

SSH 公開授業 —「平衡」現象を扱う有効性についての考察—

1. はじめに

本校では2015年度から理数融合授業の開発に取り組んでいる。2019年度は「平衡」に関連する現象について物理と数学の視点から展開した。物理や化学で扱われる「平衡」現象では、物理量の変化を数式で表したときにすべての数式で共通した特徴がみられる。本実践における授業では「空気抵抗がある物体の落下運動」のグラフを「微分法」などを用いて作成したあと、ICTを活用し、「熱平衡」現象を説明できるような数理モデルの作成をした。本稿では、上記のような授業を行ったときの有効性を考察する。

2. 公開授業

2-1. 指導計画

本授業は2019年度5年生物理選択者を対象に行った。単元の指導計画を以下に示す。

時数	クラス	日程	内容
第一時（物理）	5年 β 5年 α	1月29日(水)1限 1月30日(木)1限	「空気抵抗のある落下運動」の実験
第二時（数学）	5年 β 5年 α	1月31日(金)1限 1月31日(金)2限	「空気抵抗のある落下運動」のモデル化
第三時（物理・数学）	5年物理ろ 5年物理い	2月4日(火)2限 2月10日(月)1限	「空気抵抗のある落下運動」のモデル化②
第四時[公開授業]	5年物理ろ 5年物理い	2月10日(月)2限 2月14日(金)	「平衡」に至る過程の普遍性

表1 単元の指導計画

第三時までに「空気抵抗のある落下運動」を扱った。第四時は2019年度に公開授業を行ったものである。以下に第二時～第四時の指導案を記す。

2-2-1. 指導案

数学科学習指導案

1. 日時 令和2年1月31日(金) 第1校時 第2校時
2. 学級 5年理系α講座 (男子20人 女子16人 計36人)
5年理系β講座 (男子18人 女子17人 計35人)
3. 科目・単元 数学B「数列」 数学Ⅱ「指数関数と対数関数」「微分法・積分法」

4. 教材観

高校2年では、数列、ベクトル、微分法、積分法、指数関数と対数関数を学習し、物理現象をグラフや式で表現するためにはいろいろな内容(問題解決の道具)を得たことになる。

本授業では力学的平衡の現象が起こる「空気抵抗がある落下運動」のグラフを「数列」や「微分法」の考え方をを用いて作成する。2つの運動を厳密に計算するためには微分方程式が必要となるが、今回は漸化式を用いて運動をグラフで表現した。またExcelを用いることによって、物体の質量や空気抵抗力の値、斜面の角度を変えたら運動はどうなるかなどの数値計算を瞬時にを行い、グラフ化により現象を可視化することが可能となる。数学的にモデル化したうえで、単なる数学的な操作としてではなく、物理現象を解析する手段を捉える見方や考え方としての側面を実感できる内容としたい。

6. 本時の学習指導

6-1 本時の指導目標

- ・運動方程式を用いて空気抵抗がある落下運動について理解することができる。(知識・理解)
- ・空気抵抗がある落下運動について、Excelを用いて時間と位置の関係や時間と速度の関係をグラフ化できる(技能)
- ・空気抵抗がある落下運動について十分時間が経過すると、物体は一定の速度(終端速度)に達することについて、数学的に表すことはできないかを考えることができる。(数学的な考え方)

6-2 本時の展開

時間	学習活動	指導上の留意点	評価の観点
導入 (15)	○予想される生徒の反応 空気抵抗のある落下運動の実験の復習	☆教師の発問	
	<u>課題</u> 空気抵抗のある斜面を落下する台車の運動をモデル化して考えよう		
	○グラフの形状から数式モデルを考 えることができるのではない か?		

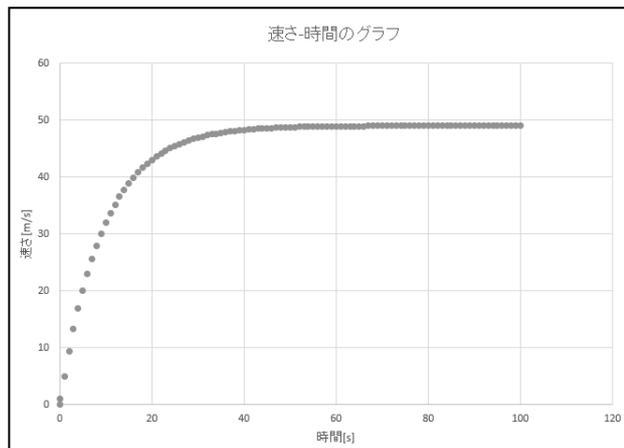
展開 1 (30)	<ul style="list-style-type: none"> ・実験データから v-t グラフを作成する。 ・実験データから a-t グラフを作成する。 	縦軸：台車の速さ 横軸：経過時間 となるように、 Excel でグラフを作成する。	
展開 2 (10)	課題 空気抵抗のある斜面を落下する台車の運動を運動方程式から考えよう。		
	○運動方程式 $ma = mg - kv$ $a = \frac{v_{n+1} - v_n}{\Delta t}$ として運動方程式を式変形する。 $v_{n+1} = \left(1 - \frac{k}{m} \Delta t\right) v_n + g \Delta t$ となる。 これは、 $a_{n+1} = pa_n + q$ の形になっている ○Excel で、数式を代入して実験値をグラフ化できないか。	<ul style="list-style-type: none"> ・速度が鈍っていくとは、加速度 a がどうなっていくと考えるのが妥当かについて考えさせる。 	空気抵抗がある落下運動について十分時間が経過すると、物体は一定の速度（終端速度）に達することについて、数学的に表すことはできないかを考えることができる 【数】
まとめ (10)	○各班の実験の結果から、時間ごとの速度が求められ、これをプロットすることで v-t グラフをかくことができる。	<ul style="list-style-type: none"> ・Excel を用いて理論値によるグラフと関連付けて考察させる。 ・グラフの形状から等速直線運動、等加速度直線運動の式の意味も気づかせる。 ・ 	<ul style="list-style-type: none"> ・空気抵抗がある落下運動について、Excel を用いて時間と位置の関係や時間と速度の関係をグラフ化できる。【表】

評価の観点：【関】…関心・意欲・態度，【数】…数学的な見方や考え方

【表】…数学的な技能，【知】…知識・理解

※参考資料

空気抵抗のある自由落下の運動を運動方程式から計算したグラフ



理科学習指導案

日 時：令和2年2月14日(金) 公開研究会

場 所：奈良女子大学附属中等教育学校 多目的ホール

学 級：第5学年物理選択(い) 20名

1. 単元名：熱平衡 速さに比例した空気抵抗がある落下運動

2. 教材観：

物理や化学で扱われる「平衡」現象では、物理量やの変化を数式で表したときにすべての数式で共通した特徴がみられる。本授業では温度が異なる物体が接したあと「熱平衡」になるまでの温度変化を実験で測定し、実験データから「熱平衡」になるまでの温度変化を説明できるような数理モデルの作成を試みる。数理モデルの作成は事前に数学で学んでいる「漸化式」を用いて行ってもらおう。「漸化式」を解く操作としてではなく、自然現象を解析する手段として用いることで、「未来を見通す」ことや「過去を推測する」ことの興味深さに触れられる内容とした。このテーマは「ニュートンの冷却法則」というモデル化と一致する。

3. 指導計画

	学習活動	指導上の留意点	評価の観点
導入 (5分)	1. 前回授業の復習		
展開1 (35分)	<p>3. 以下の課題を与える。</p> <p>① $v_{n+1} = \left(1 - \frac{k}{m} \Delta t\right) v_n + g \Delta t$の漸化式を Excel で入力し、v-t グラフを作成する。</p> <p>② $v_{n+1} = \left(1 - \frac{k}{m} \Delta t\right) v_n + g \Delta t$ $v_0 = 0$ の一般項を求める。</p> <p>4.</p> <p>①について、m, k, gの値を変え、グラフの変化を確かめる。 また、以下のことを確かめる。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ mの値が極端に大きい時、等加速度直線運動となる。 ・ kの値が0のとき、等加速度直線運動となる。 	<ul style="list-style-type: none"> ・ 2人1グループとする。 ・ m, k, gの値を変えることでシミュレーションができる。 	<p>現象を理由とともに表現できる。【思】</p> <p>m, k, gの値を変えたときのグラフの変化を、理由とともに説明できる。【思】</p>
	<p>②について、</p> <p>解が $v_n = \frac{mg}{k} \left\{1 - \left(1 - \frac{k}{m} \Delta t\right)^n\right\}$ となることを確かめ、</p> <p>時間が経過したとき、速さが一定(終端速度)となることを説明する。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・ 教師が②の解答を板書する。 	

<p>展開 2 (15 分)</p>	<p>5.</p> $v_{n+1} = \left(1 - \frac{k}{m} \Delta t\right) v_n + g \Delta t$ <p>を変形して、 $v_{n+1} = v_n + \frac{k}{m} \Delta t \left(\frac{mg}{k} - v_n\right)$ とし、</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 運動方程式は漸化式のように現在の速さから次の速さを決定していること ・ 時間が経過すると終端速度となることをグラフで示し、説明する。 <p>・ $m = 0.5$ $k = 1.0$ $\Delta t = 0.5$ $g = 1.0$ として、プリントにグラフを書く。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・ グラフの書き方を説明する。 	<p>グラフを書き、終端速度と現在の速度の差が次の速度を決定していることを理解する。 【思】</p>
<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: left;"> <p>$v_{n+1} = \left(1 - \frac{k}{m} \Delta t\right) v_n + g \Delta t$ を変形して、</p> $v_{n+1} = v_n + \frac{k}{m} \Delta t \left(\frac{mg}{k} - v_n\right)$ <p>① ②</p> <p>① ← : 現在の速度と終端速度との差</p> <p>② ← : 次の速度までの差</p> </div> <div style="text-align: right;"> </div> </div>			
<p>まとめ</p>	<p>6 運動方程式を漸化式とすることで、シミュレーションが可能であることを確認する。</p>		

本時の授業計画

	学習活動	指導上の留意点	評価の観点
<p>導入 (10 分)</p>	<p>1. 実験データの説明 お湯の温度変化の測定データについて、測定条件を説明する。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・ 2 人に 1 台 PC を用意する。 	<p>お湯の温度変化について積極的に考える。 【関】</p>
<p>展開 2 (35 分)</p>	<p>2. 以下の問いを与え、グループで話し合う。 問い： ① お湯が冷めるときの温度変化の法則を言葉で説明してください。 ② 「空気抵抗がある場合の落下運動」の速度変化は、運動方程式を起点として計算し、求めることができました。 「お湯の冷め方」の実験データから、「空気抵抗がある場合の落下運動」に対する「運動方程式」のような、起点となる式を考えてください。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・ 2 人 1 グループとする。 ・ 教科書を見て、グループで話し合う。 ・ 答えを発表し、他の班の人と答えを共有す 	<p>現象を理由とともに表現できる。 【思】</p> <p>実験データを定量的に考察できる。 【思】</p> <p>グラフから新</p>

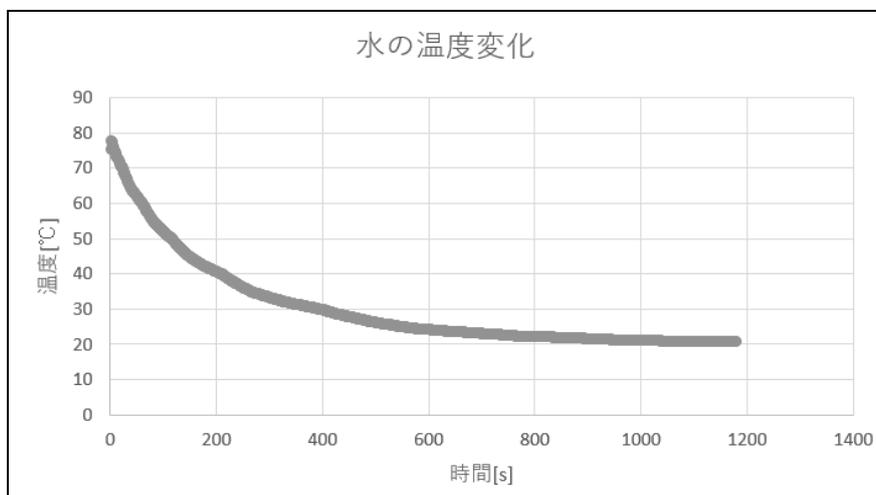
	<p>③ ②で作った数式をエクセルに入力し、実験データと比較してください。</p> <p>想定される答え</p> <p>① 水の温度は最終的に室温になる。温度の変化量は時間がたつにつれて小さくなっていく。</p> <p>②</p> <ul style="list-style-type: none"> ・漸化式 例) 30×n 秒後の温度をT_nとする。$T_{n+1} - T_n = -k(T_n - T_{室温})$ ・微分方程式 $\frac{dT}{dt} = -k(T - T_{室温})$ <p>(T は水の温度, k は容器などによって変わる値)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・微分方程式 $\frac{dT}{dt} = -kT$ (T は水と室温の温度差) 	<p>る。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・教師は生徒が発表した内容を電子黒板に映す。 	<p>たな法則を導き出すことができる。</p> <p>【知】</p> <p>新たな法則の整合性を実験データと比較し、吟味することができる。【思】</p>
<p>まとめ (15分)</p>	<p>4. それぞれの班の答えをまとめる。</p> <p>5. ニュートンの冷却法則を説明し、空気抵抗ありの落下運動の運動方程式との共通点を説明する。</p>		

評価の観点 : 【関】…関心・意欲・態度, 【思】…思考・判断・表現
【技】…観察・実験の技能, 【知】…知識・理解

※参考資料

1200 秒まで 10 秒ごとに 80℃の温度変化を測定した。

200mL ガラス製ビーカーにお湯 175mL をいれ、マグネチックスターラーで攪拌したときの温度変化を表したグラフ。



2-3-2. 公開授業『「平衡」に至る過程の普遍性』授業の様子

○授業の様子

第4時では事前に授業で扱った「空気抵抗のある落下運動」をヒントとして「ニュートンの冷却法則」の式をつくる，という授業構成であった。授業中にニュートンの冷却法則の立式ができた生徒は20名中2名で，気づいた生徒がグループで共有することで授業の意図が数人の生徒に伝わったと思われる。18名が「空気抵抗のある落下運動」と「ニュートンの冷却法則」で式において共通点があることを見抜けなかった。以下，生徒の感想と公開授業時の研究協議での助言・感想を記す。

○生徒の感想

◇数学の応用について

- ・課題が難しく，考えられなかった。
- ・漸化式が物理で使えることが学べました。今の値が次の値を決める，というところが漸化式とリンクしているのかなと思いました。
- ・最後の解説でやっと意味が分かりました。数学というより，プログラミングに近い気がしました。

◇空気抵抗のある落下運動とニュートンの冷却法則について

- ・ホットの飲み物の温度がどれくらいの時間でどのくらい下がるのか，について法則があるなんて意外でした。
- ・落下運動もニュートンの冷却法則もどちらも最後，値が一定になることは理解できました。

○研究協議での助言・感想

◇授業について

- ・課題が曖昧であった。もう少しヒントをだしてあげてもよかった。
- ・ICTの活用がしっかりなされていると感じた。Excelで物理の授業が展開されていくことが面白く，参考になった。
- ・かなり難しい課題であったが，2名も達成できたことがすごい。空気抵抗の授業をきちんと理解させていたのではないかと考える。

◇空気抵抗のある落下運動とニュートンの冷却法則について

- ・ニュートンの冷却法則を「温度変化の数値の式」としてしか扱っていないので，物理の内容を深く扱ってはいないと感じた。今後，分子運動の観点からニュートンの冷却法則を扱っていくべきではないか。

3. 「平衡」現象を扱う有効性についての（考察）

授業の様子と生徒の記述から、空気抵抗のある落下運動とニュートンの冷却法則について共通点を見出し、数学で扱う漸化式が「平衡」現象の解明に役立つことを理解した生徒がいると思われる。また、生徒の「今の値が次の値を決める、というところが漸化式とリンクしている」という記述は、古典物理学で原則となる因果律を表している。漸化式を用いることで、古典物理学においては初期状態が今後の状態を一意的に決定することが強調され、本授業が生徒の物理観の形成に役に立ったと考える。

研究協議では主に授業時の課題の曖昧さが指摘された。落下運動とニュートンの冷却法則について共通点を見出すことに重点をおいた構成のためではあるが、20名中2名しか課題を達成できなかったことから、事前にヒントを検討しておくべきであった。

4. おわりに（筆者 守本）

本実践では漸化式を扱うことで空気抵抗のある落下運動とニュートンの冷却法則の共通点を見出すことに重点を置いた。「関係のなさそうな二つの現象が、数式でみると共通点がある」という視点を生徒に獲得してもらいたかったからである。大学の物理学・数学では微分方程式を学ぶことで本視点を得られるが、高校生のうちに本視点を得るためには、どのようにすべきかを授業者どうして議論した結果、ICTを活用することに決定した。本実践は、ICTを活用することを目的としているわけではなく、視点を得るための手段としてICTを活用していることを強調したい。

奈良県の県立高校では2022年度から1人1台端末を活用し、学習活動を実施することが決定している。本実践の授業テーマだけでなく、ICTを活用するに至るまでの経緯も参考になれば幸いである。

【参考文献】

- [1] ファインマン、『ファインマン物理学〈2〉光・熱・波動』富山小太郎訳, 岩波書店
- [2] 国友正和『基礎熱力学』共立出版株式会社