 8 マスのうち○が勝つのに有利な場所に置く。

＜検証結果＞

それぞれの場合について、例を示す。

(1) ○1 を 1 番上の行の左端に置く。

○1	×1		
○3	○2		
		×2	

○の勝ち

○1	×1		
○2	○3		
×2			

○の勝ち

(2) ○1 を中央の行の左端に置く。

×1	○3	○4	
○1	○2	×2	
	×3		

○の勝ち

			○3
○1	○2	×2	
	×1	×3	

×の勝ち

(3) ○1 を中央の行の左から 2 番目に置く。

○2	○3		
×1	○1		
		×2	

○の勝ち

	○3		
○2	○1	×2	
×1	×3		

×の勝ち

(4) ○1を1番上の行の左から2番目に置く。

	○1		
×1	○2	○3	
	×2		

○の勝ち

×1	○1	○2	×2
		○3	

○の勝ち

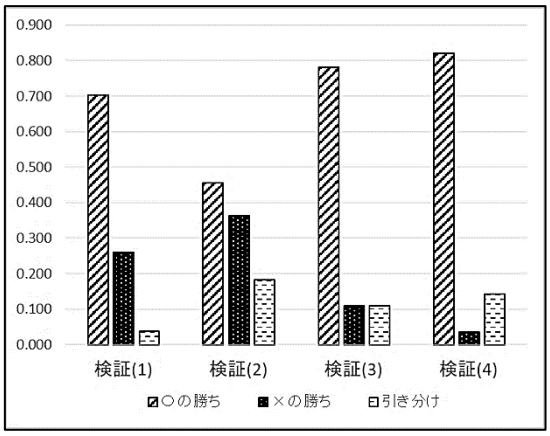

図１　条件１の検証結果（勝率）

3－2　3×3 以外の格子・その２

条件２　縦 3×横 5 の格子にする。

＜ルール＞は 3－1 節と同様とする。

＜検証方法＞

以下のすべての場合において、×1 は、○1 を置いたマス以外のすべてのマスに置いて調べる。

(5) ○1 を 1 番上の行の左端に置く。

(6) ○1 を 1 番上の行の左から 2 番目に置く。

(7) ○1 を 1 番上の行の中央に置く。

(8) ○1 を中央の行の左端に置く。

(9) ○1 を中央の行の左から 2 番目のマスに置く。

(10) ○1 を中央のマスに置く。

＜検証結果＞

それぞれの場合について、例を示す。

(5) ○1 を 1 番上の行の左端に置く。

○1	○2	×2		
×1	○3			

○の勝ち

○1				
○2	×3			
×2	×1	○3		

×の勝ち

(6) ○1 を 1 番上の行の左から 2 番目に置く。

×1	○1			
	○2	○3		
	×2			

○の勝ち

○2	○1			
	○3			
	×1	×2		

×の勝ち

(7) ○1 を 1 番上の行の中央に置く。

×1		○1		
	○3	○2		
		×2		

○の勝ち

		○1		
		○2		
	×1	×2		

×の勝ち

(8)○1 を中央の行の左端に置く。

×1	×3			
○1	○2	×2		
	○3			

×の勝ち

○2	×1			
○1	○3			
×2				

○の勝ち

(9) ○1 を中央の行の左から 2 番目のマスに置く。

×1	○2			
	○1	○3		
	×2			

○の勝ち

	○2			
	○1			
	×2	×1		

×の勝ち

(10) ○1 を中央のマスに置く。

		×1	×2	
		○1		
	○2			

×の勝ち

×1	○2			
		○1	○3	
			×2	

○の勝ち

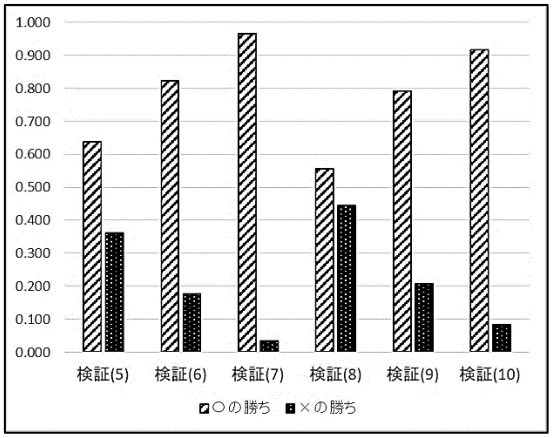

図２　条件２の検証結果（勝率）

３－３　3×3 以外の格子・その３

条件３　縦４×横４の格子にする。

＜ルール＞は３－１節と同様とする。

＜検証方法＞

以下のすべての場合において、×1 は、○1 を置いたマス以外のすべてのマスに置いて調べる。

(11) ○1 を１番上の行の左端に置く。

(12) ○1 を１番上の行の左から２番目に置く。

(13) ○1 を上から２番目の行の左端に置く。

(14) ○1 を上から２番目の行の左から２番目のマスに置く。

＜検証結果＞

それぞれの場合について、例を示す。

(11) ○1 を１番上の行の左端に置く。

○1	○2	×2	
×1	○3		

○の勝ち

○1			
	○2		
	×1	×2	

×の勝ち

(12) ○1 を１番上の行の左から２番目に置く。

×1	○1		
	○2	○3	
	×2		

○の勝ち

	○1	×3	○3
	○2	×1	
	×2		

×の勝ち

(13) ○1 を上から２番目の行の左端に置く。

×1			
○1			
○2	○3		
×2			

○の勝ち

	×1	×3	
○1	○2	×2	
			○3

×の勝ち

(14) ○1 を上から２番目の行の左から２番目のマスに置く。

×1	○1	○3	
		○2	
			×3

○の勝ち

	×1		
	○1		
	○2	○3	
	×2		

○の勝ち

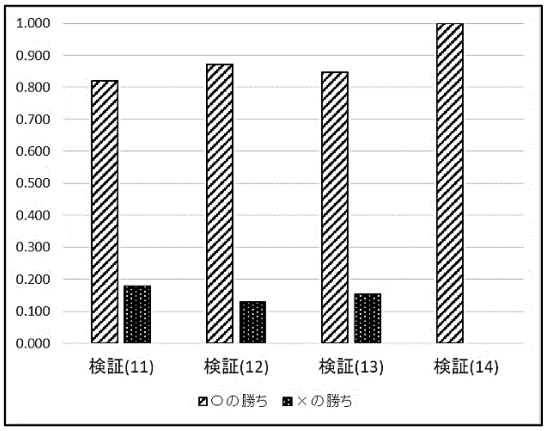

図３　条件３の検証結果（勝率）

３－４　考察

3－1 節から 3－3 節までの検証を行ったことにより、縦 3×横 5，縦 4×横 4 の格子では引き分けにならないことがわかった。

また、圧倒的に○（先手）が勝利する確率が大きかった。

４．今後の課題

圧倒的に○（先手）が勝利する確率が大きい理由を探るため、先手が不利になる状況・条件とはどのようなものかを調べたい。

また、図４のような場所に同じ記号を置くことを制限させて同様の検証を行いたい。

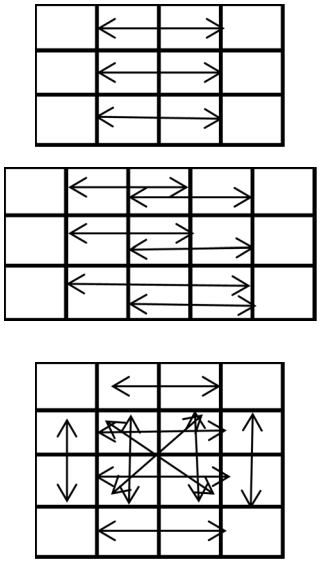

図４　同じ記号の置き場所の制限

この矢印の場所に置くことによって、その矢印の隣の部分に異なる記号がない限りその記号の勝利が確定してしまう。つまり、先手である○が圧倒的に有利になってしまう。そのため、図４のような場所に同じ記号を置くことを制限させて同検証を行い○と×の勝率が少しでも近づければなと私は考える。

５．謝辞

研究を進める過程でたくさんのアドバイスを下さった顧問の川口先生、サイエンス研究会数学班・物理班のみなさん、ありがとうございました。