

数の世界

◆ 『壺の中』

1!=	1	
2!=	2	
3!=	6	
4!=	24	
5!=	120	
6!=	720	
7!=	5,040	
8!=	40,320	
9!=	362,880	
10!=	3,628,800	
11!=	39,916,800	
12!=	479,001,600	
13!=	6,227,020,800	←日本の人口 (2004/3/1) 1億2759万人
14!=	87,178,291,200	
15!=	1,307,674,368,000	
16!=	20,922,789,888,000	
17!=	355,687,428,096,000	
18!=	6,402,373,705,728,000	
19!=	121,645,100,408,832,000	
20!=	2,432,902,008,176,640,000	
21!=	51,090,942,171,709,400,000	
22!=	1,124,000,727,777,610,000,000	←宇宙の星の総数 (2000億×1000億)
23!=	25,852,016,738,885,000,000,000	
24!=	620,448,401,733,239,000,000,000	
25!=	15,511,210,043,331,000,000,000,000	

◆ 目標 (3時間)

- (1) 階乗が表す数を理解し、その量を点で表すことができる
- (2) 階乗の定義 (性質) を使って、表計算ソフトでその値を求めることができる
- (3) 世の中にある様々な大きな数に関心を持つ

◆ 課題

- (1) 絵本『壺の中』に出てくるものの数をグラフ用紙に表そう
- (2) 階乗の計算を表計算ソフトEXCELを使って求めよう
- (3) 大きな数と同じものを探そう
- (4) まとめ・感想

間違い発見！！EXCELの計算では、丸めていた！！ たぶん、下の値*が正しいと思われる。EXCELの計算結果は正しくないが、桁は合っているはず。このあたりの難しい話は、情報の授業か…。

1=	1	(1)
2=	2	(2)
3=	6	(3)
4=	24	(4)
5=	120	(5)
6=	720	(6)
7=	5040	(7)
8=	4,0320	(8)
9=	36,2880	(9)
10=	362,8800	(10)
11=	3991,6800	(11)
12=	4,7900,1600	(12)
13=	62,2702,0800	(13)
14=	871,7829,1200	(14)
15=	1,3076,7436,8000	(15)
16=	20,9227,8988,8000	(16)
17=	355,6874,2809,6000	(17)
18=	6402,3737,0572,8000	(18)
19=	12,1645,1004,0883,2000	(19)
20=	243,2902,0081,7664,0000	(20)
21=	5109,0942,1717,0944,0000	(21)
22=	11,2400,0727,7776,0768,0000	(22)
23=	258,5201,6738,8849,7664,0000	(23)
24=	6204,4840,1733,2394,3936,0000	(24)
25=	15,5112,1004,3330,9859,8400,0000	(25)
26=	403,2914,6112,6605,6355,8400,0000	(26)
27=	1,0888,8694,5041,8352,1607,6800,0000	(27)
28=	30,4888,3446,1171,3860,5015,0400,0000	(28)
29=	884,1761,9937,3970,1954,5436,1600,0000	(29)
30=	2,6525,2859,8121,9105,8636,3084,8000,0000	(30)
31=	82,2283,8654,1779,2281,7725,5628,8000,0000	(31)
32=	2631,3083,6933,6935,3016,7218,0121,6000,0000	(32)
33=	8,6833,1761,8811,8864,9551,8194,4012,8000,0000	(33)
34=	295,2327,9903,9604,1408,4761,8609,6435,2000,0000	(34)
35=	1,0333,1479,6638,6144,9296,6665,1337,5232,0000,0000	(35)

* <http://www.ffortune.net/kazu/kazu/kai.htm>

◆大統領選挙に出馬

参考『数学の秘かな愉しみ』K・C・コール

ロサンゼルス典型的な家族が、皆で土曜の夜に見る映画を決めようとしている。

8歳の双子ボンバルドとザンジバーは、「ポカホンタス」が見たいというが、13歳のリズベットは、「クルーレス」が見たくてたまらない。一方18歳のサグは、絶対「ウォーターワールド」と決め込んでいる。40代の親たちと継母の三人は、「アポロ13」でノスタルジアに浸ろうという魂胆なのだが、アグネスお祖母ちゃんは、胸のなかの新しいペースメーカーを恐怖映画「スピーシーズ」で試したくてうずうずしている。ビドレーお祖父さんとそのガールフレンドは、双子に味方して「ポカホンタス」がいいと言う。

見たところでは、「ポカホンタス」が4票だから勝つはずだ。この場合のように、「ポカホンタス」と「アポロ13」だけだったら、俄然多数の人が「アポロ13」を見たがるに決まっているから、この多数決制は公平でないと言ってしまう。そこで、家族が「ポカホンタス」対「アポロ13」で再投票したところ、「アポロ13」の勝ちとなった。

でもちょっと待ってと口を出したのは、やっこの投票制のからくりを感じたいらしいリズベットである。おまけにどうやらアグネスお祖母ちゃんもサグも、「アポロ13」よりはむしろ「クルーレス」を見たいのではないかとにらんだようだ。そこで今回の投票は、まるでテニスのトーナメント方式さながら勝ち抜き戦となった。まず、「ポカホンタス」対「ウォーターワールド」の試合では、「ウォーターワールド」が敗退。ついで「ポカホンタス」対「アポロ13」では、「ポカホンタス」が敗退したが、さしもの「アポロ13」も、「クルーレス」に敗れざる結果となった。

するとアグネスの頭にある考えが閃いた。もしこの試合で、最後の投票に「ポカホンタス」と「スピーシーズ」が残るように持っていけばどうだろう？ そういう条件なら「スピーシーズ」が勝に決まっている。そこで彼女は再投票を提案したのだ。しかも今度は最初の投票で、「ポカホンタス」はいちばん見たくない映画なのに、これに票を入れる方策に出た。そうすれば「ポカホンタス」には「アポロ13」を負かすだけの票が入る。アグネスお祖母ちゃんは「クルーレス」対「ポカホンタス」の勝ち抜きでは、また「ポカホンタス」に投票し、結局は強敵を一つ残さず消してしまったわけだ。かくてすべてが終わってみると、勝ち残ったのは「スピーシーズ」だった。

引用『数学者が新聞を読むと』ジョン・A・パウロス

代議員数	18	12	10	9	4	2
順位1	T (ソングス)	C	B	K	H	H
順位2	K (ケリー)	H	C	B	C	B
順位3	H (ハーキン)	K	H	H	K	K
順位4	B (ブラウン)	B	K	C	B	C
順位5	C (クリントン)	T	T	T	T	T

◆ 課題

- (5) 映画の人気投票をしたのは、どんな家族？
- (6) リズベットやアグネスの投票のからくりを不足分を補って分析しよう。
- (7) 表のような大統領選挙結果を受けて、候補者B, C, K, H, Tがそれぞれ大統領になるための選挙方法を考えて、うまく説明しよう。
- (8) まとめ・感想

◆ジャガイモの芽

自分で作ったジャガイモを食べて中毒になったってニュースを聞いたことがある。あれって、どのくらい食べたらあたるんだろう。

植物雑学辞典より <http://had0.big.ous.ac.jp/~hada/plantsdic/zatsugakujiten.htm>

ジャガイモはソラニン[▼](グリコアルカロイド)という有毒物質を含んでいる。ジャガイモ全体としては、このソラニンは0.02%ほど含まれており、メークインを一度に2.5kgほど食べると中毒するレベルであるという。もっとも、メークインを一日に7kg食べたとの古いアイルランドの記録があるので、適切に調理すれば、中毒する事はないはずである。

このソラニンは皮層に多く含まれており、伸び始めた芽の根元部分にも多く含まれている。したがって発芽し始めたジャガイモの芽の部分は大きめに、緑色を帯びたイモの皮の部分は厚めに剥いた方がよいことになる。

考えてみると、ジャガイモ自身は動物に食べられるためにイモを作っているわけではないので、食べられないように何らかの防御対策を講じているのは、当たり前である。皮層や芽の部分にソラニンの含有量が多いのは毒物の配置としては、これまた当然です。中心部のソラニン含有量は非常に少ないので、皮を剥けば特に気にする必要はないことになる。

人類はソラニンの含有量が少ない品種を選抜しているはずなので、野生のジャガイモはもっと含有量が多いのでしょね。



◆目標◆

- (9) 世の中にある様々な量の表し方について考える
- (10) 小さな数から大きな数までを一度に表すための工夫が必要な理由が分かる
- (11) 小さな数から大きな数までを一度に表すことができるようになる

◆課題◆

- (1) ジャガイモの芽に含まれるソラニンという物質の致死量^{*}は、体重1kgあたり200mgである。体重50kgの人の場合、ソラニン何gで致死量になるか。また、一時摂取でジャガイモを何kgを食べると死ぬことになるか。★

[▼]ソラニンを摂取すると、おう吐、下痢、腹痛、脱力感、めまい、呼吸困難などを引き起こします。

山菜や野草の危険性について <http://homepage3.nifty.com/onoya/sansai-yasou.htm>

^{*}半数致死量(LD50)…化学物質をラット、モルモットなどの実験動物に投与した場合に、投与した動物の50%が死亡する用量を体重当たりの量(mg/kg)として表したもの。化学物質の急性毒性の強さを表す指標として利用される。動物実験から得られた用量-反応曲線に基づき、LD50を求める。なお、培養細胞を用いた試験の場合には、観察するのは酵素活性阻害など死亡以外の指標となり、また化学物質も溶液の状態のものとなるので、LD50ではなくEC50(Effective Concentration 50)が用いられる。

EICネット「環境用語集」<http://www.eic.or.jp/ecoterm/?act=view&serial=253>

(2) 次の値は、体重 1kg あたりの致死量である。これらの量を数直線上に示せ。★

鉛10000 mg、青酸カリ10 mg、水銀1 mg、ヒ素100-300 mg、ニコチン7.1 mg、
トリカブト0.3 mg、サリン（液体）1 mg、ダイオキシソ0.01 mg、ボツリヌス菌0.00005 mg

(3) (2)を見やすくするために、工夫せよ。★★★

(4) 次の中から 1 つ選んで調べ、(3)と同じように数直線で表せ。A4 用紙 1 枚にまとめよ。調べた事柄とともに、数学的な考察などを入れること。★★

- 切手の代金から国家予算まで（円）
- 放射線の人体への影響（ミリシーベルト）
- 地震（マグニチュード）
- ビックバンから現在の私まで（年）
- 星の明るさ（？）

(5) まとめ・感想★

◆永遠に続く数

問題1：次の分数を簡単な分数に直そう

$$1, 1 + \frac{1}{1}, 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1}}, 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1}}}, 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1}}}}, \dots$$

フィボナッチ数列とは、[] である

練習：次の数は、どんな数か

$$\frac{2}{2 - \frac{2}{2 + \frac{2}{2 - \frac{2}{2 + \frac{2}{2 - L}}}}}$$

問題2：根号がいつばいの式、次の数はどんな数?

$$\sqrt{1}, \sqrt{1 + \sqrt{1}}, \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1}}}, \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1}}}}, \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1}}}}}, \dots$$

練習：次の数は、どんな数か

$$\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + L}}}}}$$

目標（2時間）

- (1) フィボナッチ数列の規則が分かる
- (2) 連分数や多重根号の秘密を見つける
- (3) 連分数や多重根号の計算ができる

課題

- (1) 問題1：分数を簡単な分数に直し、秘密を見つけよう
- (2) 問題1：電卓やコンピュータを使って、近似値を求めよう。どんな数が並ぶか。
- (3) 問題2：電卓やコンピュータを使って、近似値を求めよう。どんな数が並ぶか。
- (4) まとめ・感想