

[事例] ナンバー・マジック

■対象学年：中学1年生～2年生

■内容：「文字と式」

■ねらい

「トランプの柄と数字を当てるマジックを行い、その仕組みを考える」という問題を設定し、それを文字による表現と文字式の計算という数学の問題に置き換えて考えることにより、文字の有用性を理解させる。マジックのトリックを数学的に表現することを意識させる。そのために、ワークシートを用いて、生徒が自分の思考を明確にするため、また周囲の生徒と議論するための活動時間を十分にとる。さらには、文字の有用性を生かして、自分たちで数当てのマジックを考えさせるという活動へつなげていく。

【PISA における数学的リテラシーの観点】

思考と推論	○	問題設定と問題解決	
論証	○	表現	○
コミュニケーション		記号言語、演算を用いること	○
モデル化		テクノロジーの活用	

■授業の流れ

学習活動	指導上の留意点・評価等
<p>(課題提示)</p> <p>トランプを一枚引いて、自分だけが見えるように確認する。先生は相手の選んだトランプの柄と数字をズバリと当てることができる。先生は相手に次の計算をさせて、その結果を聞いてからカードの柄と数字を当てました。</p> <p>①相手の選んだ数と、その数に1加えたものを足し合わせる。</p> <p>②①の結果を5倍する。</p> <p>③さらに、カードの種類がスペードなら6、クラブなら7、ハートなら8、ダイヤなら9を②の結果に加える。</p> <p>先生はどうやってカードの柄と数字を当てることができるのだろうか。</p> <p>また、どうしてこのトリックが成功するのだろうか。その理由を説明しよう。</p>	
<p>【1】実際にトランプを用いて、マジックを実演して状況を把握させる。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>トランプを全員に1枚ずつ引かせ、先生には見せないように柄と数字を確認する。</li> <li>自分の柄と数字を用いて、指示されたとおりに計算する。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>はじめに、トランプの柄と数字を当てるマジックをすることにより、生徒の興味や関心を喚起する。</li> <li>先生がトランプの柄と数字を当てるためには、これから行う計算が重要なカギになることを伝えておく。</li> <li>計算のステップが多いので、一つずつ確認しながら計算していく。</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>・計算結果を先生に教えると、先生は各自の選んだカードの柄と数字を当てることができる。</li> </ul> <p>予想される反応</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○どうして当たったのだろう。</li> <li>○たまたまかも知れない。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・生徒には「なぜ」という疑問が自然に起こる。これを上手くとらえて次の展開につなげる。</li> <li>・実際に、生徒の計算結果から、次々に選んだカードの柄と番号を当てて見せる。</li> </ul>
<p><b>【2】</b> 先生がトランプの柄と数字を当てた方法を考える。</p> <p>生徒の予想</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○数字を逆算したのではないか。</li> <li>○カードのすみにマークがついているのではないか。</li> <li>○数字の中にトリックがあるのではないか。</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>・カードの1の位によって、 1→スペード/2→クラブ 3→ハート /4→ダイヤ とわかることに気付かせたい。</li> </ul>	<p>☆先生がどのようにしてカードの柄と番号を当てることができたのかという方法を考える。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・生徒が自由に考える時間を十分に与える。</li> <li>・考えたことをワークシートに記入させる。また、周辺の生徒と自由に議論させる。</li> </ul> <p>☆カードの柄と1の位の関係に注目する。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・思考が進まないようであれば、カードの柄に応じて、最後に加えた数の働きについて、全体で考えてヒントとする。</li> </ul>
<p><b>【3】</b> 先生の用いたトリックが、どのカードでも応用できる理由を考える。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・文章で説明したことが、どのカードについても正しいことを、文字を利用して確認する。</li> <li>・はじめに選んだカードの数字をn、柄(に応じて決まる数)をaとして考えさせる。</li> <li>・①から③までの計算をすると、<math>10n+5+a</math>となる。これより、<math>5+a</math>の部分から1の位に柄が反映される。そこで、<math>5+a</math>を除けば、<math>10n</math>からnが容易に求められる。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・どのカードであっても同じ原理でカードを当てていることから、文字を使って説明することに気付かせたい。</li> <li>・計算結果の1の位からカードの柄が分かるので、<math>5+a</math>(aはカードによって加えた数)を引いて10で割れば、カードの数になることを、文字を利用して説明させる。</li> <li>・具体例を提示しながら説明する。</li> </ul> <p>☆文字を用いて、カードの柄と数字を当てる仕組みについて、自分で説明することができる。</p>
<p>(まとめ) 本時の学習のまとめをする。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・表現や議論、あるいは思考においていかに文字が有用であるかを確認する。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・文字を利用すると、言葉で説明するよりも簡潔に説明できることやどのような数字であっても応用できることなどを確認する。</li> <li>・授業でわかったことや気付いたことをかかせる。</li> </ul> <p>☆自分でもカード当てのトリックを考えてみようとする。</p>

## ワークシート

■ある日の放課後、S先生とTさんは、次のようなおしゃべりをしていました。2人の会話をのぞいてみましょう。

先生「先生はなんと予言ができるようになったんだ。」

Tさん「先生何いってるの？あほらしい。そんなわけないでしょ。」

先生「では、やってみよう。」

この紙に、先生に見えないように3桁の数をかいてごらん。

ただし、その両端の数は2以上の差があるようにしてね。」

Tさん「はい、書きました。」

先生「その数を逆から書いて、

両方のうち大きい方から小さい方を引いてみて。」

Tさん「はい、できました。」

先生「では、今度はその数を逆から書いて、いまの数に加えてみて。」

Tさん「えーと、できました。」

先生「いま確かに、君は好きな数を選んで計算したよね。」

だけど先生は、計算結果を前もってここに書いておいたんだよ。  
結果はこれでしょ？」

そうやって先生は、Tさんに1枚の紙を見せた。

そこには「6801」と書いてあった。

【Q1】あなたの計算結果はどうになりましたか。

S先生の予言は正しかったでしょうか。

【Q2】S先生は、Tさんがどのような3桁の数を選ぶのかわからないはずです。ではなぜS先生は、Tさんの計算結果が「1089」になるとわかっていたのでしょうか。

■トランプを一枚引いて、自分だけが見えるように確認しましょう。先生はあなたの選んだトランプの柄と数字をズバリと当てることができます。そのために、次の計算の結果を教えてください。

①あなたの選んだ数と、その数に1加えたものを足してください。

②①の結果を5倍してください。

③さらに、カードの種類がスペードなら6、クラブなら7、ハートなら8、ダイヤなら9を②の結果に加えてください。この計算の結果はいくつになりましたか？

ズバリ！ あなたの選んだカードは…

【Q3】先生はどのようにして、相手のカードの柄と数字を当てているのでしょうか。

【Q4】なぜ先生は相手の選んだカードの柄と数字を当てることができたのでしょうか。理由を説明してみよう。

【課題1】

あなたの選んだカードと隣の友達の選んだカードは柄も数字も異なるものです。友達のカードについてもこのトリックが使えることを、お互いに説明し合いながら、確認しましょう。

【課題2】自分なりのカード当てのトリックを考えて、友達と披露しましょう。